

静压桩沉桩施工对临近隧道的影响

秦世伟, 周艳坤, 莫 洸
(上海大学 土木工程系, 上海 200072)

摘要: 基于圆孔扩张理论运用 FLAC^{3D} 有限差分软件模拟了静压桩沉桩挤土过程, 并对土体位移的数值模拟结果与解析解计算结果进行了对比, 二者的计算数值与变化趋势吻合得较好. 在此基础上, 运用位移贯入法模拟沉桩的摩擦作用, 使沉桩全过程的计算结果更趋近于实际情况. 基于此数值模拟方法分别计算沉桩深度为 4, 8, 12, 16, 20 m 的沉桩行为对临近隧道的变形与内力影响, 得出了以下结论: 静压桩沉桩对邻近隧道的变形有较明显的影响. 随着沉桩深度的增加, 隧道结构位移也随之增大, 且以水平位移为主. 当沉桩深度达到 20 m 时, 隧道结构最大位移为 11.55 mm. 沉桩过程亦使隧道产生一定的扭转: 沉桩深度为 4, 8, 12, 16 m 时, 隧道顺时针偏转(背向沉桩方向); 沉桩深度为 20 m 时, 隧道逆时针偏转(朝向沉桩方向). 随着沉桩深度的增大, 隧道结构的附加弯矩从对称竖向轴线分布逐渐向逆时针方向偏转至对称横向轴线分布; 沉桩后隧道的弯矩图有逆时针扭转的趋势(转向沉桩侧), 且大部分隧道结构的弯矩绝对值有减小趋势.

关键词: 静压桩; 圆孔扩张理论; 桩-土相互作用; 隧道; 沉桩深度

中图分类号: TU 473

文献标志码: A

文章编号: 1007-2861(2013)05-0527-07

Influences of Driving Pile on Neighboring Tunnel

QIN Shi-wei, ZHOU Yan-kun, MO Long

(Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: This article begins with simulation of the static pressure pile driving process with FLAC^{3D} based on the cavity expansion theory, and compares the results of numerical simulation and analytical calculation. The calculated values and the trends of numerical simulations and analytical solutions are consistent. Therefore, simulation of the effect of pile driving friction on the displacement penetration method helps produce results close to practice in the entire pile driven process calculation. The pile driving calculation of the resultant effects on the deformation and inner force of the nearby tunnel with depth of 4, 8, 12, 16 and 20 m draws the conclusion that static pressure pile driving has an obvious effect on the deformation of the nearby tunnels. As the depths increases, displacement of the tunnel structure increases, which mainly consists of the displacement in the horizontal direction. The maximum tunnel structure displacement reaches 11.55 mm when the pile driving depth is 20 m. Meanwhile, the pile driving process results in tunnel deflection: counterclockwise (away from the pile) deflection when the pile driving depth is 4, 8, 12 and 16 m; clockwise (toward the pile) deflection when the pile driving depth is 20 m. As the pile driving depth increases, the additional bending moment distribution of the tunnel structure changes gradually from vertically axial symmetry to laterally axial symmetry. The tunnel bending moment turns counterclockwise (toward the tunnel) after pile driving and for most tunnel structures, the absolute values of bending moment tend to decrease.

Key words: static pressure pile; cavity expansion theory; pile-soil interaction; tunnel; the depth of pile driving

随着大量地铁路线的建成运营, 维护已成为地铁运行中最重要的问题, 加之建筑用地趋于紧张, 在地铁路线附近甚至路线上方进行基坑开挖和沉桩的可能性

变得越来越大. 相对于钻孔灌注桩, 静压桩具有质量可靠、价格相对低廉、施工效率高、无污染、噪音小、承载力高等优势^[1]. 但静压桩施工时, 由于要置换相同

收稿日期: 2012-12-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10872124)

通信作者: 秦世伟(1973—), 男, 博士, 研究方向为岩土工程、地下工程和精密测量等. E-mail: qswfreeman@163.com

体积的土体,因而近距离的桩基施工对邻近地铁隧道有一定的影响.地铁变形过大可能造成管片接缝处出现裂缝,进而造成渗水、结构承载力下降,对其安全性的影响非常大.因此,研究静压桩沉桩对邻近地铁隧道的影响对于近地铁处的桩基选型与地铁保护有重要作用.但到目前为止,沉桩对隧道的影响分析大多为特定工程,且隧道也大多假定为完全柔性,尚未针对不同沉桩深度对临近隧道进行分析,也未形成规律性的认识.

