

文章编号: 1003-207(2005)02-0035-05

一种决策者判断一致性的聚类方法

江文奇, 华中生

(中国科技大学商学院, 安徽 合肥 230026)

摘要: 对于产量为模糊区间数的生产计划群决策问题, 考虑不同产品生产的优先度和决策者权重对决策者判断一致性度量的影响, 给出了相对加权一致度的一种计算方法。当群决策的结果不一致时, 提出了依据相对加权一致度对决策者进行聚类的方法, 并给出了每一类决策者决策结果的综合方法。最后通过算例说明了方法的应用过程。

关键词: 群体判断; 一致度; 聚类

中图分类号: N94; TP18 **文献标识码:** A

1 引言

在根据市场需求制定企业生产计划的过程中, 考虑到需求信息的不确定性和企业生产能力等不确定性, 计划的决策变量(产品的产量)可能是一个模糊变量^[1,2]。为提高决策结果的准确性和可行性, 通常由来自生产部门、销售部门等部门的决策者组成决策群体来共同确定生产计划。如果不同决策者之间判断的一致性程度差别很大, 就需要进行不一致性调整。如果决策者的数目过多, 那么决策者之间相互调整的次数就比较多, 也就很难达成共识。为了提高群决策的效率, 需要依据决策者的判断对决策者进行聚类, 通过聚类减少决策者之间相互调整的次数, 缩短达到群一致性的时间。

针对群决策中这种不一致性调整问题, 文[3]将负熵理论应用到集对分析理论中, 并将可转换熵的势作为群决策与个体决策一致性的度量, 但是在决策者意见不集中时, 需要采用德尔菲法进行多次表决, 这增加了形成群判断一致性的复杂性。文[4]通过对决策者评价的相似度进行测量获得决策者评价的一致度, 然后将决策者权重与一致性度量进行线性合成作为决策者评价的权重, 在此基础上对决策者的评价进行加权合成得到群体评价结果, 其优点是同时考虑了决策者权重与决策者评价的一致性对合成评价结果的影响; 文[5]考虑了决策者权重对一

致性合成的影响, 认为不同权重的决策者的评价一致性程度对于决策者意见一致性合成有不同的影响。文[4,5]将决策者的判断作为向量, 以群体的判断作为比较基础, 获得判断一致度, 但是没有考虑不同产品生产的优先度对决策者一致性度量的影响。针对这一问题, 本文提出了一种新的决策者一致度的计算方法。当群决策的结果不一致时, 本文提出了依据相对加权一致度对决策者进行聚类并给出了每一类决策者决策结果的综合方法。算例说明了这种方法的可行性和实用性。

2 考虑方案优先度的决策者一致度衡量

在企业生产计划的制定过程中, 通常要处理一些非确定性的信息, 这些信息的数据分布一般很难获得, 决策者只能根据经验估计他们的所属区间, 这就是模糊方法。不确定的数据通常用模糊数来表示, 模糊数的类型有多种, 如三角形、梯形等, 决策者可以根据实际情况选择合适的隶属函数。通常依据线性优化模型获得的结果是在某一种特定市场需求状态下某一产品的最优产量, 由于市场变化具有很强的不确定性素, 因此决策者给出的最终产量并不是一个实数, 而是一个区间, 本文用三角模糊数来表示。

设群决策问题中决策者的集合 $DM = \{DM_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$, DM_i 判断的方案集为 R_i , 其中 $R_i = \{a_1, a_2, \dots, a_l\}$, 方案 $a_k (k \in \{1, 2, \dots, l\})$ 的值 $u_i(a_k)$ 为三角模糊数 (b_k^i, c_k^i, d_k^i) , 表示产品 k 的产量。其中: b_k^i 为左端点, d_k^i 为右端点, 分别表示 DM_i 判断的 a_k 的最小值和最大值, c_k^i 是区间 $[b_k^i, d_k^i]$ 的

收稿日期: 2004-07-06; 修订日期: 2005-03-21

作者简介: 江文奇(1976-), 男(汉族), 安徽怀宁人, 中国科技大学商学院博士研究生, 研究方向: 决策分析、系统工程。

中间点, (b_k^i, d_k^i) 中间的任何实数 x 表示 a_k 的可能的产量, x 的隶属度函数 μ_x 可以表示为:

$$\mu_x = \begin{cases} \frac{x - b_k^i}{c_k^i - b_k^i} & b_k^i \leq x \leq c_k^i \\ \frac{x - d_k^i}{c_k^i - d_k^i} & c_k^i \leq x \leq d_k^i \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mu_x: [b_k^i, c_k^i] \rightarrow [0, 1]$ 是连续的且单调递增的; $\mu_x: [c_k^i, d_k^i] \rightarrow [0, 1]$ 是连续的且单调递减的。

