

文章编号:0253-9993(2013)09-1710-05

# 基于 PURE-LET 的激光光斑图像快速去噪算法

孙继平<sup>1</sup>, 江 静<sup>1,2</sup>

(1. 中国矿业大学(北京)煤炭资源与安全开采国家重点实验室,北京 100083;2. 华北科技学院机电工程系,北京 101601)

**摘要:**煤矿井下低照度成像环境会导致图像中产生泊松噪声,将引起激光光斑图像的强度和形状分布的不确定性,从而影响激光三角测距的精度。提出了一种基于 PURE-LET (Poisson Unbiased Risk Estimator-Linear Expansion of Thresholds) 的煤位表面激光光斑图像的快速小波域去噪算法。给出了泊松噪声下小波系数估计 MSE (Mean Squared Error) 的一个无偏估计子 PURE,并将小波系数估计子写作一组基本阈值函数的线性组合以提高算法速度。仿真图像与真实煤仓图像的实验显示,与 3 种典型图像去噪算法 (BayesShrink, Poisson\_NLMMeans, PURE-LET) 相比,提出的 PURE-LET-Smooth 算法具有更好的噪声抑制能力,同时具有保持图像边缘结构和快速计算的特点,这在实时光斑质心精确计算和三角测距应用中是一个明显优势。此外此算法具有阈值函数组合系数的快速自动计算特点,适用于自动煤位检测应用。

**关键词:** PURE-LET; 图像去噪; Harr 小波变换; 激光光斑

**中图分类号:** TD679 **文献标志码:** A

## PURE-LET-based fast denoising algorithm for laser spot imagery

SUN Ji-ping<sup>1</sup>, JIANG Jing<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China; 2. Department of Mechanics and Electricity Engineering, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China)

**Abstract:** Low illumination imaging environment in coal mine will lead to the Poisson noise contaminating the imagery, which will cause the uncertainty of spot's intensity and shape, affecting the accuracy of laser triangulation. This paper presented a fast denoising algorithm for imagery of laser spot on the surface of coal level based on PURE-LET (Poisson Unbiased Risk Estimator-Linear Expansion of Thresholds). Under the Poisson noise, we proposed an unbiased estimator PURE of the Wavelet coefficients estimator MSE (Mean Squared Error). In order to improve the algorithm speed, the estimator of wavelet coefficients was expanded as a set linear combination of basic threshold functions. Denoising results of simulated images and real-world laser spot images show that the proposed algorithm has better performance of computation speed and edge-keeping noise suppression, than three other typical image denoising algorithm (BayesShrink, Poisson\_NLMMeans, PURE-LET). Additionally this algorithm computes the coefficients of threshold functions automatically, suitable for applications of automatic monitoring of coal levels.

**Key words:** PURE-LET; image denoising; Harr wavelet transform; laser spot

深入了解煤矿井下的成像环境对于煤仓煤位图像的激光三角测距精度至关重要<sup>[1]</sup>。由于煤仓内光照条件低且激光照明固有的散斑噪声<sup>[2]</sup>, 摄像机获取的煤位图像会呈现严重的噪声污染, 给煤仓深度计

算带来很大的困难。面向煤位检测的实际应用, 本文提出了一种适用于 Poisson 噪声污染的低照度激光光斑图像的快速去噪算法。

目前, 常用于处理 Poisson 噪声的方法有 4 类: ①

收稿日期: 2012-09-10 责任编辑: 许书阁

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51074169); 中央高校基本科研业务费资助项目(JD1201B)

作者简介: 孙继平(1958—), 男, 山西翼城人, 教授, 博士。通讯作者: 江 静(1979—), 女, 江苏连云港人, 博士后。Tel: 010-62233332, E-mail: jiangjing@cumb.edu.cn

