

## 多项目管理中依据资源的马氏链择优

耿显民, 刘志嘉

(南京航空航天大学 理学院, 南京 210016)

**摘要** 对众多需要实施项目进行优化选择, 找出合理的优先级标准的方法, 是多项目管理研究中需要解决的关键问题. 针对有限资源限制和众多项目需要实施的决策管理, 作者研究依据项目间资源转移矩阵找出优先级标准, 从项目设计和已实施的项目中提取项目间资源转移关系, 通过量化处理后构造资源转移概率矩阵, 则与该资源变化矩阵对应的马尔科夫链的平稳分布即为项目最终占用资源的比例序列或项目的影响程度序列; 以此作为评价项目优先级的标准, 确定项目重要程度的排序.

**关键词** 多项目管理; 马氏链; 平稳分布; 项目排序

## Markov chain optimal method base on resources in multi-project management

GENG Xian-min, LIU Zhi-jia

(College of Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** During the multi-project management research, finding out a reasonable priority standard to perform the optimization section of multi-project is the key issue that needs to be carried out. For the decision management of limited resources and numerous projects, the author provides the priority standard according to the transition matrix of resources among projects. And extract the transition relations of resources from the projects designed and implemented, then structure transition probability matrix of resources through quantifying the transition relations of resources among projects, the stationary distribution of the Markov chain which is corresponding to the resource matrix, is the ration sequence of final resources occupation or the influence level sequence; the authors take it as the criteria of evaluating the priority of projects and determining the ranking of significance.

**Keywords** multi-project management; Markov chain; stationary distribution; ranking for projects

### 1 引言

资料显示, 投资额度大、周期长、规模宏大、内部关系复杂的项目不断涌现, 高达 90% 的项目是在多项目环境下执行的<sup>[1]</sup>, 也就是说绝大部分的项目并不是孤立的, 因而, 资源竞争条件下的多项目排序在项目决策和管理中具有重要意义. 在多个项目同时实施的情况下, 往往涉及到不同项目之间的资源共享与冲突. 面对众多表面均具可行性的项目, 如何做出正确的项目组合选择, 使有限的资源科学合理地创造出更大的经济效益, 是企业和项目管理组织在项目管理中必须认真对待的问题.

项目管理问题的方法很多, 美国项目管理协会 (PMI) 提出了项目组合管理<sup>[2]</sup>, 在可利用的资源和组合战略计划的指导下, 进行多个项目或项目群投资的选择和支持; 项目组合管理的核心内容是进行项目组合选择, 即通过建立组合选择模型进行多个项目的选择评价, 优先选择符合企业战略目标的项目, 构建最优项目组合.

已有的多项目选择评价模型, 主要有层次分析法<sup>[3-5]</sup>、模糊综合评价法<sup>[3,6-8]</sup>、净现值法、整数规划法<sup>[9-11]</sup> (如目标规划模型、0-1 整数规划模型), 数据包络分析法<sup>[12]</sup>, 分支定界法<sup>[13]</sup>, 遗传算法<sup>[14-15]</sup>, 活动列表法<sup>[16]</sup>等. 但是这些方法有一个共同的特点: 考虑的是项目的时间安排, 而没有考虑项目间的相互影响.

收稿日期: 2010-03-29

资助项目: 国家自然科学基金 (10671197)

作者简介: 耿显民 (1956-), 男, 教授, E-mail: gengxm@nuaa.edu.cn.

具体来说,就是没有将项目间的影响量化到模型中去.然而,现实中很多项目之间是相互影响的.例如,R&D项目<sup>[17]</sup>的实施往往会受到其他项目的影响,既有由于资源有限而导致的竞争,也有项目之间的协作与依存形成的项目间资源的转移.若直接将现有的这些方法应用到相互影响的项目组合中,不符合实际情况,会大大降低选择的科学性和正确性.作者针对带有相互影响的多项目组合选择模型,通过构造资源转移概率矩阵,借助马氏链的平稳分布,给出项目最终占用资源或对其他项目影响的比例,以此作为评价项目优先级的标准,确定项目重要程度的排序.对应于资源转移概率矩阵,马氏链的平稳分布刻画每个项目占用资源和对其他项目影响及受影响的大小,若一个项目对应其平稳分布的值大则其优先级高,反之优先级低.