考虑 DM_1 和 DM_2 , 针对产品 $a_k (k \in \{1, 2, \dots, l\})$, 设他们给出的产量分别为 $u_1(a_k)$ 和 $u_2(a_k)$, 其中 $u_1(a_k) = (b_k^1, c_k^1, d_k^1)$, $u_2(a_k) = (b_k^2, c_k^2, d_k^2)$ 。

2.1 评价的预处理

模糊数 $u_1(a_k)$ 和 $u_2(a_k)$ 之间的关系可能存在以下三种情况:

- (1) 两模糊数完全不相交, 如 $b_k^2 \geq d_k^1$ 的情况, 它说明决策者的判断完全不一致。
- (2) 两模糊数相交, 但是交点的位于事先设置的置信水平 α 下方。
- (3) 两模糊数相交, 但是交点的位于事先设置的置信水平 α 上方, 如图 1。

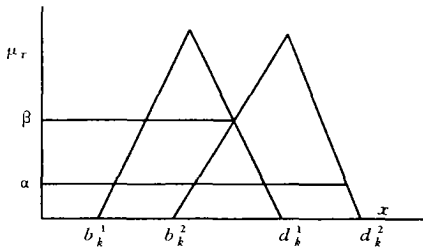


图 1 两决策者评价在 α 水平下相交

对前两种类型, 需要依靠德尔菲方法^[6], 通常决策者需要进行讨论或者通过获取新的信息来调整其对方案的价值估计, 如果决策者坚持不调整^[7,8], 那么群集结的结果就不能够被他们所接受。

2.2 决策者判断的一致性

比较决策者判断一致性, 需要比较他们对 a_k 价值判断的一致性程度。

2.2.1 决策者之间的评价一致性

通常, 决策者之间一致性程度的高低可以用其判断方案效用值的交集面积的大小来描述, 依据文^[4,5]的定义, 两模糊数的相似度可以表示为:

$$S_{12} = S(R_1, R_2) = \frac{\int_x \min(u_1(x), u_2(x)) dx}{\int_x \max(u_1(x), u_2(x)) dx} \quad (2)$$

其中, DM_1 判断的 $u_1(a_k)$ 与 DM_2 判断的 $u_2(a_k)$ 相交的示意图如图 2 中的阴影部分所示。

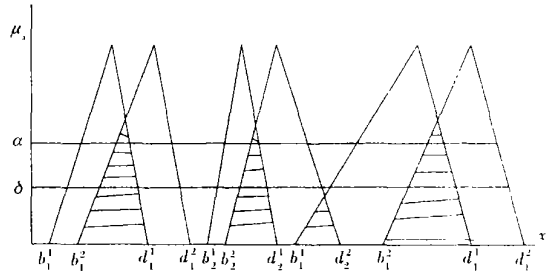


图 2 两决策者评价与交集

2.2.2 一致度矩阵(AM)

在不完全信息情况下^[7], 决策者通常给出方案的优先度, 如用 w_k^1 表示 a_k 在集合 R_1 中的优先度, w_k^2 表示 a_k 在集合 R_2 中的优先度。在生产计划的制定中, 某种产品的产量不仅仅受到企业资源约束的影响, 而且还受到其他产品的产量的影响, 其产量值的增加势必导致其他产品产量值的减小, 因此在计算模糊相似度的时候, 需要考虑该方案的值与其他各个方案值之间的关系, 具体可以表示为:

$$S(R_1, R_2) = \frac{\sum_{k=1}^l \sum_{k=1}^l (u_1(a_k) \cap u_2(a_k)) w_k^1}{\sum_{k=1}^l \sum_{k=1}^l (u_1(a_k) \cup u_2(a_k)) w_k^1} \quad (3)$$

同理:

$$S(R_2, R_1) = \frac{\sum_{k=1}^l \sum_{k=1}^l (u_2(a_k) \cap u_1(a_k)) w_k^2}{\sum_{k=1}^l \sum_{k=1}^l (u_2(a_k) \cup u_1(a_k)) w_k^2} \quad (4)$$