利用小波系数在 Poisson 统计下的特性,估计 Poisson 参数作为原始信号的强度。Timmermann 和 Nowak<sup>[3]</sup> 利用非规范 Harr DWT 的低通子带,建立图像多尺度 Bayes 模型;Lu 等应用 EM 算法估计出全部模型参数<sup>[4]</sup>。Kolaczyk<sup>[5]</sup> 在 Harr 小波域中引入了基于假设检验的阈值化方法。② 通过方差稳定变换 VST (Variance Stabilizing Transform)。一种经典 VST 即为 Anscombe 变换<sup>[6-7]</sup>;Haar-Fisz 变换<sup>[8-9]</sup> 则为另一种广泛使用的 VST,将 Harr 变换和 Fisz 变换<sup>[10]</sup> 结合在了一起。Jansen<sup>[6]</sup> 提出一种条件方差稳定 CVS 方法,用于在任意小波域中稳定系数。③ 直接在小波域内通过滤波方法完成去噪。Luisier 等提出的 PURE-LET 算法<sup>[7]</sup> 是 SURE-LET 在 Poisson 噪声下的扩展,适合于低照度大数据量的实时去噪应用。④ 经验 Bayes 与惩罚极大似然估计。文献[11-12] 进行了经验 Bayes 估计与更复杂多尺度变换相结合的研究。

### 1 低照度成像噪声建模

“加性高斯白噪声”是统计图像复原领域中的一个通用模型,近似服从 Poisson 噪声模型<sup>[13]</sup>。对任意  $k \in N$ , Poisson 随机变量  $m = k$  的概率为

$$p(k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (1)$$

其中,  $\lambda$  为 Poisson 的参数。根据 Poisson 分布性质,以均值  $\mu$  的 Poisson 噪声来建模整个成像过程噪声。均值为

$$E(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} kp(k; \lambda) = \lambda \quad (2)$$

假设图像含有  $N$  个像素,则按逐列(或逐行)堆叠的向量可表示为  $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^N$ , 其中  $\mathbf{m}$  的第  $n \in \{1, \dots, N\}$  个元素  $m_n$  为均值等于  $\mu_n$  的 Poisson 随机变量。本文将  $\mu$  看作是确定的未知量,在最小均方差,找到最接近原始信号的估计量  $\hat{\mu}$ 。

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\mu}_n - \mu_n)^2 \quad (3)$$

### 2 非规范 Harr DWT

本文采用的非规范化小波滤波器系数未归一化,服从 Skellam 分布<sup>[14]</sup>,其方差等于两个 Poisson 强度参数之和,近似等于对应的逼近系数。在 Harr-fisz 变换中<sup>[15]</sup>,将逼近系数作为局部方差估计。

非规范 Harr DWT 的低通和高通滤波器的  $z$  变换为

$$\begin{cases} H_a(z) = 1 + z^{-1} \\ G_a(z) = 1 - z^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

合成变换为

$$\begin{cases} H_s(z) = \frac{1}{2} H_a(z) \\ G_s(z) = \frac{1}{2} G_a(z) \end{cases} \quad (5)$$

记  $\mathbf{m}$  在尺度  $j=1, \dots, J$  上的逼近小波系数分别为  $\mathbf{s}^j \in \mathbb{R}^{N_j}$  和  $\mathbf{d}^j \in \mathbb{R}^{N_j}$ ,  $N_j = N/2^j$ 。令  $\mathbf{s}^0 = \mathbf{m}$ , 这些系数通过下面的求和、求差得到:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_k^j = \mathbf{s}_{2k}^{j-1} + \mathbf{s}_{2k-1}^{j-1} \\ \mathbf{d}_k^j = \mathbf{s}_{2k}^{j-1} - \mathbf{s}_{2k-1}^{j-1} \end{cases} \quad (6)$$

将原始信号  $\mu$  在尺度  $j$  上的逼近和小波系数分别记作  $\sigma^j$  和  $\delta^j$ 。由于 DWT 为线性变换,根据 Poisson 分布的性质:  $E\{\mathbf{d}_k^j\} = \delta_k^j$ ,  $E\{\mathbf{s}_k^j\} = \sigma_k^j$ 。考虑到 Harr DWT 为正交变换,将 MSE 分解到各子带误差上:  $MSE = \frac{2^{-J}}{N} \|\sigma^J - \hat{\sigma}^J\|^2 + \sum_{j=1}^J \frac{2^{-j}}{N} \|\delta^j - \hat{\delta}^j\|^2$ 。忽略最粗尺度上的逼近系数,取  $\hat{\sigma}^J = \sigma^J$ , 让  $\hat{\delta}^j$  同时依赖于  $\mathbf{d}^j$  和  $\mathbf{s}^j$ , 即  $\hat{\delta}^j = \theta^j(\mathbf{d}^j, \mathbf{s}^j)$ 。使得引入小波系数  $\mathbf{d}^j$  与逼近系数  $\mathbf{s}^j$  的子带间关联,并且可以在小波分解的过程中并行完成图像去噪,算法框架如图 1 所示。

