

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.06.010

强耦合作用下自旋与碳纳米管谐振器之间的动力学研究

李秀红, 米贤武

(吉首大学物理与机电工程学院, 湖南 吉首 416000)

摘 要: 理论分析了单电子自旋与碳纳米管机械谐振器之间的耦合对系统动力学行为的影响。用一个主方程, 通过半经典的方法具体研究了系统在有量子位-谐振器耦合和没有耦合时平均声子占有数随频率失谐的变化情况、在不同耦合强度时对比了系统在旋波近似和非旋波近似下平均声子占有数随频率失谐的变化情况。在有耦合的情况下, 平均声子占有数在共振时, 产生了一个分裂, 而且在分裂峰值的附近出现了双稳态。通过对碳纳米管谐振器平均声子占有数的分析发现, 旋波近似和非旋波近似在耦合强度较弱的情况下能够很好地吻合。当系统进入超强耦合时, 旋波近似不再有效, 此时非旋波项变得不可忽略。

关键词: 量子光学; 平均声子占有数; 旋波近似; 非旋波近似

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-5461(2013)06-0703-07

Dynamics between spin and carbon nanotube resonator under strong coupling

LI Xiu-hong, MI Xian-wu

(College of Physics, Mechanical and Electrical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

Abstract: The dynamic behavior of system which influenced by the coupling between the single electron spin and carbon nanotube mechanical resonator was theoretically analyzed. By means of a master equation, average phonon occupation number as functions of the frequency detuning under the case with and without qubit-oscillator coupling was investigated via a semiclassical approach. The variation of average phonon occupation number as functions of the frequency detuning under the case with and without rotating-wave approximation was compared for different coupling strength. For coupling system, average phonon occupation number occurs a splitting phenomenon when resonance, simultaneously, a bistable state was observed near the splitting peak. By analysing the average phonon occupation number of the carbon nanotubes resonator, it was found that rotating-wave and non-rotating-wave approximation can coincide with each other very well under the weak coupling strength. However, the non-rotating-wave approximation term must be considered in the ultrastrong coupling system due to the rotating-wave approximation is no longer effective.

Key words: quantum optics; average phonon possession number; rotating-wave approximation; non-rotating-wave approximation

基金项目: 国家自然科学基金(10647132)和湖南省教育厅科研项目(10A100)资助课题

作者简介: 李秀红 (1989-), 女, 贵州人, 研究生, 从事腔量子电动力学的研究。 **E-mail:** 904497020@qq.com

导师简介: 米贤武 (1975-), 湖南人, 博士, 副教授, 从事凝聚态物理的研究和教学。 **E-mail:** xwmi@yahoo.com.cn

收稿日期: 2013-03-13; **修改日期:** 2013-05-02

1 引言

近年来,微机械由于其形状尺寸微小、操作尺度极小的特征,被人们当做从微观角度认识和改造客观世界的一种高新技术。其中微小尺度和纳米尺度的机械谐振器由于具有很多重要的工程应用而备受人们的关注,被用在移动通信、惯性传感器等先进技术当中。其实对单纳米磁体、微谐振器、微悬臂梁的研究已经取得了很大的进步,而以高频率振动的纳米规模的谐振器则被应用在超灵敏的质量探测等应用当中。纳米电机系统可以对电荷、质量和自旋进行高灵敏的探测并且已经稳步接近了机械运动的量子极限。类似地,在量子点中对单独的电子的操纵已经取得了很大的进展,并且被应用在固态量子计算中^[1]。

电子自旋在量子计算机、高精度磁感应探测等方面发挥着重要的作用。最近,德国康斯坦茨大学的科学家从理论上研究了将电子自旋和碳纳米管量子点耦合在一起的可能性^[2]。结果显示,碳纳米管的机械振动在很大程度上会影响它所捕获的电子的自旋状态,而电子自旋也会影响到碳纳米管的振动。研究人员指出,发现这种内在的强自旋-机械耦合对研究磁性纳米传感器-量子计算及其他纳米应用设备都具有重要的意义。