本文主要包括三部分:第二部分介绍了项目优先排序的模型并给出求解优先级的方法;第三部分给出了多项目管理的应用实例;第四部分是本文的总结.

## 2 马尔科夫链模型及求解

### 2.1 马尔科夫链模型

Robert 在 R&D 项目组合中将项目间的相互影响分为三类<sup>[17]</sup>:资源相互影响、效益相互影响和结果相互影响.资源相互影响是指项目组合所消耗的资源或成本不等于单个项目所消耗的资源或成本之和.通常情况下,项目组合所消耗的总资源或总成本小于单个项目的成本之和,即项目组合的选择会导致成本的节约和资源利用率的增加.如两个相关的项目被同时实施时,能够共享某些资源(人员或设备),即两个项目的实施总成本小于单个项目的实施成本.因为收益相互影响与结果相互影响多少都要受资源相互影响的影响,所以,研究的多项目管理模型是借助项目间的资源相互影响构造资源转移概率矩阵,以实施的项目(以点代表项目)作为马氏链的状态,从项目设计方案、已实施同类项目的数据、经验数据、技术预测等方面提取项目间资源转移关系或影响关系,通过统一的量化量纲处理后,构造资源转移矩阵,进而构造转移概率矩阵;以这种方法构造的马氏链的平稳分布,实际就是项目群中各个项目最终占用资源比例所成的序列;如果项目资源间的转移关系换成相互间的影响关系,马氏链的平稳分布就成为项目群中项目影响程度序列;以此作为评价项目优先级的标准,确定项目重要性排序,通过马氏链的平稳分布求解项目的优先级(重要性).

基于 Robert 的观点,我们的模型介绍如下:

设一个项目组合中有  $n$  个不同的项目,其对应标号为  $1, 2, \dots, n$ ,  $n$  个项目之间除了共享资源外相互独立.为了描述的方便,所有资源的大小都用货币数量来刻画.设  $x_{ij}$  表示项目  $j$  可以利用项目  $i$  的资源量,或项目  $i$  提供给项目  $j$  的资源量,  $x_{ii}$  表示项目  $i$  所需自身的资源量.令  $x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}$ .

以  $X(t)$  表示  $t$  时刻项目群运行(执行操作)的具体项目.可看出,  $\{X(t)\}$  是一个由图值马氏过程驱动的齐次马氏过程,其状态空间  $S$  是节点(项目)组成的集合.例如经济活动中,下一步项目的选择与目前实施的项目有关,与具体实施的时间关系不大.即项目之间的资源影响不受时间的限制,相互资源的影响不随时间的变化而变化.借助上面项目  $i$  与项目  $j$  间资源相互影响的定义,构造资源转移矩阵  $P = (p_{ij})$ ,其中  $p_{ij} = x_{ij}/x_i$ .这里,  $P$  是  $\{X(t)\}$  的转移矩阵.周知,有限不可约马氏链  $\{X(t)\}$  的平稳分布反映项目占用资源或对其他项目影响的程度,因此,从平稳分布我们可以确定项目重要程度的排序.

下面,以五个项目组成的多项目组合为例说明资源转移矩阵  $P$  的构造;以标号  $1, 2, 3, 4, 5$  对应具体的项目,它们之间资源相互影响示意图如下所示(见图 1),其中,自身相互连接表示该项目本身所需的资源,箭头的走向表示资源的流向,箭头上方的数字表示项目对其他项目资源的影响大小;例如,项目 4 有一个箭头指向项目 1,表示项目 4 给出项目 1 资源;项目 4 到项目 1 上的数字 2 表示项目 4 提供项目 1 的资源量为 2.