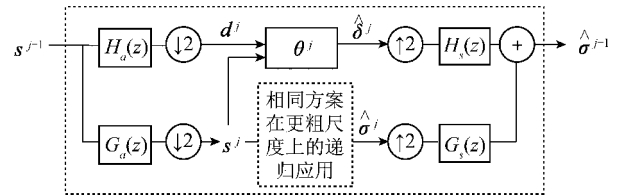


图 1 基于非规范 Harr DWT 的图像去噪方案

Fig. 1 Image denoising scheme on non-canonical Harr DWT

### 3 PURE-LET 的 Harr 小波域去噪

#### 3.1 PURE-LET

借鉴已有文献[16-17]的研究成果,构造只依赖于测量信号的 MSE 的无偏估计量,在每一尺度下将小波系数估计  $\hat{\delta}^j = \theta^j(\mathbf{d}^j, \mathbf{s}^j)$  均写成一组基本阈值函数的线性组合:

$$\theta^{\text{LET}}(\mathbf{d}, \mathbf{s}; \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^M a_i \theta_i(\mathbf{d}, \mathbf{s}) \quad (7)$$

并通过 PURE 的最小化来确定系数向量  $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_M]^T$ 。

令  $\theta(\mathbf{d}, \mathbf{s}) = \theta^j(\mathbf{d}^j, \mathbf{s}^j)$  为无噪声小波系数  $\delta = \delta^j$  的一个估计。函数  $\theta^+(\mathbf{d}, \mathbf{s})$  和  $\theta^-(\mathbf{d}, \mathbf{s})$  定义如下:

$$\begin{cases} \theta_k^+(\mathbf{d}, \mathbf{s}) = \theta_k(\mathbf{d} + \mathbf{e}_k, \mathbf{s} - \mathbf{e}_k) \\ \theta_k^-(\mathbf{d}, \mathbf{s}) = \theta_k(\mathbf{d} - \mathbf{e}_k, \mathbf{s} - \mathbf{e}_k) \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\{\mathbf{e}_k\}_{k=1}^{N_j}$  为  $\mathbb{R}^{N_j}$  的标准基,除  $\mathbf{e}_k(k) = 1$  外其余元素均为 0。则随机变量  $PURE_j$  为子带  $j$  下 MSE 的无

偏估计,即  $E\{PURE_j\} = E\{MSE_j\}$ 。

$$PURE_j = \frac{1}{N_j} \left( \|\boldsymbol{\theta}(d, s)\|^2 + \|\mathbf{d}\|^2 - \mathbf{1}^T \mathbf{s} \right) - \mathbf{d}^T (\boldsymbol{\theta}^-(d, s) + \boldsymbol{\theta}^+(d, s)) - \mathbf{s}^T (\boldsymbol{\theta}^-(d, s) - \boldsymbol{\theta}^+(d, s)) \quad (9)$$

通过 PURE 的最小化,来计算式(8)中小波估计的线性组合参数。将式(8)代入式(9),并省略自变量  $(d, s)$ ,有

$$PURE_j = \frac{1}{N_j} \left( \left\| \sum_i a_i \theta_i \right\|^2 + \|\mathbf{d}\|^2 - \mathbf{1}^T \mathbf{s} \right) - \mathbf{d}^T \left( \sum_i a_i (\theta_i^- + \theta_i^+) \right) - \mathbf{s}^T \left( \sum_i a_i (\theta_i^- - \theta_i^+) \right) \quad (10)$$