沉桩的数值模拟可分为三种方法:圆孔扩张法、力贯入法、位移贯入法.基于理想弹塑性假定的圆形扩张理论是常用于分析沉桩挤土效应的方法,基于此法的数值模拟也得以广泛的应用,王浩和徐建平^[2-3]采用类似的方法模拟分析了沉桩过程,陈军等^[4]也是基于此法模拟沉桩对临近隧道的影响分析.但圆形孔扩张理论没有考虑沉桩过程中桩-土间的摩擦作用,与现场实测与模型试验的结果^[5]存在较大差异.Mabsout等^[6]的力贯入法虽然考虑了桩与土的相互作用,但只能分析桩预钻孔到一定深度后的挤土效应,而不能分析整个压桩过程.罗战友等^[7]基于位移贯入法模拟沉桩过程,取得了与解析解较一致的结果.

本工作首先对基于 Mohr-Coulomb 材料圆孔扩张理论的解析解与数值模拟沉桩挤土的计算结果进行对比,二者的计算数值与变化趋势能够较好地吻合.在扩孔至桩径大小后,建立桩体模型与接触面单元,基于位移贯入法模拟桩体贯入的摩擦效应,所建立的静压桩沉桩全过程的有限差分数值分析模型取得了较好的模拟结果.其次建立隧道模型,基于以上数值模拟方法运用 FLAC^{3D} 三维差分软件分析了沉桩对隧道的影响,对比分析了不同沉桩深度对临近隧道结构的变形与内力变化,并研究了在沉桩过程中隧道内力的动态变化.本研究成果可为地铁保护和近地铁处的桩基选型提供一定依据.

1 数值分析模型的建立

1.1 基本假定

- (1) 采用总应力法进行分析计算.
- (2) 考虑初始地应力的影响.

(3) 本研究针对可能发生的工程进行计算分析,得到了隧道的变形与内力变化趋势.因此为简化计算,土体为连续匀质的弹塑性体,符合 Mohr-Coulomb 模型,土体参数选自《中航商用发动机有限责任公司研发中心项目 101 总部及研发大楼项目岩土勘察报告》中第⑥层粉质粘土,该工程位于上海市闵行区东至莲花南路、西至规划道路、南至剑川路、北至塘泗泾.

- (4) 桩体为混凝土桩,材料属性为线弹性体,为简

化计算,将弹性模量设置得较大,可近似认为是刚体.

(5) 出于权衡问题的复杂性,未考虑孔隙水压力影响.

(6) 为简化计算,参考文献 [1, 8], 平均塑性体积应变 Δ 作为已知值引入.

1.2 数值分析方法

按圆形孔扩张理论^[9],沉桩过程中的挤土效应是小孔由孔径 0 扩张到 r 的过程.但在数值分析小孔扩张时,初始半径为零值将导致 $r = 0$ 处产生无穷大的环向应变.Carter等^[10]认为可用初始半径为 a_0 的小孔扩张到 $2a_0$ 的过程代替由 0 扩张到 r_0 的沉桩过程,此时 $\pi(2a_0)^2 - \pi a_0^2 = \pi r_0^2$,即 $r_0 = \sqrt{3}a_0$.本工作采用 Carter 的理论进行挤土效应的模拟,从 0 到 r_0 的实际扩张用 $1/\sqrt{3}r_0$ 到 $2/\sqrt{3}r_0$ 的扩张代替.

首先进行地应力平衡以获取沉桩前的初始地应力;其次模拟隧道分步开挖与支护,计算沉桩前衬砌的轴力与弯矩;基于圆孔扩张理论以扩孔模拟挤土效应,后建立实体桩单元与接触单元;基于位移贯入法使桩体以恒定速度下沉至沉桩深度处,模拟得到沉桩过程中桩-土间相互作用.计算分析流程图如图 1 所示.

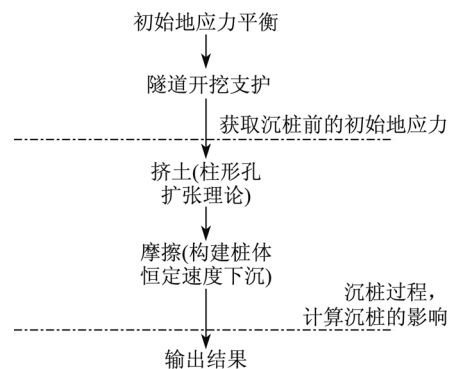


图 1 数值分析流程图

Fig. 1 Flow chart of numerical simulation

1.3 几何模型

已有隧道结构为半径 $r = 3.17$ m 的圆形截面,隧道中心深度为 12 m,衬砌材料为 C30 混凝土,结构厚度为 0.35 m.取桩径 $D = 0.4$ m,桩长依次取为 4, 8, 12, 16, 20 m;隧道外侧与桩表面最小距离分别为 $S = 4$ m.根据上述几何尺寸建立三维数值分析几何模型如图 2 所示.

