

威布尔型多不可修部件备件需求确定方法

刘天华¹, 张志华², 李庆民¹, 刘君¹

(1. 海军工程大学 兵器工程系, 武汉 430033; 2. 海军工程大学 理学院, 武汉 430033)

摘要 针对 Weibull 型多不可修部件的备件需求确定问题, 提出一种基于 Monte-Carlo 模拟的方法, 能够较为方便地得到结果, 该方法同样也适用于其它几种分布类型备件量的确定。在此基础上, 又研究了工程应用中利用指数方法确定 Weibull 型备件需求量的适应性问题。从理论上证明了利用指数方法近似计算单部件的备件量具有保守性, 并通过实例计算表明指数方法确定多部件备件量也具有保守性。简要分析了保守的程度与保障时间、保障度、部件数量以及 Weibull 形状参数的关系。最后给出指数方法的应用时机。

关键词 Weibull 型多不可修部件; 备件需求; Monte-Carlo 模拟; 指数方法

Determination method of the spare demand for multiple components with Weibull distribution

LIU Tian-hua¹, ZHANG Zhi-hua², LI Qing-min¹, LIU Jun¹

(1. Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. Department of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract As to the spare demand of the multiple irreparable components of the Weibull type, the method of Monte-Carlo simulation is employed to compute the demand of spare conveniently. This method is also applicable to the types of spare with other distributions. Furthermore, the adaptability that using the exponential method to acquire the spare demand of Weibull type in engineering application is studied. By reasoning, the result indicates the conservativeness of the exponential method to calculate the spare demand for the single component approximately. The practical example also shows the conservativeness of the exponential method in the condition of multiple components. The extent of conservativeness is mainly related to the supporting time, supporting grade, component number and the shape parameter of the distribution through brief analysis. Finally, the application occasion of the exponential method is presented.

Keywords multiple irreparable components of the Weibull type; spare demand; Monte-Carlo simulation; exponential method

1 引言

备件数量的确定是装备综合保障中的核心问题之一, 它需要综合考虑装备的保障度要求、装备数量、备件的种类、可靠性以及成本等因素。根据备件的需求信息进行科学合理地配置, 不仅可以有效降低备件的短缺率, 提高装备的可用度, 还可以减少积压, 大大降低保障费用。美国海军早就十分重视备件数量的确定, 从 20 世纪 70 年代起就开始对传统的舰上携带备品备件确定方法和理论进行反思和改革, 陆续开发出了基于需求的备件库存数学模型, 以可用度为中心的备件库存模型以及基于战备完好性的备件配备模型, 为确保海军舰队的战备完好性提供决策支持^[1]。我军装备保障信息化建设已经开展多年, 在备件需求确定及管理方面也已展开了相关研究并取得了一定的成果。

在备件需求的研究中, 非指类型备件量的确定是当前的研究热点和难点之一。文献 [2-3] 等针对单不可修部件组成的系统, 建立了指类型、正态型、Weibull 型等几种典型备件的需求量模型。然而除指类型和正态

收稿日期: 2010-06-03

资助项目: 总装预研基金 (51327020105, 51304010206); 海军工程大学博士生创新基金 (HGBSJ2011009)

作者简介: 刘天华 (1984-), 男, 博士研究生, 研究方向: 装备综合保障, 武器系统仿真与试验等; 张志华 (1965-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 装备综合保障、可靠性等。

型备件需求模型外, 其它几种类型备件的需求模型十分复杂, 如 Weibull 型备件需求模型是通过复杂的卷积计算得到的一个多重无穷级数, 直接利用该模型进行计算难度较大, 故工程中一般不采用; 其次, 对于由多个不可修部件组成的系统, 针对部件串联或并联结构的情况研究较多, 如文献 [4-6] 等, 而对现实存在较为普遍的多个相同部件同时工作时备件的需求情况研究较少。当部件为非指数分布, 例如 Weibull 分布, 如果按照单备件需求的解决办法来求解多部件的备件量, 则需要在卷积的基础上再进行卷积计算, 其复杂程度比单部件模型更高; 再次, 求解备件的需求量, 必须首先客观地确定备件的寿命分布, 而在有关备件的可靠性信息比较少的情况下, 准确地拟合出备件的寿命分布类也是十分困难的^[7-8]。在此情况下, 实际应用中常常就直接假定备件服从与其平均寿命相等的指数分布, 利用指数型备件的需求模型(以下简称指数方法)来近似计算其它类型的备件需求量。这种方法得到的结果是否能满足实际需要, 也少有文献研究。