令  $\vec{\boldsymbol{\theta}}^- = [\theta_1^-, \dots, \theta_M^-]$ ,  $\vec{\boldsymbol{\theta}}^+ = [\theta_1^+, \dots, \theta_M^+]$ ,则

$$PURE_j = \frac{1}{N_j} \left( \|\vec{\boldsymbol{\theta}} \mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{d}\|^2 - \mathbf{1}^T \mathbf{s} \right) - \mathbf{d}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- + \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) \mathbf{a} - \mathbf{s}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- - \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) \mathbf{a}$$

$$\text{推导 } \min PURE_j \Leftrightarrow \frac{\partial (PURE_j)}{\partial \mathbf{a}} = 2 \vec{\boldsymbol{\theta}}^T \vec{\boldsymbol{\theta}} \mathbf{a} -$$

$\mathbf{d}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- + \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) - \mathbf{s}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- - \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) = 0$ ,故  $\mathbf{a}$  的求解简化为低维数的线性系统方程:

$$\mathbf{a} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{c} \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = \vec{\boldsymbol{\theta}}^T \vec{\boldsymbol{\theta}} = [\theta_i^-(d, s)^T \theta_j^-(d, s)]_{1 \leq i, j \leq M}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{d}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- + \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) + \mathbf{s}^T (\vec{\boldsymbol{\theta}}^- - \vec{\boldsymbol{\theta}}^+) =$$

$$\left[ \mathbf{d}^T (\boldsymbol{\theta}_i^-(d, s) + \boldsymbol{\theta}_i^+(d, s)) + \right.$$

$$\left. \mathbf{s}^T (\boldsymbol{\theta}_i^-(d, s) - \boldsymbol{\theta}_i^+(d, s)) / 2 \right]_{1 \leq i \leq M}$$

### 3.2 阈值函数的选择

有效的阈值函数应至少满足如下性质:①对大幅值小波系数具有线性行为,保留大系数不变而忽略噪声;②对小幅值小波系数具有收缩行为,完成噪声抑制。

受文献[18]研究结果的启发,本文确定小波系数估计函数如下:

$$\theta_k^{\text{LET}}(d, s; \mathbf{x}) = x_1 d_k + x_2 \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{\left( \frac{d_k}{3T_k} \right)^8}{\left( \frac{d_k}{3T_k} \right)^8} \right] \right\} d_k \quad (12)$$

式中,  $\theta_k(d, s; \mathbf{x})$  为带有两个参数  $(x_1$  和  $x_2)$  的线性参数化阈值函数;  $T_k$  为根据局部噪声方差估计出的阈值参数。

利用非规范 Harr 小波域中 Poisson 分布的特性,逼近系数  $|s_k|$  可认为是局部方差的一个估计。根据多次仿真实验结果发现,  $T_k = \sqrt{6|s_k|}$  通常可使 MSE 达到最低值,因此在算法中该参数不需再优化。

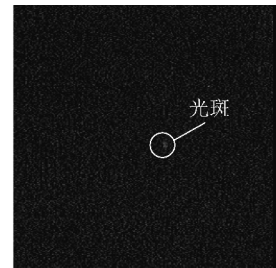
## 4 实验结果与分析

### 4.1 仿真图像去噪结果

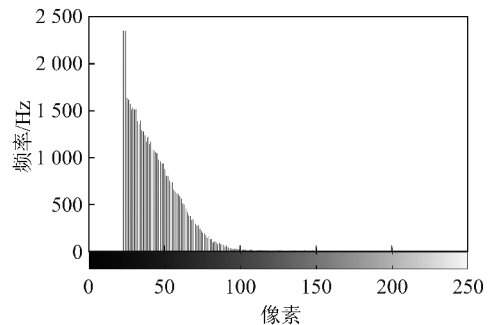
本文采用的测试图像由标准测试图像经像素灰度范围拉伸后,逐像素完成 Poisson 过程抽样得到的,之所以要首先进行灰度拉伸,是为了模拟井下低照度的成像环境。首先统计了 460 张低照度条件下激光光斑图像的直方图分布(图 2(a)),灰度分布结果则示于图 2(b)。可见光斑图像中像素灰度值通常不高于 100,因此在仿真图像中,首先通过灰度拉伸的方法将标准图像最大灰度值限为  $I_{\max} = 100$ 。试验中对每一张测试图像进行了 10 次 Poisson 过程抽样,以此作为 4 种算法的输入图像,并统计了各算法的平均运行时间  $T$  和峰值信噪比 PSNR:

$$PSNR(\hat{f}) = 10 \lg \left( \frac{NI_{\max}^2}{\|\hat{f} - f\|_2^2} \right)$$