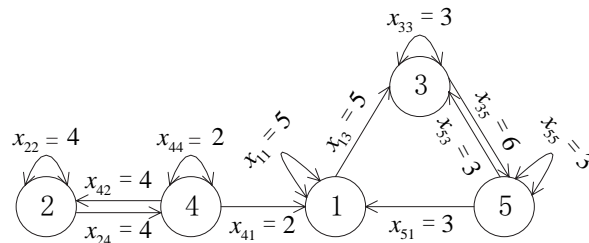


图 1 五个项目间资源转移图

我们写出五个项目间资源转移和资源相互影响矩阵为:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

其标准化矩阵即为转移概率矩阵  $P$ , 即

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

## 2.2 重要性排序的求解

项目的重要性, 表现项目在资源方面对其他项目的支持, 重要性的值越大其优先级越高; 反之, 重要性的值越小其优先级越低. 项目的重要性通过以下方法得到: 由资源转移和资源相互影响矩阵, 构造马氏过程的转移矩阵, 项目的重要性指标由马氏过程的平稳分布  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ , 给出, 其中,  $\pi$  是方程组  $\pi P = \pi$  的解<sup>[18]</sup>.  $\pi$  的各个分量的值对应项目的重要性, 通过数值大小确定项目的重要性排序. 项目对应  $\pi$  中的值越大, 表示项目越重要.

说明: 1) 为保证马氏过程不可约, 对  $P$  做以下修正: 若在多项目的资源转移和资源相互影响矩阵中, 有一行对角线位置上的元素不等于 0 而其他位置上的都等于 0, 即该行所代表的项目不能给其他的项目提供资源且可能要用其他项目的资源, 则该行对应标号的项目应最后实施, 且在资源相互影响矩阵中删掉该项目对应标号的行与列. 其他项目的优先级按照对新的  $(n-1) \times (n-1)$  转移矩阵求平稳分布给出. 2) 若在多项目的资源相互影响矩阵中有  $m(m \geq 2)$  行对角线位置上的元素不等于 0 而其他位置上的元素都等于 0, 则类似于 1) 的操作, 在资源相互影响矩阵中删掉与这  $m$  个项目对应标号的行与列, 其他项目的优先级按照对新  $(n-m) \times (n-m)$  转移矩阵求平稳分布给出. 对这  $m$  个项目排序依据实际对其它项目的影响 (供给其它项目的资源量) 的多少来进行, 即供给其它项目的资源量大, 则优先级较其它的项目高.

## 2.3 实例

下面, 我们给出实际中的例子. 选择 9 个项目管理排序的例子. 由实际调查, 计划的 9 个项目间资源转移数据如下:

表 1 九个项目间资源转移数据

编号	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
I	46368196	305197	64	77933	17287	48665195	11932996	2996522	4236528
II	887315	1011979	186662	64060	41816	433336	379976	56634	282643
III	9451	9607	322143	30022	63101	27101	73119	0	0
IV	0	0	0	978693	0	0	0	0	0
V	83659	28957	2654	10269	772670	118081	0	0	0
VI	15717460	3940	14028	6182	0	19517192	34969	2434574	1749
VII	168426	23448	64796	10782	14732	187456	30506082	18930159	439733
VIII	45064	129048	125571	71161	78637	101078	253921	8387171	575411
IX	758143	264976	39489	31869	31734	149565	75440	112318	9390378