在式(3)和(4)中, 如果方案的数目很多, 或者存在某些方案值与其他多个方案值相交, 那么模糊相似度的计算就极为复杂。同时, 某些 $(u_1(a_k) \cap u_2(a_k)) w_k^1$ 对 S_{12} 或 S_{21} 的影响非常小。为减少 S_{12} 或 S_{21} 计算中的复杂性, 本文做如下定义:

定义 1: R_1 可能存在某一方案 a_k 的值与 R_2 中多个方案 $a_k (k \in \{1, 2, \dots, l\})$ 的值相交, 如果两个方案不同, 且交点处 $\mu_x > \delta$, 就认为交集满足 α 置信水平, 反之就认为 $u_1(a_k) \cap u_2(a_k) = 0$, 对于 R_2 中的方案判断同理类推。对于 R_1 和 R_2 中的某些方案的 w_k^1 或者 w_k^2 小于某一设定阈值 γ , 就可以认为这些方案的 w_k^1 或者 w_k^2 为零。

在图 2 中, R_1 中的方案 a_l 的值与 R_2 中的方案

a_2 的值相交,但是交点处的 $\mu_x < \delta$,因此,在模糊近似度计算中就可以认为其交集面积为0。在实际计算中,只要画出如图2所示的交集图,设置 δ ,对于 $\mu_x < \delta$ 的交集面积设置为0即可。

结合定义1,由式(3)和(4),可以计算不同决策者之间的一致度矩阵(AM):

$$AM = \begin{bmatrix} 1 & S_{12} & \cdots & S_{1j} & \cdots & S_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ij} & \cdots & S_{im} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mj} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由于不同方案的优先度可能不同,因此 S_{ij} 可能不等于 S_{ji} ,于是AM可能不是反对称阵。要使AM为反对称阵,其前提条件是:不考虑不同方案的优先度;考虑不同方案的优先度,同时所有决策者都认为相同方案的优先度相同。

2.2.3 考虑决策者权重的一致性衡量

文[5]充分考虑了不同权重决策者对评价一致性合成的影响。一般而言,决策者权重可以通过两种方式计算:(1)将 DM_i 与群体中最重要的决策者进行比较,得到相对权重 $r_i^{[4]}$;(2)可以通过委托求解等方法,得到决策者的权重集合为 $\eta = \{\eta_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$ 。由式(5)可以得到在不考虑决策者权重情况下 DM_i 的平均加权一致度 S_i 为:

$$S_i = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1, j \neq i}^m S_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

考虑决策者权重情况下 DM_i 的平均加权一致度 I_i :

$$I_i = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1, j \neq i}^m \eta_j S_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

与之相对应的相对加权一致度 S_i^r 和 I_i^r 的计算如下:

$$S_i^r = \frac{S_i}{\sum_{i=1}^m S_i} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$I_i^r = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^m I_i} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

3 基于一致度的群聚类分析

定义2:设 A 为充分一致性群体集合, U 表示产品产量, $A \in \xi(U)$, $\lambda \in [0, 1]$, 记: $A_\lambda = \{u \mid u \in U, A(u) \geq \lambda\}$, 称 A_λ 为 A 的一个 λ -截集, λ 称为阈值或者置信水平。

上述依据隶属度^[9]的划分方法仅仅考虑了单个因素的影响,缺乏全面性指标。为此本文以相对加权一致度进行群体聚类,步骤如下:

1) 设置一致度阈值 ϕ , 剔除 $S_i^r < \phi$ 或者 $I_i^r < \phi$ 的决策者。

2) 计算剔除后剩余的决策者集合中的任意两决策者 S_i^r 或者 I_i^r 之间的距离 d_{ij} 。

3) 设定阈值 ε , 合并 $d_{ij} < \varepsilon$ 的决策者,组成新的类,经过多次合并,直到没有新类为止。

设上述聚类分析得到一致性决策群体为 $DM = \{DM_j \mid j = 1, 2, \dots, p, 1 < p \leq m\}$, 这些决策者对方案的综合评价值的计算步骤为:

步骤1:对这些判断一致性的决策者的权重进行归一化处理,得到: $\eta = \{\eta_j \mid j = 1, 2, \dots, p\}$, 其中

$$\eta_j = \frac{\eta_j}{\sum_{j=1}^p \eta_j}$$

步骤2:计算一致度矩阵AM,并对一致性决策群体 S_j^r 和 I_j^r 进行归一化处理,得到:

$$S_j^{r'} = \frac{S_j^r}{\sum_{j=1}^p S_j^r} \quad (10)$$

$$I_j^{r'} = \frac{I_j^r}{\sum_{j=1}^p I_j^r} \quad (11)$$

因此,在不考虑决策者权重情况下的一致性群体对方案最终评价值为:

$$\{[S_1^r u_1(a_1) + \cdots + S_p^r u_p(a_1)], \dots, [S_1^r u(a_l) + \cdots + S_p^r u(a_l)]\}$$

在考虑决策者权重的情况下一致性群体对方案最终评价值为:

$$\{[I_1^r u_1(a_1) + \cdots + I_p^r u_p(a_1)], \dots, [I_1^r u(a_l) + \cdots + I_p^r u(a_l)]\}$$

步骤3:一致性群体评价方案的优先度为:

$$\left(\sum_{j=1}^p \eta_j^r w_j^1, \dots, \sum_{j=1}^p \eta_j^r w_j^l \right)$$

通过上述步骤,我们可以获得一致性群体对方案的最终评价值和方案的优先度。在群决策中,可以将这些决策者作为一个整体,从而减少了决策者之间调整的次数,有利于群决策结果的形成。

4 算例

某企业在一次制定一项生产计划时,采用群决策的方式,决策者分别来自于生产部 (DM_1)、销售

部(DM_2)和供应部(DM_3)。针对三种产品 a_1 、 a_2 和 a_3 , 三个决策者给出的月产量(单位: 吨)估计分别为:

$$R_1 = [(1000, 2000, 3000), (3000, 4000, 5000), (5000, 6000, 7000)]$$

$$R_2 = [(1500, 3000, 4500), (2000, 3000, 4000), (5500, 6500, 7500)]$$

$$R_3 = [(1500, 2500, 3500), (1800, 2500, 3200), (6000, 7000, 8000)]$$

同时设定 $\alpha = 0.1, \delta = 0.15, \gamma = 0.1, \phi = 0.25$, 决策者的权重为(0.3, 0.44, 0.25), 各个决策者对 a_1 、 a_2 和 a_3 设置的优先度分别为: (0.4, 0.3, 0.3), (0.5, 0.3, 0.2), (0.3, 0.5, 0.2)。一致性决策者的聚类分析如下:

步骤 1: 评价的预处理

三个决策者判断的产量的交点的最小值 β 分别为 0.6, 0.117, 0.5, 均高于 α 值, 因此不需要决策者调整对产量估计。

依据定义 1, 计算不同产量交点处的 μ_x , 针对 a_1 , 其最小值为 0.25; 针对 a_2 , 其最小值为 0.12; 针对 a_3 , 其最小值为 0.5, 由于 $0.12 < 0.15$, 因此可以不计算置信度为 0.15 以下的面积; 同时决策者权重的最小值为 0.25, 大于 0.1, 在计算时候不能忽略。

步骤 2: 一致度矩阵

依据式(5)得到:

$$AM = \begin{bmatrix} 1 & 0.213 & 0.222 \\ 0.217 & 1 & 0.355 \\ 0.236 & 0.345 & 1 \end{bmatrix}$$

由式(8)和(9)计算 DM_i 的相对加权一致度 S_i^r 和 I_i^r 为:

$$S^r = \begin{bmatrix} 0.274 \\ 0.360 \\ 0.366 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$I^r = \begin{bmatrix} 0.285 \\ 0.290 \\ 0.426 \end{bmatrix} \tag{11}$$

如果不采用定义 1 进行计算, 那么得到的一致度矩阵为

$$AM = \begin{bmatrix} 1 & 0.213 & 0.181 \\ 0.217 & 1 & 0.355 \\ 0.177 & 0.345 & 1 \end{bmatrix}$$

DM_i 的相对加权一致度 S_i^r 和 I_i^r 为:

$$S^r = \begin{bmatrix} 0.265 \\ 0.384 \\ 0.351 \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$I^r = \begin{bmatrix} 0.281 \\ 0.306 \\ 0.413 \end{bmatrix} \tag{13}$$

式(10)与式(12) S_i^r 的结果准确度达到 99.6%; 式(11)与式(13) I_i^r 的结果准确度达到 99.5%, 这说明了定义 1 的合理性。