式中,  $f$  为原始图像结果;  $\hat{f}$  为去噪后结果;  $I_{\max}$  为中的最大灰度值,此处取 100;  $N$  为图像中像素个数。



(a) 低照度环境激光光斑



(b) 460张图像灰度分布

图 2 光斑图像及其直方图

Fig. 2 Spot image and histogram

表 1 给出了 5 张测试图像的平均运行时间和 PSNR,算法运行于 2.0 GHz 双核 CPU 计算机, Matlab 实现。4 种算法的量化指标比较可知, BayesShrink 对于 Poisson 噪声是不适用的,虽然该算法具有最快的运算速度。Poisson\_NLMMeans 能够在很好地去除图像噪声的同时保留图像结构,但运行速度使其不能适用于具有实时性要求的应用;此外,其边缘处的吉布斯振荡效应使得其不适用于图像分割和光斑提取。

PURE-LET 的运算速度较快,也有较好的去噪效果,但是其阈值函数的选取使得图像同质区域内的平滑性较差。而本文提出的新算法 PURE-LET-Smooth 则较好地解决了这一问题,每组测试图像均获得了最高的 PSNR 值,同时计算时间也可接受。

### 4.2 真实激光光斑图像去噪结果

对真实光斑图像的实验包含两个部分:第1部分为不同实验距离下光斑图像的去噪结果,如图3所示;第2部分为激光光源能量较强时产生明显后向散射时的光斑图像去噪结果,如图4所示。

表1 4种算法的量化指标比较

Table 1 Quantization index comparison of four algorithms

$I_{max} = 100$	BayesShrink		Poisson_NLMMeans		PURE-LET		PURE-LET-Smooth	
	PSNR	时间/s	PSNR	时间/s	PSNR	时间/s	PSNR	时间/s
Camerman (256×256)	26.79	0.44	29.06	37.02	29.69	1.28	31.24	2.44
Pepper (256×256)	28.30	0.11	30.52	36.47	30.23	1.23	31.96	1.89
House (256×256)	28.83	0.11	32.35	36.41	30.68	1.25	32.68	2.49
Barbara (512×512)	27.38	0.49	30.64	114.63	27.25	5.47	32.10	8.45
Boat (512×512)	28.77	0.48	30.14	145.23	29.90	5.47	32.41	8.85