针对 Weibull 型多不可修部件同时工作时的备件需求问题, 本文提出采用 Monte-Carlo 模拟的方法, 计算在给定保障度下的备件量。在此基础上, 研究利用指数方法确定 Weibull 型备件需求量的适应性问题。并给出指数方法保守性的理论证明。简要分析保守的程度与保障时间、保障度、部件个数以及形状参数的关系。最后给出指数方法的应用时机。

2 Weibull 型多部件备件需求模型

如图 1 所示, 是实际应用中存在较为广泛的由 $m(m \geq 1)$ 且 m 为正整数) 个不可修的相同部件同时工作时的示意图。假设部件发生故障后立即换上新的备件, 即更换时间忽略不计。那么研究这些部件在给定时间 $(0, T]$ 内的备件需求问题, 实际上是要研究这些部件在 $(0, T]$ 内所发生故障次数的统计规律。设部件都是独立同分布的, 其分布函数和密度函数分别为 $F(t), f(t)$ 。那么: 对于第 1 个部件, 在时间 $(0, T]$ 内, 若可能发生的故障次数为 n_1 , 则需要配置 n_1 个备件。这 n_1 个备件的寿命分别为 X_{1i} ($i = 1, 2, \dots, n_1$), 则累积工作时间为

$$S_{1n_1} = X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n_1} \quad (1)$$

的分布函数为 $F^{(n_1)}(t) = P\{S_{1n_1} \leq t\} = \int_0^t f^{(n_1)}(t)dt$ 。令 $N_1(t) = \sup\{n_1, X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n_1} \leq t\}$ 。则 $\{N_1(t), t > 0\}$ 是更新分布为 $F(t)$ 的更新过程^[9]; 类似地, 对于第 2 个部件, 也有 $F^{(n_2)}(t) = P\{S_{2n_2} \leq t\} = \int_0^t f^{(n_2)}(t)dt$, 以及 $N_2(t) = \sup\{n_2, X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2n_2} \leq t\}$; 第 m 个部件, 有 $F^{(n_m)}(t) = P\{S_{mn_m} \leq t\} = \int_0^t f^{(n_m)}(t)dt$, $N_m(t) = \sup\{n_m, X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mn_m} \leq t\}$ 。那么这 m 个部件在时间 $(0, T]$ 内总的故障次数 $N(T)$ 为:

$$N(T) = N_1(T) + N_2(T) + \dots + N_m(T) \quad (2)$$

则这 m 个部件在时间 $(0, T]$ 内不超过 n 次故障的概率, 即保障度 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 为:

$$\alpha = P\{N(T) \leq n\} \quad (3)$$

式 (3) 给出了保障度与备件需求量的基本关系。要得到等号右边概率 $P\{N(T) \leq n\}$ 的具体的表达式, 实际上需要通过多重卷积计算。当备件为指数型且分布为 $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ 时, 可推出保障度与备件需求量的关系式为

$$\chi_{1-\alpha}^2[2(n+1)] = 2m\lambda T \quad (4)$$

然而, 并非所有类型的备件通过多重卷积后能得到具体的表达式。除指数型外, 其它类型的备件求解过程与表达形式都较为复杂, 不方便实际的应用。文献 [10] 给出了正态分布、Weibull 分布、Gamma 分布等类型单部件备件的需求量模型。该文献得到的 Weibull 型备件需求模型是一个多重无穷级数, 计算起来比较困难。在此基础上, 要得到多部件工作的备件需求模型, 则在单部件模型卷积计算的基础上还要再进行卷积计算, 其计算复杂程度将更高, 要得到具体表达式也更加困难。因此有必要寻找一种方便可行的计算方法。