步骤 3: 一致度聚类

因所有 S_i^r 和 I_i^r 均大于 φ , 没有决策者被剔除。

如果不考虑决策者权重, 那么基于 S_i^r 距离为: $d_{12} = 0.096; d_{13} = 0.112; d_{23} = 0.006$ 。设 $\varepsilon = 0.050$, 可以认为 DM_2 和 DM_3 组成一致性群体, 由于 DM_1 与 DM_2 和 DM_3 组成的群体的最小距离为 $0.096 > 0.050$, 因此不予加入。

如果考虑决策者权重, 那么基于 I_i^r 距离为: $d_{12} = 0.005; d_{13} = 0.141; d_{23} = 0.136$, 因此可以认为 DM_1 和 DM_2 组成一致性群体, 由于 DM_3 与 DM_1 和 DM_2 组成的群体的最小距离为 $0.136 > 0.050$, 因此不予加入。

步骤 4: 一致性决策者的综合评价结果

(1) 如果不考虑决策者权重, 那么 DM_2 和 DM_3 对三种产品 a_1 、 a_2 和 a_3 的产量综合评价值为: (1500, 2748, 3996), (1889, 2748, 3596), (5752, 6752, 7752), 相应的优先度为: (0.426, 0.374, 0.2), 说明他们认为这三种产品生产的优先序为 a_1 、 a_2 和 a_3 。

(2) 如果考虑决策者权重, 那么 DM_1 和 DM_2 对三种产品 a_1 、 a_2 和 a_3 的产量综合评价值为: (1252, 2504, 3756), (2496, 3496, 4496), (5252, 6252, 7252), 相应的方案优先度为: (0.46, 0.3, 0.24), 说明他们认为这三种产品生产的优先序为 a_1 、 a_2 和 a_3 。

5 结论

针对产量值为模糊区间数的生产计划群决策问题, 给出了一种决策者判断一致性的确定方法。这种方法考虑了不同产品生产的优先度和决策者权重对决策者判断一致性度量的影响, 它可以减少决策者相互之间的调整次数, 缩短达到群决策结果的时间。但是, 本文给出的仅仅是部分决策者的决策结果, 为了获得群决策结果, 需要获得更加充分的信息和决策者之间的讨论和协调, 其中可能存在博弈行为。另外, 如果不同决策者给出的生产产品不同, 那么如何确定这些决策者之间判断一致性的问题, 都

需要继续深入研究。

参考文献:

- [1] Tang J, Fung R Y K, Wang D, A Fuzzy Approach to Modeling Production and Inventory Planning[C]. Proceedings of the 14th IFAC congress, Beijing 1999, A: 261 – 265.
- [2] Tang J, Wang D, Fung R Fuzzy formation for multi-product aggregate production Planning [J] . Production planning and control, 2000, 11(7) : 670– 676.
- [3] 程启月, 等. 群决策与个体决策的一致性分析[J]. 中国管理科学, 2001, 9(5) : 32– 37.
- [4] His- Mei Hsu et al Aggregation of Fuzzy Options under Group Decision Making [J] . Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(4): 278– 285.
- [5] 赵海燕, 曹健, 张友良. 一种群体评价一致性合成方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2000.
- [6] Satty T L The Analytic Hierarchy Proless [M]. New York: McGray– Hill, 1980.
- [7] J. Kacprzyk, M. Fedrizzi and H. Nurmi, Group decision making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority[J]. Fuzzy Sets and Systems, 49, 1992: 21– 31.
- [8] H. M. Hsu and C. T. Chen, Fuzzy hierarchical weight Analysis model for multi – criteria decision problem [J]. J. Chinese institute Industrial Eng, 11(3): 1994: 129 – 136.
- [9] 杨伦标, 高英仪. 模糊数学原理及应用[M]. 华南理工大学出版社, 1995.

A Method of Clustering Analysis Based on Consensus of Group Judgment

JIANG Wen- qi, HUA Zhong- sheng

(Business Schol USTC Anhui, Hefei 230036, China)

Abstract: For a group decision problem in production planning which regards production quantity as a triangle fuzzy number, a consensus measure is proposed based on products' priorities and decision makers' important weights. When the group judgment doesn't reach consensus on a production planning, it is suggested that decision-makers to be clustered according to the consensus measure for the convenience of aggregating the group's decision, the aggregation approach for each cluster of decision-maker is also described. At last, an example is given to illustrate the process of our approach.

Key words: group judgment; consensus measure; clustering