基于上面的资源转移和资源相互影响矩阵, 给出这 9 个项目的优先级排序. 我们可以看到资源相互影响矩阵中项目 IV 仅对角线上的值不为 0, 我们把上面的资源转移和资源相互影响矩阵修正为:

$$\begin{pmatrix} 46368196 & 305197 & 64 & 17287 & 48665195 & 11932996 & 2996522 & 4236528 \\ 887315 & 1011979 & 186662 & 41816 & 433336 & 379976 & 56634 & 282643 \\ 9451 & 9607 & 322143 & 63101 & 27101 & 73119 & 0 & 0 \\ 83659 & 28957 & 2654 & 772670 & 118081 & 0 & 0 & 0 \\ 15717460 & 3940 & 14028 & 0 & 19517192 & 34969 & 2434574 & 1749 \\ 168426 & 23448 & 64796 & 14732 & 187456 & 30506082 & 18930159 & 439733 \\ 45064 & 129048 & 125571 & 78637 & 101078 & 253921 & 8387171 & 575411 \\ 758143 & 264976 & 39489 & 31734 & 149565 & 75440 & 112318 & 9390378 \end{pmatrix}.$$

记上面的资源相互影响矩阵为  $A$ ,  $A$  标准化得矩阵  $P$  (取小数点后四位):

$$\begin{pmatrix} 0.4049 & 0.0027 & 0 & 0.0002 & 0.4249 & 0.1042 & 0.0262 & 0.0370 \\ 0.2705 & 0.3085 & 0.0569 & 0.0127 & 0.1321 & 0.1158 & 0.0173 & 0.0862 \\ 0.0187 & 0.0190 & 0.6385 & 0.1251 & 0.0537 & 0.1449 & 0 & 0 \\ 0.0832 & 0.0288 & 0.0026 & 0.7680 & 0.1174 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4166 & 0.0001 & 0.0004 & 0 & 0.5174 & 0.0009 & 0.0645 & 0 \\ 0.0033 & 0.0005 & 0.0013 & 0.0003 & 0.0037 & 0.6061 & 0.3761 & 0.0087 \\ 0.0046 & 0.0133 & 0.0130 & 0.0081 & 0.0104 & 0.0262 & 0.8650 & 0.0593 \\ 0.0701 & 0.0245 & 0.0036 & 0.0029 & 0.0138 & 0.0070 & 0.0104 & 0.8677 \end{pmatrix}.$$

通过解方程  $\pi P = \pi$ , 得平稳分布  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9)$ . 这里, 我们使用 Matlab 软件求方程组的解. 解的结果为:

$$\begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_5 \\ \pi_6 \\ \pi_7 \\ \pi_8 \\ \pi_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15113497885175 \\ 0.01623188213345 \\ 0.01753722615180 \\ 0.02514532494036 \\ 0.15959784488849 \\ 0.07799710455742 \\ 0.34123651014934 \\ 0.21111912832739 \end{pmatrix}.$$

通过平稳分布我们可以看出,  $\pi_8$  对应的值最大,  $\pi_2$  对应的值最小, 即  $\pi_8 > \pi_9 > \pi_6 > \pi_1 > \pi_7 > \pi_5 > \pi_3 > \pi_2$ , 又因为项目 IV 对其他项目的资源支持为 0, 所以, 多项目重要性的先后顺序为: 项目 VIII, 项目 IX, 项目 VI, 项目 I, 项目 VII, 项目 V, 项目 III, 项目 II, 项目 IV.

### 3 总结

尽管目前针对资源有限的多项目管理的项目优先级排序的方法很多, 但是这些方法大部分考虑各个项目完成的时间; 项目对资源的需要是多项目决策和管理中, 项目优先级的一个重要度量. 为了解决多项目管理研究中项目重要性排序问题, 以多项目管理中项目与项目间的资源转移和资源相互影响为切入点, 构造马氏链, 通过马氏链的平稳分布确定项目的优先级; 最后通过实例说明本文方法的应用.

这里提出的依据项目对其它的影响作为评价项目重要性的标准并不一定全面客观, 它仅在特定环境目标下适应. 项目管理中评价项目重要性的更全面标准的研究, 有待于进一步的努力.