3 备件需求的算法设计与实现

3.1 算法设计

由第 1 节可以看出, 确定多部件备件需求量的关键是计算事件 $A_n = \{N(T) \leq n\}$ 的概率。为了方便获得 $P\{N(T) \leq n\}$, 根据大数定律, 可以采用 Monte-Carlo 方法对事件 A_n 是否发生进行模拟, 估计事

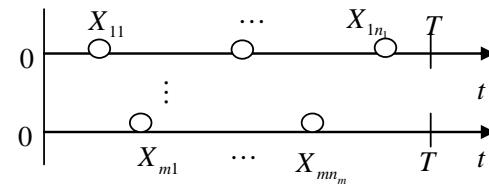


图 1 多个部件工作示意图

件 A_n 的概率。由于总的故障次数 $N(T)$ 是每个部件的故障次数之和，所以首先要得到每个部件的故障次数 $N_1(T), N_2(T), \dots, N_m(T)$ 。

对于第 1 个部件的故障次数 $N_1(t) = \sup\{n_1, X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n_1} \leq t\}$ ，由于 $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1k}$ 是独立同分布的随机变量，于是可以模拟产生 k 个独立同分布的随机数据 $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}$ ，判断事件 $B(k) = \{X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1k} \geq T\}$ 是否发生。若 B_k 发生，则记下 $N_1(T) = k - 1$ ；否则， k 增加 1，再进行模拟，直到获得 $N_1(T)$ ，即第 1 个部件的故障次数。同理能依次得到 $N_2(T), N_3(T), \dots, N_m(T)$ 。那么总的故障次数 $N(T) = N_1(T) + N_2(T) + \dots + N_m(T)$ 。以上为 1 次实验，记 $N(1) = N(T)$ 。

重复上述模拟过程 N 次，能得到一个由 N 个数据组成的一维数组，即 $N' = \{N(1), N(2), \dots, N(N)\}$ 。统计出数组 N' 中取值为 $i (= 0, 1, 2, \dots)$ 的个数，分别记为 f_0, f_1, f_2, \dots 。由此可以分别求出故障次数等于 i 的频率 $\hat{P}(N(T) = i) = f_i/N$ 。根据大数定律，当模拟次数 N 较大时， $\hat{P}(N(T) = i)$ 与概率 $P(N(T) = i)$ 相差很小。在不引起混淆的情况下，可将 $\hat{P}(N(T) = i)$ 与 $P(N(T) = i)$ 不加区别。

有了 $P(N(T) = i)$ ，根据 $P(N(T) \leq i) = \sum_{j=0}^i P(N(T) = j)$ ，能立即得到故障次数不超过 $i (= 0, 1, \dots)$ 的概率 P_0, P_1, \dots, P_i 以及所需的备件的个数。其中， i 的大小可根据实际经验来确定。由于 P_i 显然是随着 i 的增大而逐渐增大的，且 $\lim_{i \rightarrow \infty} P_i = 1$ 。因此存在自然数 k_0 ，使得 $P_{k_0} \leq \alpha \leq P_{k_0+1}$ 。利用插值法就可以求得在保障度 α 下的备件需求量为：

$$n = k_0 + 1 + \frac{\alpha - P_{k_0}}{P_{k_0+1} - P_{k_0}} \quad (5)$$

综上所述，利用 Monte-Carlo 方法确定多部件的备件需求量是十分方便的，适用于任何分布类型的部件。在估计 P_i 时，应加大模拟次数 N 。为了保证概率 P_i 的估计精度，由中心极限定理可知：

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \left[\frac{\sqrt{N}(\hat{P}_i - P_i)}{P_i(1 - P_i)} < x \right] = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2) dt \quad (6)$$

因此，对于给定估计误差 $\varepsilon > 0$ ，则 $|\hat{P}_i - P_i| < \varepsilon$ 的概率为

$$P[|\hat{P}_i - P_i| < \varepsilon] \approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{N}{P_i(1 - P_i)}}\right) - 1 \quad (7)$$