1.4 边界条件

计算模型的边界条件为:四周约束法向位移,底部约束法向与切向位移,顶部为自由边界.

1.5 材料本构关系

为简化计算,假设土体为各向同性,采用 Mohr-Coulomb 模型模拟土体的力学特性,土体参数依据假

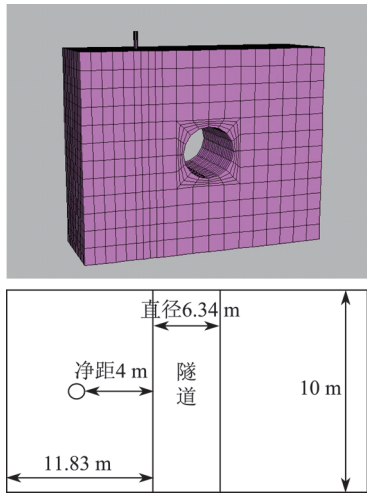


图 2 数值分析几何模型

Fig. 2 Geometrical model of numerical analysis

定 (3) 取值, 具体参数见表 1 所示, 其中表 1 中弹性模量与勘察报告中压缩模量的关系为 $E = E_s \left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right)$, 《中航商用发动机有限责任公司研发中心项目 101 总部及研发大楼项目岩土勘察报告》中第⑥层粉质粘土的压缩模量 $E_s = 6.2 \text{ MPa}$, $\nu = 0.35$, 计算可得弹性模量 $E = 3.86 \text{ MPa}$. 开挖中衬砌采用 C30 混凝土, 采用 shell 单元进行模拟, 力学参数设置如表 2 所示.

表 1 土体物理力学参数

Table 1 Parameters of concrete

$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	E/MPa	ν	c/kPa	$\varphi/(\text{°})$
19.2	3.86	0.35	45.0	15

表 2 混凝土力学参数

Table 2 Mechanical parameters of soil

$K/(\times 10^4 \text{ MPa})$	$G/(\times 10^4 \text{ MPa})$
4.29	1.43

2 静压桩沉桩数值模拟

2.1 基于圆孔扩张理论验证计算模型

圆孔扩张理论以摩尔-库伦条件为依据, 在具有粘聚力 c 和内摩擦角 φ 的半无限土体内, 给出圆筒形孔扩张的一般解^[1].

塑性区半径为

$$R_p = R_u \sqrt{\frac{G(1 + \Delta - (\frac{R_u}{r})^2)}{c \cos \varphi + G\Delta}}, \quad (1)$$

式中, R_p 为塑性区半径, R_u 为孔的最终半径, r 为计算点距离桩中心的距离, G 为剪切模量.

设 Δ 为塑性区体积应变, 则刚度指标

$$I_r = E/(2(1 + \nu)c), \quad (2)$$

式中, I_r 为刚度指标, E 为弹性模量, ν 为泊松比, c 为粘聚力.

修正刚度指标:

$$I'_{rr} = I_r/(1 + I_r \Delta \sec \varphi), \quad (3)$$

式中, I'_{rr} 为修正刚度指标, Δ 为塑性区平均体积应变, ν 为泊松比, φ 为内摩擦角.

最终扩张压力为

$$p_u = c \cot \varphi (1 + \sin \varphi) (I'_{rr} \sec \varphi)^{\frac{\sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - c \cot \varphi, \quad (4)$$

式中, p_u 为最终扩张应力.

由应力平衡方程式及摩尔-库伦破坏条件, 可得出塑性区挤土引起的径向应力与径向位移:

$$\sigma_r = (p_u + c \cot \varphi) \left(\frac{R_u}{r}\right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - c \cot \varphi, \quad (5)$$

$$u = ((1 + \nu)/E) \sigma_r R_p, \quad (6)$$

式中, σ_r 为径向应力.