### 参考文献

- [1] Turnerjr. The Hand Book of Project Based Management[M]. London: McGraw-Hill, 1993.
- [2] (美) 项目管理协会. 项目管理知识体系指南 [M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2004.  
(USA) Project Management Institute. A Guide to Project Management Body of Knowledge[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004.
- [3] 徐维祥, 张全寿. 从定性到定量信息系统项目评价方法研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(3): 124-127.  
Xu W X, Zhang Q S. Study on evaluation method for information system projects from qualitative analysis to quantitative analysis[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2001, 21(3): 124-127.

- [4] 饶扬德. 投资项目选择的评价指标体系和层次灰色评价模型 [J]. 工业技术经济, 2004, 23(2): 71–72.  
Rao Y D. Evaluating index system of the invested project selecting and hierarchy gray evaluation model[J]. Journal of Industrial Technological Economics, 2004, 23(2): 71–72.
- [5] 陈学中, 李光红. 投资项目选择的 AHP 模型及其应用 [J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(2): 82–85.  
Chen X Z, Li G H. An AHP model applied to investment project selection[J]. Systems Engineering & Electronics, 2001, 23(2): 82–85.
- [6] 李朝明. 企业信息化建设项目的经济效益评价方法 [J]. 情报科学, 2001, 19(61): 568–570.  
Li C M. A discussion on the evaluation of economic benefits of enterprise information[J]. Information Science, 2001, 19(61): 568–570.
- [7] 陈学中, 马力, 李光红. 投资项目选择的评价体系和模糊评价模型 [J]. 数量经济技术经济研究, 2001, 10: 55–58.  
Chen X Z, Ma L, Li G H. Evaluating system of the invested project selecting and fuzzy comprehensive evaluating model[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2001, 10: 55–58.
- [8] 王祥望, 杜纲, 齐庆祝. 项目群管理中项目选择方法的研究 [J]. 工业工程, 2004, 7(6): 37–40.  
Wang P W, Du G, Qi Q Z. Project choice approach for programme management[J]. Industrial Engineering Journal, 2004, 7(6): 37–40.
- [9] 陈学中, 李光红. 投资项目选择的目标规划模型及其应用 [J]. 数量经济技术经济研究, 2001, 18(2): 102–105.  
Chen X Z, Li G H. Goal programming model of the invested project selecting and their applications[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2001, 18(2): 102–105.
- [10] 彭英武, 宁艳芳. 关于项目选择的整数规划模型分析 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2001, 29(8): 39–40, 43.  
Peng Y W, Ning Y F. Analysis of project election based on integer program[J]. Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition, 2001, 29(8): 39–40, 43.
- [11] 席酉民, 杨列勋. R&D 项目评估整体模型研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(10): 105–112.  
Xi Y M, Yang L X. Study on whole life process evaluation of R&D project[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2002, 22(10): 105–112.
- [12] 李春好. 公益项目选择的模糊相对效率模型 [J]. 管理工程学报, 2002, 16(10): 80–83.  
Li C H. A fuzzy relative efficiency model for selecting public projects[J]. Industrial Engineering & Engineering Management, 2002, 16(10): 80–83.
- [13] Brucker P, Knust S, Schoo A, et al. A branch and bound algorithm for the resource-constrained project scheduling problem[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 107: 272–288.
- [14] Peteghem V V, Vanhoucke M. A genetic algorithm for the preemptive and non-preemptive multi-mode resource-constrained project scheduling problem[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 201: 409–418.
- [15] Mendes J J M, Goncalves J F. A random key based genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem[J]. Resende Computers & Operations Research, 2009, 36: 92–109.
- [16] Moumène K, Jacques A. Activity list representation for a generalization of the resource-constrained project scheduling problem[J]. Ferland European Journal of Operational Research, 2009, 199: 46–54.
- [17] Schmidt R L. A model for R&D project selection with combined benefit, outcome and resource interaction[J]. IEEE Transactions on Engineering Management, 1993, 40: 403–410.
- [18] 龚光鲁, 钱敏平. 应用随机过程教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 102.