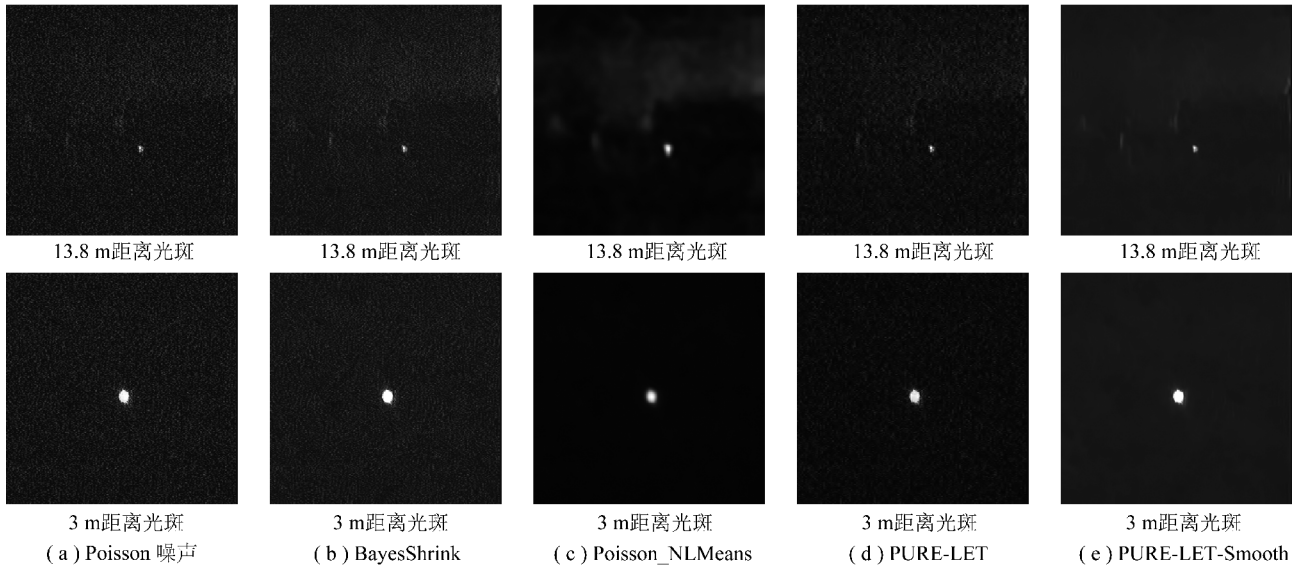


图3 单光斑图像去噪结果

Fig. 3 Single spot image denoising results

在图3(a)中分别给出了在3 m和13.8 m处拍摄的激光光斑图像,可见当测量距离较远时,光斑尺寸会显著变小。此时,图像噪声对光斑质心的计算精度会产生越来越大的影响,而本文提出的 Poisson 噪声去除算法正是用于解决这一问题。由于 Bayes-Shrink 本身适用于 Gaussian 噪声去除,在图3(b)中其对于 Poisson 噪声的抑制效果并不明显。图3(c)中 Poisson\_NLMMeans 虽然能较好地去除背景噪声,但同时光斑的边缘被模糊,会导致光斑质心计算误差;而且其运行时间仍然是这种 Non-local Means 算法的最大弱点。图3(d)中 PURE-LET 对噪声抑制的效果亦不够理想,可能是由于其选择的小波系数的阈值化函数并不适用于这类近乎于二值化的光斑图像去噪。本文提出的 PURE-LET-Smooth 对于背景噪声

的去除效果理想,并且较好地保持了光斑的边缘,有利于精确计算光斑质心。

当调节激光光源的功率较高时,图像中会明显出现所谓的激光“后向散射”现象。图4中给出了带有激光后向散射的光斑图像去噪结果的比较。可以看出,这些结果与图3中的结果是一致的。

## 5 结 论

由于煤仓内光照条件低且激光照明固有的散斑噪声,摄像机所获取的煤位图像会呈现严重的 Poisson 噪声污染。成像噪声的随机性将引起光斑图像的强度和形状分布的不确定性,从而为精确确定光斑质心进而计算待测深度带来了很大困难。因此,本文提出了一种低照度下激光光斑图像的自动化快速去