在弹性区, 由弹性力学理论可求得径向应力与径向位移的拉梅解:

$$\sigma_r = c \cos \varphi \left(\frac{R_p}{r}\right)^2, \quad (7)$$

$$u = ((1 + \nu)/E) \sigma_r r, \quad (8)$$

式中, u 为弹性区土体径向位移.

其计算步骤如下:

步骤 1 由式 (1) 求出最终塑性区半径 R_p ;

步骤 2 由式 (4) 求出最终扩孔压力 p_u ;

步骤 3 由式 (5)、(7) 求出塑性区、弹性区径向应力场;

步骤 4 由式 (6)、(8) 求出塑性区、弹性区径向位移.

计算参数: 依据假设 (3), $c=45 \text{ kPa}$, $\varphi=15^\circ$, $\nu=0.35$, $E=3.86 \text{ MPa}$; 依据式 (6), $\Delta=0.015$ ^[8]. 桩基础采用静压预应力高强混凝土管桩 $\phi=400 \text{ mm}$, 即半径 $R=200 \text{ mm}$. 基于 Carter 的理论, 从 0 到 r_0 的实际扩张用 $1/\sqrt{3}r_0$ 到 $2/\sqrt{3}r_0$ 的扩张代替, 即 $R_u=232 \text{ mm}$. 基于圆孔扩展理论沉桩挤土效应的解析解与数值解计算结果如图 3 所示.

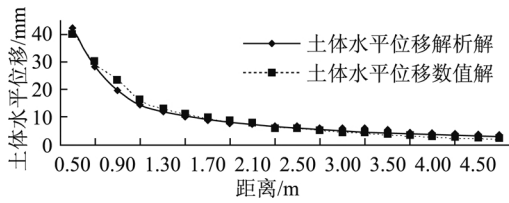


图 3 土体水平位移与距离的关系

Fig. 3 Horizontal displacements of soil versus distance

2.2 基于位移贯入法模拟桩-土界面摩擦

仅基于圆形孔扩张理论的数值计算没有考虑沉桩过程中桩-土间的摩擦作用, 这与沉桩引起土体总位移的实际情况不符. 本工作在圆孔扩张的基础上, 采用位移贯入法模拟桩体贯入时桩-土界面的摩擦效应. 待扩孔至桩径大小时建立桩体实体模型, 通过对在桩顶施加位移边界条件来实现桩的贯入以模拟桩-土间的摩擦效应. 这是使桩以一定速度向下的运动, 该运动对桩周土的作用与桩顶施加外力时一致. 选取距桩中心 $d=0.5\text{ m}$ 处为参考点, 对考虑及不考虑摩擦的位移场进行对比, 其沉桩计算结果如图 4、5 所示.

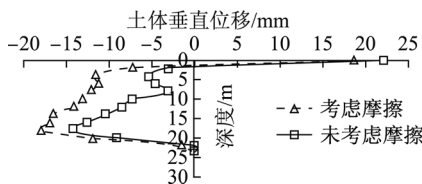


图 4 土体垂直位移与深度的关系

Fig. 4 Vertical displacements of soil versus depth

从图 4 和 5 中可以看出, 相较考虑摩擦作用, 未考

虑摩擦作用的竖向位移场在地表面附近表现出更大的隆起, 尽管其进入一定深度后表现为沉降, 但还是远小于考虑摩擦作用的沉降; 土体的水平位移场略小于考虑摩擦时的情况, 但无明显变化. 这表明, 考虑桩-土间的相互作用对计算结果中土体沉降有较大的影响, 使结果更趋近于实际情况, 这与文献 [7] 中的计算趋势吻合.

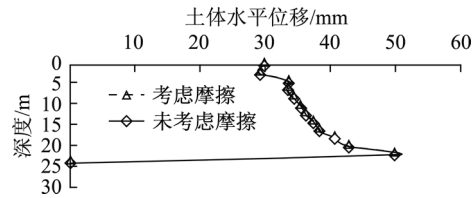


图 5 土体水平位移与深度的关系

Fig. 5 Horizontal displacements of soil versus depth

3 沉桩深度对既有隧道的影响分析

为了简化分析, 本工作未考虑地层结构的复杂性, 而是将土体视为各向同性的匀质土层. 选取桩径 $D=0.4\text{ m}$ 的静压桩在沉桩深度为 4, 8, 12, 16, 20 m 的情况下, 对比分析沉桩深度对邻近隧道的影响, 其中隧道中心点埋深 12 m, 开挖半径为 3.17 m, 衬砌材料为 C30 混凝土, 衬砌结构厚度为 0.35 m, 沉桩位置位于隧道左侧 4 m 处. 土体的几何模型见如图 2, 材料力学参数见表 1 和表 2.

