

文章编号: 1003-207(2006)06-0119-05

# 商品期货便利收益的期权定价及实证检验

安 宁, 刘志新

(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100083)

**摘 要:** 本文根据国外便利收益理论, 深入研究便利收益的期权性质及其定价, 并采用修正的 Black-Scholes 期权定价模型对中国期货便利收益进行分析。研究表明中国商品期货便利收益具备看涨期权的特性并可以运用期权定价模型对其定价, 此外中国商品期货便利收益表现出与理论相异的特性, 即呈现周期性的循环变化。

**关键词:** 便利收益; 看涨期权; 期货定价

中图分类号: F830.9 文献标识码: A

## 1 引言

期货持有成本理论中, 便利收益既是对存货持有者在不确定世界里从存货中得到的利益的度量, 也是与商品生产、贮存、运输以及加工相关的硬性成本<sup>[1-4]</sup>。它衡量的是商品使用者感到拥有现货实际资产比仅持有期货合约更有好处的程度。

对于便利收益的研究, 国内学者仅限于将其作为期货现货价格关系中的一个因素进行理论解释。而国外学者已经将其作为一个独立的变量分析性质并作量化研究, 比如 Gibson 和 Schwartz(1990)<sup>[5]</sup>对原油的远期便利收益的时间序列性质进行研究, 提出并检验了一个关于石油价格的金融和实际资产衍生工具定价的两因素模型, 发现便利收益服从 Ornstein-Uhlenbeck 均值回复过程。Heinker, Howe & Hughes(1990)<sup>[6]</sup>提出一个两期模型分析便利收益的性质, 证明持有商品而非期货合约会产生一个在中间时点到期的期权。基于上述的两期模型, Milonas 和 Thomadakis(1989)<sup>[7]</sup>进一步证明存货在熨平生产周期间需求波动中起到重要作用; 并且便利收益具备与期权相似的特性, 年度便利收益表现可以应用 Black-Scholes 期权定价模型来模拟<sup>[8]</sup>。Heaney(2002)<sup>[9]</sup>对传统的期货合约标准套利模型进行修正来推导便利收益的近似值, 结论揭示了简

单持有成本模型定价在统计上和经济意义上的缺陷。

相关实证研究也对上述理论进展提供了进一步的支持, A. Mazaheri(1999)<sup>[10]</sup>使用 ARFIMA-GARCHA 模型估计原油、无铅汽油和取暖油便利收益的持续性和波动率, 结果说明所有便利收益都具有不稳定性但是均值回复的特性。Cantekin, Zeigham 和 Timothy(2004)<sup>[11]</sup>第一次以农作物以外商品作实证, 直接论证了便利收益与商品存货负相关关系假说, 实证结果揭示了存货量对商品期货收益的预测作用, 并量化了存货水平对便利收益的影响。Ahmet E. Kocagil(2004)<sup>[12]</sup>研究了六个商品市场的每日便利收益表现, 表明期权定价模型可以用来解释每日便利收益变化, 并在统计上和理论上都有显著意义。

本文正是基于国外相关便利收益理论, 对便利收益的期权性质及期权定价进行深入研究, 采用修正的 Black-Scholes 期权定价模型对便利收益进行估值, 并使用中国商品期货数据进行分析验证。结果表明中国商品期货的便利收益具备若干看涨期权的性质, 并可以使用期权定价模型进行估值。便利收益估值问题的解决, 将进一步对期货定价提供一条新的研究思路。

## 2 期货便利收益的期权特性及其定价

### 2.1 持有成本中的便利收益

根据期货持有成本理论, 持有成本是标的资产的存储成本加上融资成本, 再减去该资产收到的收益。对消费性资产, 期货价格高于现货价格, 其差额等于持有成本减去便利收益。采用生产周期的期限

收稿日期: 2006-01-23; 修改日期: 2006-09-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70371006); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET050184)