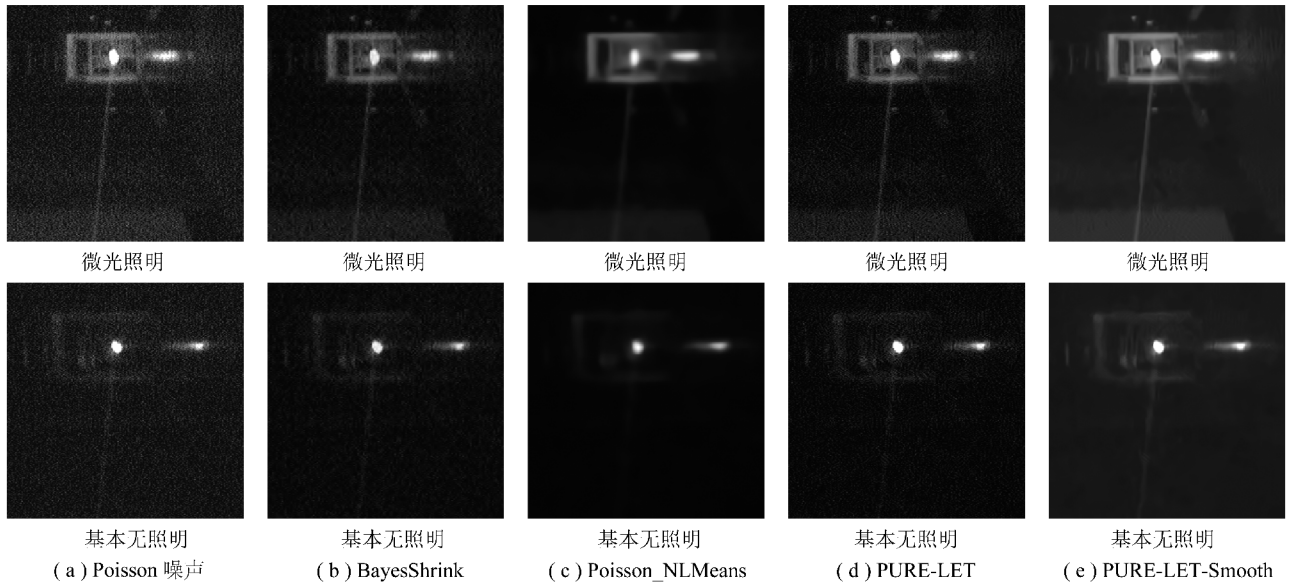


图 4 带有激光后向散射的光斑图像去噪结果

Fig. 4 Laser image denoising results with back scatter

噪算法 PURE-LET-Smooth。利用仿真图像与真实光斑图像对本文算法的 Poisson 噪声去除能力进行了验证,结果显示本文提出的 PURE-LET-Smooth 算法比 3 种典型图像去噪算法具有更好的噪声抑制能力,这在矿井激光三角测距应用中具有明显的优势。

#### 参考文献:

- [1] Sun Jiping, Jiang Jing. Laser triangulation measurement of the level in a coal silo[J]. Mining Science and Technology (China), 2011, 21(6): 881-884.
- [2] Dorsch R G, Häusler G, Herrmann J M. Laser triangulation; Fundamental uncertainty in distance measurement[J]. Applied Optics, 1994, 33(7): 1306-1314.
- [3] Timmermann K E, Nowak R D. Multiscale modeling and estimation of poisson processes with application to photon-limited imaging[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(3): 846-862.
- [4] Lu H, Kim Y, Anderson J M M. Improved poisson intensity estimation; Denoising application using poisson data[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(8): 1128-1135.
- [5] Kolaczyk E D. Nonparametric estimation of intensity maps using haar wavelets and poisson noise characteristics[J]. The Astrophys. J., 2000, 534: 490-505.
- [6] Jansen M. Multiscale poisson data smoothing[J]. J. Roy. Statist. Soc. B, 2006, 68(1): 27-48.
- [7] Luisier F, Vonesch C D, Thierryblu, et al. Fast interscale wavelet denoising of poisson-corrupted images[J]. Signal Processing, 2010, 90: 415-427.
- [8] Fryzlewicz P, Nason G P. A haar-fisz algorithm for poisson intensity estimation[J]. J. Comput. Graph. Statist., 2004, 13: 621-638.
- [9] Fryzlewicz P, Delouille V, Nason G P. Goes-8 x-ray sensor variance stabilization using the multiscale data-driven haar-fisz transform[J]. J. Roy. Statist. Soc. C, 2007, 56(1): 99-116.
- [10] Fisz M. The limiting distribution of a function of two independent random variables and its statistical application[J]. Colloq. Math., 1955, 3: 138-146.
- [11] Kolaczyk E D. Bayesian multiscale models for poisson processes[J]. J. Amer. Statist. Assoc., 1999, 94: 920-933.
- [12] Nowak R D, Kolaczyk E D. A statistical multiscale framework for poisson inverse problems[J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2000, 46(8): 1811-1825.
- [13] Campbell N. Discontinuities in light emission[A]. Proc. Cambridge Phil. Soc. [C]. 1909: 310-328.
- [14] Skellam J G. The frequency distribution of the difference between two poisson variates belonging to different populations[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1946, 109(3): 296.
- [15] Fryzlewicz P, Nason G P. A haar-fisz algorithm for poisson intensity estimation[J]. J. Comput. Graph. Statist., 2004, 13: 621-638.
- [16] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. J. Amer. Statist. Assoc., 1995, 90: 1200-1224.
- [17] Luisier F, Blu T, Unser M. A new sure approach to image denoising; Interscale orthonormal wavelet thresholding[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(3): 593-606.
- [18] Blu T, Luisier F. The sure-let approach to image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(11): 2778-2786.