3.1 隧道位移计算结果及分析

各沉桩深度下隧道结构的总位移如图 6 所示, 而各沉桩深度下隧道结构的最大位移如图 7 所示. 从图 6

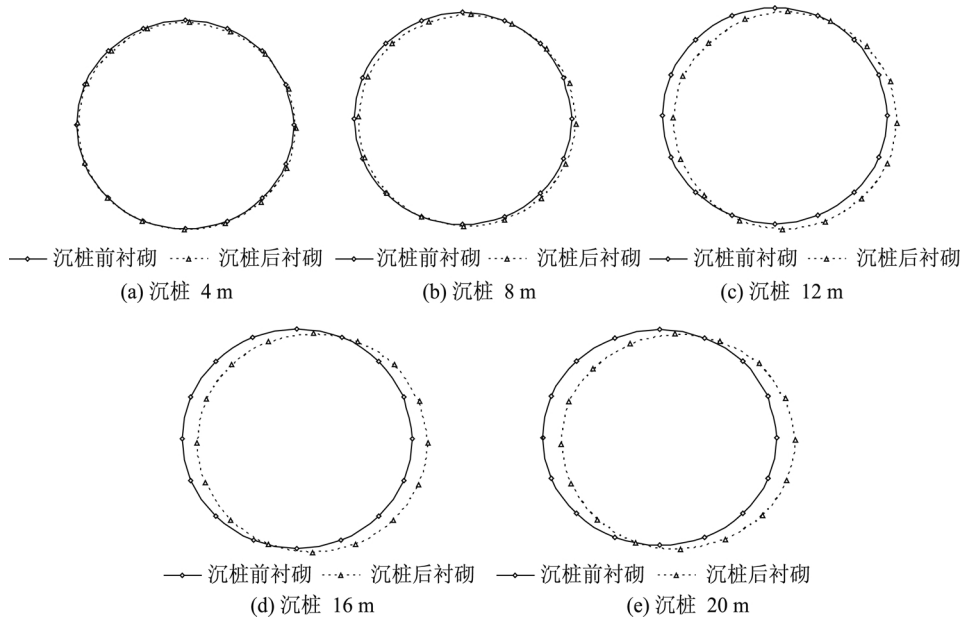


图 6 隧道结构位移(放大 50 倍)

Fig. 6 Displacements of tunnel structure ($\times 50$)

可以看出, 沉桩后隧道结构向右下侧移动, 并伴随着一定的旋转, 并且随着沉桩深度的增大, 隧道结构总位移逐渐增大, 其中沉桩 4, 8, 12 m 时, 最大位移出现在左侧拱腰与拱顶中间处; 沉桩深度为 16 m 时, 最大位移出现在拱顶处; 沉桩深度为 20 m 时, 最大位移出现在拱底处. 在数值计算的隧道结构最大位移处, 其水平位移占总位移的百分比依次为 77.36%, 89.67%, 91.63%, 97.04%, 97.84%, 可见隧道位移以水平位移为主.

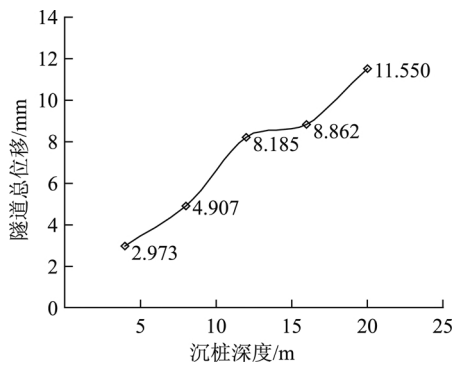


图 7 各沉桩深度下隧道的最大位移

Fig. 7 Maximum displacement of tunnel under different driving depths

拱腰、拱顶、拱底的水平位移如图 8 所示. 从图中可知, 随着沉桩深度的增大, 水平向右位移增大且明显, 其中沉桩 4, 8, 12, 16 m 时, 拱顶水平位移最大; 沉桩 20 m 时, 拱底水平位移最大. 图 9 为拱顶、拱底的水平位移差值. 从图中可以看出, 隧道在沉桩过程中产生了一定程度的偏转: 沉桩 4, 8, 12, 16 m 时, 拱顶位移大于拱底位移, 隧道顺时针偏转; 沉桩 20 m 时, 拱顶位移小于拱底位移, 隧道逆时针偏转. 这是因为沉桩深度较小时, 拱底未受到沉桩作用的影响, 所以拱顶水平位移大于拱底水平位移. 随着扩孔挤土深度的增加, 拱底水平位移逐渐增大. 此外, 隧道左侧沉桩过程对土体的摩擦拖拽作用也是造成隧道扭转的原因之一.