本文中我们以一个悬浮的碳纳米管(Carbon nano-tubes, CNT)机械谐振器为例(如图1),分析系统在非旋波近似下有强自旋-机械耦合和没有耦合时的动力学性质。在Jaynes-Cummings(JC)模型中,如果只考虑单电子自旋与碳纳米管(CNT)机械谐振器的相互作用哈密顿量,而不考虑自由哈密顿量,则自旋与谐振器的哈密顿量可表示为 $V = g(\hat{a}\sigma_+ + \hat{a}^+\sigma_- + \hat{a}^+\sigma_+ + \hat{a}\sigma_-)$ 。其中,前两个过程 $\hat{a}\sigma_+ + \hat{a}\sigma_-$ 满足能量守恒,而后两个相互作用过程不满足能量守恒。因为此相互作用哈密顿量不具有封闭性,所以没有精确解。人们就采取了各种办法来求近似解^[3~7]。如果把不满足能量守恒的过程去掉,此近似就是我们通常所说的旋波近似(Rotating-wave approximation, RWA)。实际上,采用旋波近似,在耦合强度较弱时是合理的,但是随着固态体系的发展和技术工艺的提高,在量子点^[8,9]、微量子腔^[10]、超导体系^[11,12]中,相互作用的耦合强度已经达到了超强耦合,相互作用中的各种效应都必须考虑,因此旋波近似不再合理。必须考虑能量不守恒的非旋波项对体系动力学性质的影响。本文主要用半经典的计算方法来计算,并且讨论非旋波项对系统动力学行为的影响。通过对平均声子占有数随着驱动频率-谐振器频率失谐变化的分析发现,旋波近似和非旋波近似在较弱的耦合强度下能够很好吻合,但是随着耦合强度的增加,必须考虑非旋波项,当耦合强度达到超强耦合时,旋波近似将不再有效。

2 物理模型与理论计算

图1所示的系统,在一段沟槽上悬置一段碳纳米管(CNT),让碳纳米管发挥声子腔的功能,然后加一个交流电压,通过一种类似于天线的形式从外部接近共振器,这段悬浮的CNT受激而发生振动,这种机械振动可以通过流过碳纳米管的一个直流电流而检测到,由于固有的硬度,CNT按照自身的频率振动起来,通过检测其振幅,就可以检测出代表耦合的理想自旋态。CNT的机械振动会极大影响它所捕获的电子的自旋状态,反之电子的自旋状态也会影响到CNT的振动。共振的同时,单电子自旋和CNT量子点耦合在了一起。由于在Pt金属电极上的肖特基势垒,电子被限制在纳米管中,在悬浮的碳纳米管部分形成一个量子点Quantum dots(QD)。通过一个被限制在CNT中的量子点,就可以证明在纳米机械运动和单电荷隧穿之间的强耦合^[13]。

系统的哈密顿量为

$$\frac{H}{\hbar} = \frac{\omega_q}{2}\sigma_3 + g(\hat{a} + \hat{a}^+)\sigma_1 + \omega_p\hat{a}^+\hat{a} + 2\lambda(\hat{a} + \hat{a}^+)\cos\omega t, \quad (1)$$