为保证 \hat{P}_i 与 P_i 的误差小于 ε 的概率大于 β ，要求模拟次数 N 应满足：

$$2\Phi\left[\varepsilon\sqrt{\frac{N}{P_i(1 - P_i)}}\right] - 1 \geq \beta,$$

化为

$$N \geq \frac{u_{(1+\beta)/2}^2}{\varepsilon^2} P_i(1 - P_i).$$

而 $P_i(1 - P_i) \leq 1/4$ ，因此模拟次数应满足

$$N \geq \frac{u_{(1+\beta)/2}^2}{4\varepsilon^2} \quad (8)$$

能保证 P_i 的精度。例如取 $\varepsilon = 1\%$, $\beta = 95\%$ ，查表得出： $N \geq 9604$ 。

3.2 算法实现

根据算法设计，对于 m 个分布为 $G(t) = 1 - \exp(-\lambda't^\beta)$ 的 Weibull 型部件，保障时间为 T ，保障度为 α 时所需备件需求量的具体步骤如下：

步骤 1 初始化 $i = 1$ ；

步骤 2 初始化 $m = 1$ ；

步骤 3 初始化 $k = 1$ ；

步骤 4 由标准均匀分布 $U(0, 1)$ 独立产生 k 个随机数 $u_{m1}, u_{m2}, \dots, u_{mk}$ ；

步骤 5 计算 $X_{mj} = [-\frac{1}{\lambda'} \ln(1 - u_{mj})]^{1/\beta}$, $j = 1, 2, \dots, k$ ，得到 k 个 Weibull 分布的随机变量；

步骤 6 判断事件 $A_{mk} = \{X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mk} \geq T\}$ 是否发生，若发生，则记下 $N_1 = k - 1$ ，否则， k 增加 1，重复步骤 4-5；

步骤 7 m 增加 1，重复步骤 3-6，能得到 N_1, N_2, \dots, N_m ，则计算出 $N(i) = \sum_{j=1}^m N_j$ ；

步骤8 i 增加1, 重复步骤2-7共 N 次, 能得到一个由 N 个数据组成的数组 $N' = \{N(i), i = 1, 2, \dots, N\}$, 分别统计出该数组中等于 $0, 1, 2, \dots, l$ 的个数 f_0, f_1, \dots, f_l . 然后分别求出 $P(N(T) = 0) = f_0/N, P(N(T) = 1) = f_1/N, \dots, P(N(T) = l) = f_l/N$; 接着根据 $P_l = P(N(T) \leq l) = \sum_{j=0}^l P(N=j)$ 计算出 P_0, P_1, \dots, P_l .

步骤9 比较 α 与 P_0, P_1, \dots, P_l , 找到 $P_{k_0} \leq \alpha \leq P_{k_0+1}$, 根据 $n = k_0 + 1 + \frac{\alpha - P_{k_0}}{P_{k_0+1} - P_{k_0}}$ 求出需求量 n .

同理, 对于其它类型备件(包括指数型), 在确定分布等参数后也能按照上述步骤来求解备件需求量.

4 备件需求量的指数方法及适应性问题

在实际应用中, 备件寿命分布的确定是十分困难的, 特别是在有关备件可靠性信息较少的情况下, 准确确定其寿命分布比较困难. 在此情况下, 人们常常采用指数方法即假定备件服从指数分布, 按指数模型来近似计算备件需求量. 这种方法获得的结果是否满足要求, 有必要进行研究.

设分布为 $G(t) = 1 - \exp(-\lambda't^\beta)$ 的Weibull型单部件, 其平均寿命为 $\mu = \frac{1}{\lambda'^{1/\beta}} \Gamma(1 + 1/\beta)$. 根据备件的平均寿命 μ 可先确定出分布函数 $F(t) = 1 - \exp(-t/\mu)$, 然后再利用指数型备件需求模型计算.

对于Weibull型单部件的情况, 根据文章后面的论证可知, 利用指数方法确定的需求量与实际相比具有保守性. 于是本文称指数方法获得的结果为保守需求量, 而2.2节Monte-Carlo方法得到的结果称为“精确需求量”. 为比较两者的差别, 首先给出下面的定理.

定理4.1 当Weibull形状参数 $\beta > 1$, 且 $t < \mu$ 时, 有 $G(t) \leq F(t)$.