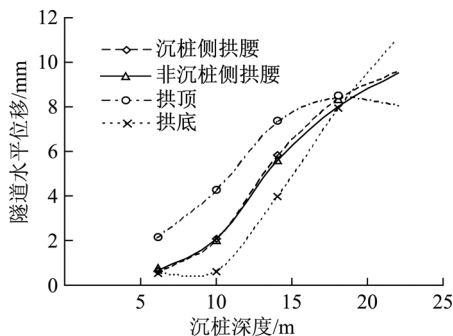


图 8 隧道结构的水平位移

Fig. 8 Horizontal displacement of tunnel structure

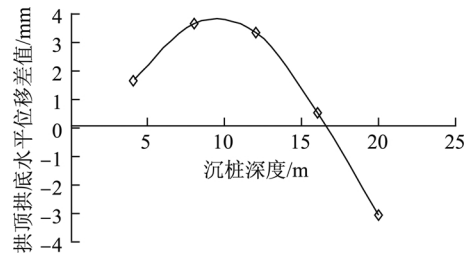


图 9 拱顶、拱底的水平位移差值

Fig. 9 Difference of horizontal displacements between arch's bottom and arch's apex

3.2 弯矩计算结果及分析

在沉桩过程中, 隧道衬砌结构的弯矩变化是一个动态过程, 本工作选取沉桩深度为 4, 8, 12, 16, 20 m, 分析隧道结构的内力随着沉桩深度增大的变化过程. 隧道的衬砌结构在隧道施工完成并固结后的弯矩图如图 10 所示. 图 10 中可以看出, 在沉桩前, 隧道弯矩分布对称与竖直轴线.

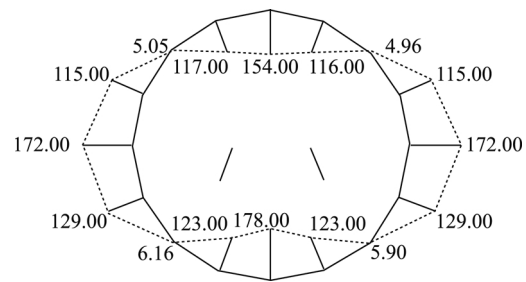


图 10 隧道初始弯矩分布 (kN·m)

Fig. 10 Initial bending moment of tunnel (kN·m)

沉桩对隧道结构产生的附加弯矩分布图如图 11 所示. 从图 11 中可以看出, 随着沉桩深度的增大, 隧道结构产生的附加弯矩从 4 m 时的对称竖向轴线分布逐渐向逆时针方向偏转(转向沉桩侧), 当沉桩深度达到 16 m 时, 隧道结构附加弯矩为对称横向轴线分布, 且附加弯矩分布逆时针转动 90°.

拱顶、拱底、沉桩侧拱腰与非沉桩侧拱腰这些主要观测点的附加弯矩如图 12 所示. 从图 12 中可以看出, 拱顶与拱底附加弯矩的变化趋势基本相同, 沉桩深度小于隧道深度时表现为受压, 沉桩深度大于 12 m 时表现为受拉. 两侧拱腰附加弯矩变化趋势基本相同, 且与拱顶、拱底处变化趋势相反, 且随着沉桩深度的增大, 逐渐从受拉变为受压. 这是因为沉桩较浅时, 拱顶受到一定的挤土与摩擦作用, 产生正弯矩; 随着沉桩深度的增大, 沉桩的力学作用范围变大, 当沉桩深度为 16 m 时, 整个隧道均受到沉桩的影响. 而沉桩挤土对隧道的影响较大, 故沉桩侧表现为受压, 且隧道刚度较大; 非沉桩侧亦表现为受压.