作者简介: 安宁(1982-), 女(汉族), 安徽马鞍山人, 北京航空航天大学经济管理学院, 金融学硕士, 研究方向: 金融证券。

结构模型,以生产决策为周期开端收割完成为周期结束。生产者在中间时期可以选择卖出上一次收获的商品,或是将其储藏直到以后再卖出。期货价格  $F(0, 1)$  表示为:

$$F(0, 1) = P(0) + C(0, 1) - V(0, 1) \quad (1)$$

$P$  是 0 时的现货价格,  $C$  是持有费用,  $V$  是 (0, 1) 期间内持有存货的便利收益。 $z$  时生产者可以决定持有存货到  $t = 1$  或者卖出。只有当  $z$  时现货价格超过期货价格(扣除持有费用)生产者才会卖出商品,即:

$$P(z) - F(z, 1) + C(z, 1) > 0 \quad (2)$$

### 2.2 便利收益的期权性质

Heinker, Howe & Hughes(1990)应用期权定价理论进一步解释了期货价格。他们提出一个两期三时点模型分析便利收益的性质。模型中 0 时点生产者拥有存货并在 1 时点使用生产技术寻求预期利润最大化。现货在全部三个时点都进行交易,而期货合约在 0 时点签订在 2 时点到期。当期初存货很低,边际成本很高而需求并非高度连续相关时,0 时点将出现正的便利收益。这种情况下,1 时点如果出现足够大的意外需求。此时现货价格将被抬高,而期货价格(模型中 2 时点的期货价格等于预期现

$$C = S * N \left\{ \frac{\ln(S/X) + [rh - \alpha_x + (\sigma^2/2)] T}{\sigma \sqrt{T}} \right\} - X e^{-(r_h - \alpha_x) T} * N \left\{ \frac{\ln(S/X) + [rh - \alpha_x - (\sigma^2/2)] T}{\sigma \sqrt{T}} \right\} \quad (3)$$

其中,  $C$  为看涨期权价格,  $S$  为现货价格,  $X$  为执行价格,  $T$  为到期所剩时间,  $\sigma^2$  为现货与执行价格比率改变量的即时成比例方差 ( $s^2$ ),  $r^h$  为标的资产的回报率,  $\alpha_x$  为执行价格的持续增长率,  $N\{\cdot\}$  为累积正态分布函数。

## 3 中国商品期货便利收益的期权估值及与实际估值比较检验

### 3.1 时间期限结构设定及实证步骤

本文借鉴 Milonas、Thomadakis (1989) 和 Heinkel et al. (1990) 设计的三期模型来观测便利收益。因为农作物生产周期为一年,所以对铜的观测也选择一年,同时为便于比较,本文给定铜与农作物类似的三个交割日的选择,如下表所示。

表 1 农作物周期月份选择

期货品种	农作物周期月份		
	期初	期中	期末
大豆	12月	5月	11月
小麦	8月	12月	7月
铜	12月	5月	11月

货价格)并没有一致的增长。此时卖出存货就会给生产者带来收益。持有商品而非期货合约就产生了一个在中间时点到期且报酬为  $\max\{0, P_1 - E(P_2)\}$  的期权。

该模型的不足在于限定单一周期,即该周期从获得存货开始以存货售罄结束。此外还有使用远期合约代替期货合约,以及没有考虑到远期价格与期货的预期现货价格之间的关系。模型中论证的经验事实仍然十分有说服力且与现实吻合。

### 2.3 便利收益的期权定价

Black-Scholes 公式作为期权定价的经典理论,是刻画便利收益的期权盈利结构的基础。而在此研究的实证环境里,决定便利收益价值的看涨期权的执行价格是期货价格  $f(z, 1)$ , 如果所有存货都耗尽的话,此期货价格将在  $z$  时出现。从 0 时来看,这将是随机变量。 $z$  时观测到的现货价格减去执行价格就是这个期权的报酬。因此,本文采用 Fisher (1978) 所改进过的 Black-Scholes 期权定价模型,其中便利收益作为一种看涨期权,拥有确切的执行价格、到期时间和标的资产,且可以假定执行价格随机变化。该公式如下所示:

在设定的上述期限结构中,首先以持有成本理论计算便利收益的实际估值,再以修正的 Black-Scholes 计算便利收益的期权估值,两者结果进行比较分析得出中国商品期货便利收益的期权定价的研究结论。

### 3.2 相关数据来源及选取

本文选取连豆、郑麦和沪铜 2000 年 1 月至 2005 年 11 月每周期货收盘价、现货价以及每年存货数据为研究样本。期货价格分别来自大连商品交易所、郑州期货交易所和上海期货交易所;现货价格来自中华粮网和上海有色金属网;存货数据来自美国农业部报告和郑州期货交易所。

由于我国尚未实现利率市场化,因此还缺乏一个比较权威、流动性强、能及时反映资金真实供求状况的指标。因此,为简化处理,采取金融机构银行贷款利率作为贴现率。以我国一年期流动性贷款利率作为一年期无风险利率,数据来自中国人民银行,1999 年 6 月 10 日起,为 5.85%;2002 年 2 月 21 日起,为 5.31%;2004 年 10 月 29 日起,为 5.58%。