证明 显然 $\beta > 1$ 时, 有 $\Gamma(1 + 1/\beta) < 1$, 又 $t < \mu$, 即 $\frac{\mu}{t} > 1$, 那么

$$\left[\frac{\mu/t}{\Gamma(1 + 1/\beta)} \right]^\beta \geq \frac{\mu}{t},$$

简化为:

$$t^{\beta-1} \leq \frac{\mu^{\beta-1}}{\Gamma^\beta(1 + 1/\beta)} = (\lambda'\mu)^{-1},$$

即 $\lambda't^\beta \leq \frac{t}{\mu}$, 从而有: $G(t) \leq F(t)$.

在定理4.1基础上, 利用数学归纳法容易证明对于任意正整数 k , 有 $G^{(k)}(t) \leq F^{(k)}(t)$. 那么:

$$P(N(T) \leq n) = 1 - P\{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_{n+1} < T\} = 1 - G^{n+1}(T) \geq 1 - F^{n+1}(T) = \alpha \quad (9)$$

由此不等式可知, 在备件的数量 n 相等时, Weibull型的保障度要大于指数型的保障度. 那么在同一保障度下, 指数型的备件量要比Weibull型多. 说明指数方法得到的结果是满足保障度要求的, 且具有保守性. 同理, 对于多个Weibull型部件同时工作时的备件情况, 指数方法计算也具有保守性.

评价指数方法近似结果的保守性一般用相对误差(这里可称其为“保守度”)来衡量, 即:

$$\sigma = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \quad (10)$$

其中, n_2 代表指数方法得到的结果, n_1 代表真实需求量, 也即Monte-Carlo方法得到的结果.

5 实例分析

对于Weibull型多部件同时工作, 首先利用Monte-Carlo方法计算在给定保障度下的精确需求量 n_1 , 再利用指数方法计算出其保守需求量 n_2 , 并由此计算出保守度 σ , 具体实现步骤为:

1) 根据Weibull分布的参数 λ', β , 计算 $\mu = \frac{1}{\lambda'^{1/\beta}} \Gamma(1 + 1/\beta)$, 按照 $\lambda = 1/\mu$ 得出 λ . 为方便比较, 可将部件的平均寿命确定为1, 以此来选取不同的备件寿命分布参数 (β, λ') , 如可取参数为: $(\beta, \lambda') = (1.5, 0.8577)$ 或 $(\beta, \lambda') = (2.0, 0.7584)$;

2) 给定时间 T , 保障度 α , 和部件数量 m , 根据式(4)计算出保守需求量 n_2 . 保障度 α 分别取0.80、0.90, 保障时间 T 分别取 $1/8, 1/6, 1/4, 1/3, 1/2, 1$. 部件的个数取 $m = 1, 5, 10, 50, 100$;

3) 利用Monte-Carlo方法计算出需求量 n_1 , 为保证计算精度, 模拟次数 N 取10000.

4) 根据式(10)计算出保守度 σ .

计算结果分别见表1-3. 表格中的三行数据自上而下分别为保守需求量 n_2 、精确需求量 n_1 和保守度 σ . 需要指出的是, 第2步保守需求量的计算也可以利用Monte-Carlo模拟方法, 得出的结果与利用式(4)计算的值相吻合, 这正好表明利用Monte-Carlo方法计算多部件备件需求量结果的正确性与可信性.

表 1 参数为 $(\beta, \lambda') = (1.5, 0.8577)$, $\alpha = 0.8$ 时的保守需求量、精确需求量及保守度

	$T = 1/8$	$T = 1/6$	$T = 1/4$	$T = 1/3$	$T = 1/2$	$T = 1$
$m = 1$	0.9065	0.9451	1.1089	1.3495	1.6380	2.3493
	0.8332	0.8514	0.8895	0.9413	1.2399	1.8656
	8.8%	11.01%	24.67%	43.37%	32.11%	25.93%
$m = 5$	1.7914	2.0214	2.6941	3.2333	4.3175	7.3621
	0.9716	1.2478	1.6764	1.9662	2.8460	5.5921
	84.38%	62.00%	60.71%	64.44%	51.70%	31.65%
$m = 10$	2.6941	3.2333	4.3175	5.3556	7.3621	13.1158
	1.4203	1.7173	2.4597	3.0893	4.7278	9.8433
	89.69%	88.28%	75.53%	73.36%	55.72%	33.25%
$m = 50$	8.8172	11.2285	15.9256	20.5714	29.6716	56.4125
	3.5711	4.7403	7.6472	10.6983	17.7404	41.7950
	146.90%	136.87%	108.25%	92.29%	67.25%	34.97%
$m = 100$	15.9256	20.5714	29.6716	38.6547	56.4125	108.8691
	5.8120	8.2723	13.6006	19.6364	33.3342	80.3462
	174.01%	148.68%	118.16%	96.85%	69.23%	35.50%