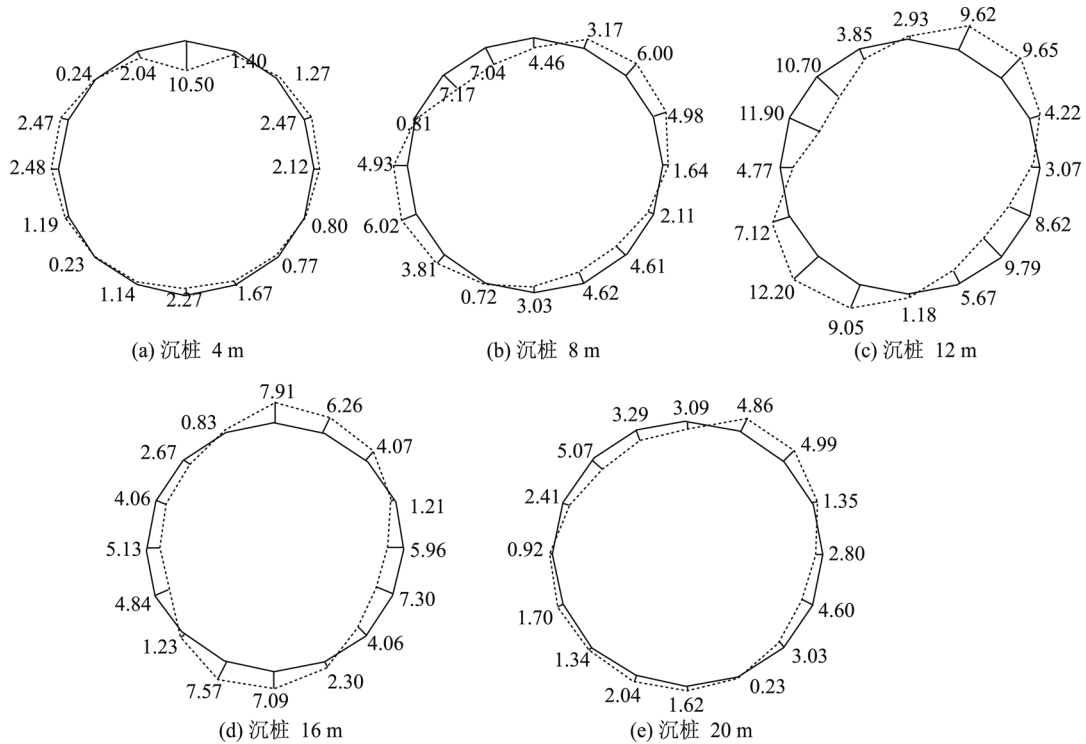


图 11 隧道附加弯矩图 (kN·m)

Fig. 11 Additional bending moment of tunnel (kN·m)

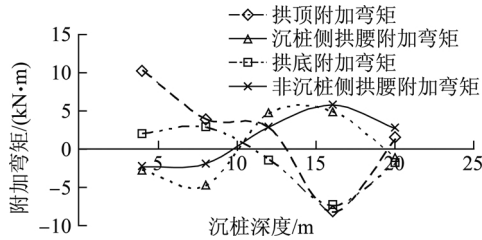


图 12 主要节点附加弯矩

Fig. 12 Additional bending moment of main nodes

图 13 所示为沉桩 16 m 后的隧道弯矩分布, 因附加弯矩相对于初始弯矩较小, 沉桩后各沉桩深度的隧道弯矩分布较为相似. 可以看出, 沉桩后隧道的弯矩图有逆时针扭转的趋势 (转向沉桩侧), 且 16 个节点弯

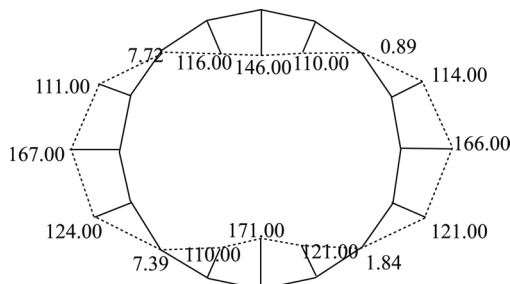


图 13 沉桩 16 m 后隧道弯矩图 (kN·m)

Fig. 13 Bending moment of tunnel with Pile-sinking 16 m (kN·m)

矩中有 14 个节点弯矩的绝对值减小. 这是由于上覆土的重力作用使得隧道初始内力状态为拱顶、拱底受压, 两拱腰受拉并向外挤出. 而沉桩的挤土产生的挤压力恰与重力垂直, 这使得隧道附加弯矩为两侧拱腰受压, 拱顶、拱底受拉, 与隧道初始内力状态相反. 由此说明, 仅就本例的单桩沉桩行为而言, 对隧道弯矩的影响并不大, 这对邻近隧道处桩基施工的桩型的选择有一定的参考价值.