### 3.3 便利收益期权估值及实际估值实证结果

表2 便利收益的期权估值与实际值

期货品种	执行价格均值	标准差均值	VA 均值	VP 均值	VP-VA	t 检验(5%)	对象个数
大豆	2102.34	20.82	98.99	123.75	24.76	2.06	3
小麦	1343.19	15.26	82.12	97.63	15.51	2.49	6
铜	20389.03	9.39	1639.17	1631.54	-7.63	1.99	6

从表2的统计量可以看出,便利收益的期权估值与实际值非常接近,便利收益差值分别为24.76、15.51、-7.63,并且全部通过5%水平的t检验。这里大豆缺失部分数据,因此只对2000-2002三年的数据进行研究,而小麦和铜的研究范围为2000-2005的六年数据。尽管在估计便利收益期权估值中会有误差,但结果仍有力支持便利收益的期权定价理论。同时,可以看出铜的便利收益期权估值为1631.54,远远大于大豆的123.75和小麦的97.63,但是在期权估值与实际值的偏差却比农作物要小得多。因此,可以推论金属要比农作物符合便利收益的期权定价。

通过分析从2000年到2005年的三种商品期货和现货价格数据,计算结果显示在0和1这两个日期之间的时间段里持有存货的便利收益价格相当于一个看涨期权。该看涨期权在z时到期,其执行价格等于t=z时的限制供给的期货价格,同时标的价格相当于在中间时期z随机变化的现货价格。这就支持了把便利收益看作是期权的理论模型,且其具备执行价格随机的看涨期权的特点,证明便利收益可以作为期权根据修正的Black-Scholes的期权定价模型来估值。

## 4 中国商品期货便利收益的期权性质分析

### 4.1 便利收益的期权性质分析及假设

在确定了便利收益可以用期权模型定价后,我们进一步分析便利收益的期权性质。根据便利收益的定义我们可以推断:(1)边际生产成本越高则便利收益越高。如果边际成本很低,那么可以通过即时生产满足1时点的意外需求,那么持有商品存货头寸的便利收益消失。与此相反,如果边际成本很高,只能用存货满足需求,将出现便利收益。(2)便利收益随着商品现货价格的连续相关度升高而降低。相关性低或负相关的现货价格意味着期货到期前(1时点)的超高现货价格不会延续至期货到期时(2时点)的现货价格,这种情况下,便利收益很高就反映了持有商品而非期货合约的实实在在的好处。

上文的推断归纳为如下的假设:

H1: 便利收益随着边际生产成本增加而减少。

H2: 便利收益随着现货价格波动率增加而增加。

因此,我们设计如下回归方程检验便利收益与存货水平及现货价格波动率的关系,这里,存货水平用来反映上文所述的边际生产成本。公式如下。其中, $u^*$ 是回归(4)估计的残值,I为存货水平。假设H1预测 $b_1 < 0$ 。由于估计残值 $u^*$ 决定期权价值构成,H2预测 $b_2 > 0$ 。

$$V^P / spot = a_0 + a_1 \log(I) + u \quad (4)$$

$$V^A / spot = b_0 + b_1 \log(I) + b_2 u^* + e \quad (5)$$

此外,如果考虑到中间交易期有很多个,而且在一种商品生产周期里会有好几个期货合约在这样的中间交易期里到期。且在生产周期里的任何一个中间时期,存货一般会减少。因此,在生产周期中多个时点持有的库存相关的便利收益会随着到期日接近周期末期而增加。本文将通过比较不同时期的便利收益值来检验该假设:

H3: 不同时期可储存商品的便利收益随着交割日接近生产周期末期而增加。

交割期不同的便利收益可以根据Milonas/Thomadakis的理论计算。以小麦为例,从1月持有到3月的便利收益计算如下,其中 $f(x, y)$ 表示在x月交易y月交割的期货价格现值。 $V(1月, 3月) = f(8月, 3月) - f(8月, 1月)$  (6)

### 4.2 便利收益假设的实证检验

#### (1) 便利收益与存货、现货价格波动率的关系

表3 方程(4)的回归结果

期货品种	$a_0$	$a_1$	$R^2$	对象 个数
	t 检验	t 检验		
大豆	0.196	-0.013	0.07	3
	(0.49)	0.31		
小麦	-0.477	0.068	0.14	6
	(-1.71)	(1.89)		

(缺失铜的存货数据,此处不作分析。)