表 2 参数为 $(\beta, \lambda') = (1.5, 0.8577)$, $\alpha = 0.9$ 时的保守需求量、精确需求量及保守度

	$T = 1/8$	$T = 1/6$	$T = 1/4$	$T = 1/3$	$T = 1/2$	$T = 1$
$m = 1$	1.1587	1.3793	1.6225	1.7682	1.9677	2.8929
	0.9351	0.9524	1.0288	1.3670	1.6727	2.3450
	23.91%	44.82%	57.71%	29.35%	17.64%	23.36%
$m = 5$	2.2889	2.6841	3.3381	3.9195	5.1321	8.5112
	1.4301	1.6862	1.9869	2.6151	3.5380	6.4441
	60.05%	59.18%	68.01%	49.88%	45.06%	32.08%
$m = 10$	3.3381	3.9195	5.1321	6.3114	8.5112	14.6824
	1.8221	2.1417	2.8987	3.8183	5.5530	10.9437
	83.20%	83.01%	77.05%	65.29%	53.27%	34.16%
$m = 50$	10.0456	12.6658	17.6596	22.5277	32.0024	59.6794
	4.2183	5.6720	8.6894	12.0625	19.4841	44.2292
	138.14%	123.30%	103.23%	86.76%	64.25%	34.93%
$m = 100$	17.6596	22.5277	32.0024	41.3527	59.6794	113.4316
	6.8278	9.4354	15.1831	21.4387	35.8691	83.8983
	158.64%	138.76%	110.78%	92.89%	66.38%	35.20%

从表 1-3 的结果可以看出, 利用指数方法计算 $m > 1$ 时 Weibull 型多部件情况时, 结果也是保守的. 具体有如下规律:

- 1) 在备件分布参数、保障度及保障时间一定的情况下, 指数方法的保守度随着部件数量 m 的增多而增大;
- 2) 在相同条件下, 两种方法得到的需求量之差随保障时间增长逐渐增大, 而指数方法的保守度随保障时间增长而逐渐减小;
- 3) 在相同条件下, 指数方法的保守度随着保障度要求的提高总体呈减小趋势;
- 4) 在相同条件下, 指数方法的保守度随着形状参数 β 的增大而增大. 如表 3 中的保守度明显比前两个表中相应的保守度要大.

在工程应用中, 指数方法的保守度在什么范围内可以接受因实际情况而定. 通常对于比较简单的 Weibull 型多部件或系统, 如一些电子、机械类产品, 其形状参数一般是介于 1-2 之间的, 部件数量 m 一般在 10 个数量级以内, 当保障时间在平均寿命以内时, 利用指数方法得到的结果与真实值相差不大, 保守度小于 1. 例如以 10 个平均寿命为 8 年的部件为例, 其形状参数 β 为 1.5, 保障时间为 8 年, 保障度为 0.8 的情况下, 精确量和保守量相差 3.273, 保守度为 33.25%. 而对于比较复杂的系统, 部件数量 m 较多时或者形状参数大于

2, 此时即使保障时间较短, 指数方法得到的结果会比真实值保守很多, 如 m 取 100 个, 其它条件不变, 保守度为 35.50%, 而误差达到 28.52.