4 结 论

本工作在模拟静压桩沉桩过程中在基于圆孔扩张理论的基础上考虑了桩-土间的相互作用, 使计算结果更趋近于实际情况. 基于此数值模拟方法计算分析沉桩深度依次为 4, 8, 12, 16, 20 m 的沉桩行为对临近隧道的变形与内力影响, 得出以下结论:

(1) 在静压桩沉桩的数值模拟中考虑桩-土间的相互摩擦作用, 对计算结果中土体沉降有较大的影响. 相较考虑摩擦作用, 未考虑摩擦作用的竖向位移场在地表面附近表现为更大的隆起, 虽进入一定深度后表现为沉降, 但远小于考虑摩擦作用的沉降量.

(2) 从变形角度分析, 静压桩沉桩对邻近的隧道变形有较明显的影响. 随着沉桩深度的增加, 隧道结构位移也随之增大, 沉桩深度为 20 m 时, 隧道结构最大位移为 11.55 mm. 隧道位移以水平位移为主, 占总位移

的77%以上.沉桩过程亦对隧道产生一定的扭曲,沉桩4,8,12,16 m时,拱顶水平位移大于拱底水平位移,隧道呈顺时针偏转;沉桩20 m时,拱顶水平位移小于拱底水平位移,隧道呈逆时针偏转.

(3)从受力角度分析,随着沉桩深度的增大,隧道结构产生的附加弯矩从沉桩4 m时的对称竖向轴线分布逐渐向逆时针方向偏转(转向沉桩侧),当沉桩深度达到16 m时,隧道结构附加弯矩为对称横向轴线对称,附加弯矩分布逆时针转动.沉桩后隧道的弯矩图有逆时针扭转的趋势(转向沉桩侧),且16个节点弯矩中有14个节点弯矩的绝对值减小.说明仅就本例的单桩沉桩行为而言,静压桩单桩沉桩对隧道弯矩的影响并不大,这对邻近隧道处桩基施工的桩型的选择有一定的参考.

(4)关于沉桩间距对隧道的影响,文献[4]中已有相关的描述:“随着隧道与桩距离的增加,隧道结构位移呈指数衰减.沉桩挤土效应引起的附加内力也随隧道与桩距离的增加呈指数函数衰减.”这与本工作中的沉桩深度的影响不同:随着沉桩深度的增大,隧道结构总位移自沉桩4 m时的2.97 mm增大至沉桩20 m的11.55 mm,增长速度并非呈指数级变化的.随着沉桩深度的增大,隧道结构附加弯矩的数值大小也未出现巨变,而更体现为分布形式的改变.故在进地铁处进行静压桩施工,应综合考虑隧道与桩间的距离和沉桩深度等多方面因素.

参考文献:

[1] 姚孟祥.沉桩挤土圆孔扩张理论研究及数值模拟分

析[D].广州:华南理工大学,2011.

- [2] 王浩,魏道琛.表面约束下的沉桩挤土效应数值模拟研究[J].岩土力学,2002,23(1):107-110.
- [3] 徐建平,周健,许朝阳,等.沉桩挤土效应的数值模拟[J].工业建筑,2000,30(7):1-6.
- [4] 陈军,杜守继,沈水龙,等.静压桩挤土对既有隧道的影响及施工措施研究[J].土木工程学报,2011,44(增刊):81-84.
- [5] 许朝阳,周健.软粘土中沉桩效应的模型试验研究及数值模拟[J].土工基础,2000,14(4):20-24.
- [6] MABSOUT M E, SASDEK S M, SMAYRA T E. Pile driving by numerical cavity expansion [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, 23(11): 1121-1140.
- [7] 罗战友,王伟堂,刘薇.桩-土界面摩擦对静压桩挤土效应的影响分析[J].岩石力学与工程学报,2005,24(18):3299-3304.
- [8] 郑颖人,龚晓南.岩土塑性力学基础[M].北京:中国建筑工业出版社,1989.
- [9] CARTER J P, RANDOLPH M F, WROTH C P. Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of a cylindrical cavity [J]. International Journal for Numerical and Analysis Method in Geomechanics, 1979(3): 305-322.
- [10] 刘裕华,陈征宙,彭志军,等.应用圆孔柱扩张理论对预制管桩的挤土效应分析[J].岩土力学,2007,28(10):2167-2182.