从表3可以看出,大豆的 $a_1$ 为-0.013,这说明其存货水平相对于便利收益包含负值系数,而小麦的 $a_1$ 为0.068,系数则为正。回归结果全部通过5%水平的t检验,但这两种商品的 $R^2$ 分别为0.07和0.14,数值相对较低,因此这里显示了可能有其他变量比如价格波动率会对便利收益产生影

响。所以需要进一步对方程(5)进行回归。结果如表4所示。

表4 方程(5)的回归结果

期货品种	$b_{0t}$ 检验	$b_{1t}$ 检验	$b_{2t}$ 检验	$R^2$	对象个数
大豆	0.503 (2.28)	-0.055 (-2.07)	0.667 (5.74)	0.61	3
小麦	0.314 (0.81)	-0.032 (-0.65)	0.708 (3.05)	0.34	6

从表4可以看出,大豆的  $b_1$  为 -0.055, 小麦的  $b_1$  为 -0.032, 均为负值, 这一结果支持假说 H1, 即

表5 便利收益的期限结构

期货品种	连续交割月份的期货合约之间便利收益均值与现货价格的比值				
	1月-3月	3月-5月	5月-7月	7月-9月	9月-11月
大豆	-0.024	0.069	0.010	0.022	-0.045
小麦	0.012	0.018	-0.034	-0.050	-0.026
铜	0.012	0.013	0.013	0.012	0.024

便利收益与存货呈负相关关系。而大豆的  $b_2$  为 0.667, 小麦的  $b_2$  为 0.708, 均为正, 即支持了便利收益与现货价格波动率的正相关关系的假说 H2。回归结果也同时通过 5% 水平的  $t$  检验, 并且发现可决系数为 0.61 和 0.34, 大大高于上一结果, 这就说明回归方程对于看涨期权这一要素的拟合度更高。因此可以推断存货因素对便利收益的影响要大大小于现货波动率的影响, 因此便利收益主要应由看涨期权的期限结构来分析。

(2) 不同时期便利收益比较

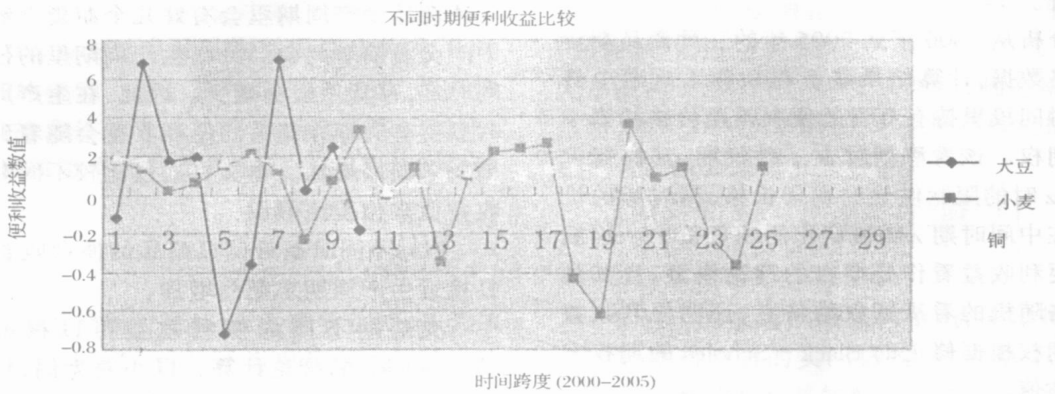


图2 2000年-2005年不同时期便利收益比较

从便利收益期限结构的比较结果来看,大豆的便利收益在 9-11 月期间达到最小值 -0.045, 在 3-5 月期间达到最大值 0.069, 小麦也呈现同样的起伏变动趋势, 均在接近生产周期中期变得显著, 表现出了显著的季节性结构。这一点与便利收益的性质相符, 即农作物存在生产周期, 在周期中存货一般会减少, 这样持有库存相关的便利收益即会增加。而铜的便利收益在整个周期中均在 0.013 左右波动, 并没有表现出任何与季节相关的随时间变化关系。其不存在生产周期, 则存货水平不会呈现规律起伏, 便利收益因此不会显著变化。

物周期设定偏差, 大豆小麦的实际生产并不符合理想中的一年生产周期, 其播种收获时间受区域气候等各种因素影响而不一致, 因此无法达到完美的时间周期规律变化。其次, 便利收益随着收割期临近而增加这一假说, 是进一步证明存货水平对便利收益的影响。在存货水平不仅仅受本地种植收获的影响条件下, 存货水平不会表现出与生产周期一致的变化趋势。因此, 本文的实证结果比较实际的揭示了农作物与非农作物便利收益期限结构的差异。