表 3 参数为 $(\beta, \lambda') = (2.0, 0.7584)$, $\alpha = 0.8$ 时的保守需求量、精确需求量及保守度

	$T = 1/8$	$T = 1/6$	$T = 1/4$	$T = 1/3$	$T = 1/2$	$T = 1$
$m = 1$	0.90652	0.9451	1.1089	1.3495	1.6380	2.3493
	0.8105	0.8204	0.8420	0.8723	0.9731	1.7273
	11.85%	15.20%	31.70%	54.71%	68.33%	36.01%
$m = 5$	1.7914	2.0214	2.6941	3.2333	4.3175	7.3621
	0.8472	0.8999	1.1009	1.5313	2.1924	4.8266
	111.45%	124.62%	144.72%	111.15%	96.93%	52.53%
$m = 10$	2.6941	3.2333	4.3175	5.3556	7.3621	13.1158
	0.8980	0.9955	1.6155	2.0048	3.4289	8.4863
	200.01%	224.79%	167.25%	167.14%	114.71%	54.55%
$m = 50$	8.8172	11.2285	15.9256	20.5714	29.6716	56.4125
	1.7720	2.4626	4.1627	6.3516	12.0964	35.5586
	397.58%	355.96%	282.58%	223.88%	145.29%	58.65%
$m = 100$	15.9256	20.5714	29.6716	38.6547	56.4125	108.8691
	2.6622	3.8745	7.1219	11.3908	22.1182	68.0976
	498.21%	430.94%	316.62%	239.35%	155.05%	59.87%

通过以上分析, 能够得出指数方法的应用时机一般是在备件的形状参数介于 1~2 之间, 部件数量 m 在 10 个以内, 且保障时间在平均寿命以内时, 得到的结果是合理可行的, 能够满足保障要求, 且保守度较低. 对于其它情况, 可以对指数方法的结果进行修正. 至于如何进行修正还有待进一步研究.

参考文献

- [1] Sherbrooke C C. Optimal Inventory Modeling of Systems[M]. Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishes, 2004:
- [2] 李金国, 丁红兵. 备件需求量计算模型分析 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2000(3): 11~14.
Li J G, Ding H B. Calculation models of spare part capacity[J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2000(3): 11~14.
- [3] 孙建国, 夏长俊, 赵修平, 等. 引进装备备件可靠性及保障研究 [J]. 海军航空工程学院学报, 2010, 25(1): 97~100.
Sun J G, Xia C J, Zhao X P, et al. Research on spare parts reliability and support of imported equipment[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2010, 25(1): 97~100.
- [4] 郭继周, 张建军, 郭波, 等. 多个并行并联作战单元备件优化配置建模 [J]. 火力与指挥控制, 2008, 33(6): 26~29.
Guo J Z, Zhang J J, Guo B, et al. Models of spare optimization allotment for air-defense combat unit with k/n components Configuration[J]. Fire Control and Command Control, 2008, 33(6): 26~29.
- [5] Admari S V, Zuo M J, Dill G. A fast and robust reliability evaluation algorithm for generalized multi-stage k -out-of- n systems[J]. IEEE Trans on Reliability, 2009, 58(1): 88~97.
- [6] 龙军, 康锐, 马麟, 等. 任意寿命分布的多部件系统备件配置优化算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(6): 698~700.
Long J, Kang R, Ma L, et al. Algorithm for spares optimization of system with multi-items with different life distributions[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(6): 698~700.
- [7] 刘新亮, 张涛, 郭波. 基于分布估计算法的备件优化配置 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(2): 144~150.
Liu X L, Zhang T, Guo B. Model of spare parts optimization based on estimation of distribution algorithms[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009, 29(2): 144~150.
- [8] 蔡景, 左洪福, 王华伟. 基于成本的民用航空发动机维修方案优化研究 [J]. 机械科学与技术, 2007, 26(2): 167~171.
Cai J, Zuo H F, Wang H W. Aviation engine maintenance program optimization based on maintenance cost[J]. Mechanical Science and Technology, 2007, 26(2): 167~171.
- [9] 程文鑫, 秦健, 张志华. 基于可靠性增长的备件需求模型及其统计分析 [J]. 北京理工大学学报, 2008, 28(3): 230~232.
Cheng W X, Qin J, Zhang Z H. Spare demand model and its statistical analysis with reliability growth hypothesis[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2008, 28(3): 230~232.
- [10] 张建军, 李树芳, 张涛, 等. 备件保障度评估与备件需求量研究 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2004(6): 18~22.
Zhang J J, Li S F, Zhang T, et al. Study on spare availability and optimization model[J]. Electronic Production Reliability and Environmental Testing, 2004(6): 18~22.