5 结论

根据以上分析, 可以得出如下结论:

但本文的结果并不符合假说 H3。从 Heinker, Howe & Hughes(1990) 的实证结果来看, 其预测便利收益将随着收割期的接近而季节性增加。而本文实证结果中大豆和小麦均在生产周期中间时刻达到最大值。本文推测可能有如下原因所致: 首先, 农作

(1) 商品期货的便利收益可以使用期权定价模型进行估值。尽管在便利收益预测值中会有估计误差, 但便利收益的预测均值仍与实际结果比较接近, 并且铜的预测效果要好于大豆、小麦这两种农作物。

究其原因主要在于上海期铜是国内最成熟的期货品种, 价格未曾发生重大风险, 履约率 100%, 并且已经成为国内有色行业的权威价格。其市场有效性和价格发现功能决定了根据铜的现货期货价格预测所得的便利收益相对准确。

(2) 农作物期货的便利收益与存货水平、波动率相关。结合可决系数来看, 存货因素对便利收益的影响要大大小于现货波动率的影响。这就说明便利收益主要应由看涨期权的期限结构来分析。

(3) 农作物期货的便利收益表现出了显著的季节性结构, 而铜则一直处于平稳状态。这一点与便利收益的性质相符, 即农作物存在生产周期, 在周期中存货一般会减少, 这样持有库存相关的便利收益即会增加。铜不存在生产周期, 则存货水平不会呈现规律起伏, 便利收益因此不会显著变化。

此外还可以得出结论, 当期货市场表现对便利收益的存在敏感时, 便利收益的看涨特性不能忽视。鉴于这一系列原因, 当设计农作物商品的检验方式时应考虑到生产周期期限结构因素。如果忽视这个因素, 不同的检验将得出矛盾的结果。

根据国际上相关研究结果可知, 利用本文模型获得的实证结果可能受期货品种、数据长度等因素影响, 因此, 在数据允许的条件下, 今后可对更长的数据序列和更多的期货品种进行纵向和横向的深入研究, 以验证本文获得的结论的普适性。

#### 参考文献:

[1] Kaldor N. . Speculation and economic stability[J]. *Review of Economic Studies*, 1939, 7: 1- 27.

- [2] Working H. . The theory of the price of storage[J]. *American Economic Review*, 1949, 39: 1254- 1262.
- [3] Brennan M. J. . The supply of storage[J]. *American Economics Review*, 1958, 48: 50- 72.
- [4] Weymar F. H. . The supply of storage revisited[J]. *American Economic Review*, 1966, 56: 122- 1234.
- [5] Rajha Gibson and Eduardo S. Schwartz. Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims[J]. *The Journal of Finance*, 1990, XLV(3).
- [6] Heinkel R., Howe M. E. and Hughes J. S. . Commodity: The convenience yield as an option profit[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1990, 10: 519- 533.
- [7] Milonas N. and Thomadakis S. . Convenience yield, the option to liquidate and normal backwardation[Z]. University of Massachusetts, Working Paper presented at the American Finance Association Meetings, 1989, Dec. 28- 30.
- [8] Milonas N. T. & Thomadakis S. B. The convenience yield as call options: An Empirical Analysis[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1997b, 17: 1- 15.
- [9] Richard Heaney. Approximation for convenience yield in commodity futures pricing[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2002, 22: 1005- 1017.
- [10] A. Mazaheri. Convenience yield, mean reverting prices, and long memory in the petroleum market[J]. *Applied Financial Economics*, 1999, 9: 31- 50.
- [11] Cantekin Dincerler, Zeigham Khokher and Timothy Simin. The convenience yield and risk premia of storage [M]. 2004.
- [12] Ahmet E. Kocagil. Optionality and daily dynamics of convenience yield behavior: an empirical analysis [J]. *The Journal of Financial Research* 2004, XXVII (1): 143- 158.

## Options Pricing of the Convenience Yield for Futures and Its Demonstration

AN Ning, LIU Zhi- xin

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** This article applies an extension of the Black- Scholes option pricing model, which is based on the foreign theory of convenience yield, to portray the character of convenience yield in Chinese futures market. The results show that the convenience yield can be seen as a call option in characters and priced by option pricing model. Furthermore, the convenience yield in Chinese futures market shows some specialties different from the theory.

**Key words:** convenience yield; call option; futures pricing