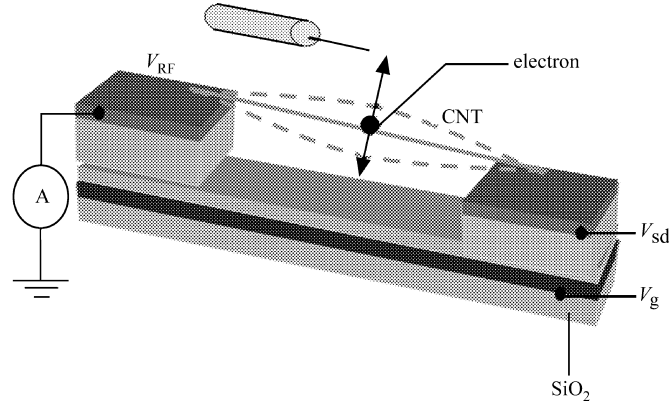


Fig.1 A high quality factor suspended carbon nanotube (CNT) resonator

式中 ω_q , ω_p 是量子位、谐振器频率, 矩阵 $\sigma_{1,3}$ 是作用在二能级量子位空间的泡利矩阵, \hat{a}^+ 和 \hat{a} 是声子模型的产生、湮灭算符, ω 和 λ 是描述谐振器外部驱动的频率和耦合强度, 可以通过耦合于一个附近天线的交流电场获得^[13], g 是量子位 - 谐振器耦合强度。方程 (1) 的推导详见参考文献 [14], 为了确定系统对预期的参数体系的反应, 我们用主方程的方法研究了耦合的量子位 - 谐振器动力学性质, 这种方法考虑了声子模型的有限时间, 也考虑了外部声子热库的非零温度。对于弱驱动, $\lambda \leq \omega_p$ 并且 $\omega_p \approx \omega_q \approx \omega \geq g$, 则在旋波近似下, (1) 式哈密顿量的 J-C 模型形式为^[15]

$$\frac{H_{RWA}}{\hbar} = \frac{\tilde{\omega}_q}{2}\sigma_3 + g(\hat{a}\sigma_+ + \hat{a}^+\sigma_-) + \tilde{\omega}_p\hat{a}^+\hat{a} + \lambda(\hat{a} + \hat{a}^+), \quad (2)$$

式中 $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega$ ($i=p,q$)。在非旋波近似下, 由于声子阻尼的存在, 系统在很长一个时间范围内都将趋于稳态, 也就是说系统的动力学性质在稳态下不会随着时间的变化而发生变化, 因此为了便于计算, 以 $t=0$ 时刻为例进行计算, 同时考虑能量不守恒的非旋波项对系统的影响, 则非旋波近似下 (1) 式哈密顿量的 J-C 模型形式为

$$\frac{H_{NRWA}}{\hbar} = \frac{\tilde{\omega}_q}{2}\sigma_3 + g(\hat{a}\sigma_+ + \hat{a}^+\sigma_- + \hat{a}^+\sigma_+ + \hat{a}\sigma_-) + \tilde{\omega}_p\hat{a}^+\hat{a} + \lambda(\hat{a} + \hat{a}^+). \quad (3)$$

量子位 - 谐振器密度矩阵 ρ 的主方程为^[2]

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + (n_B + 1)\Gamma(\hat{a}\rho\hat{a}^+ - \frac{1}{2}\{\hat{a}^+\hat{a}, \rho\}) + n_B\Gamma(\hat{a}^+\rho\hat{a} - \frac{1}{2}\{\hat{a}\hat{a}^+, \rho\}), \quad (4)$$

式中 $n_B = 1/(e^{\hbar\omega_p/k_B T} - 1)$ 是热库 - 模型玻色爱因斯坦占有数因子, k_B 是玻尔兹曼常数。

由于存在声子阻尼, 系统在很长一个时间范围内都将趋于稳态, 用密度矩阵 $\bar{\rho}$ 来描述。通过设置等式 (4) 中的 $\dot{\rho} = 0$ 来研究这个稳态, 用半经典的计算方法, 我们通过以下方程求解系统的平均声子占有数, 详见参考文献 [2]。

在旋波近似下

$$\begin{cases} \langle \dot{\hat{a}} \rangle = \left(-i\tilde{\omega}_p - \frac{\Gamma}{2} \right) \langle \hat{a} \rangle - i\lambda - ig\langle \sigma_- \rangle \\ \langle \dot{\sigma}_- \rangle = -i\tilde{\omega}_q\langle \sigma_- \rangle + ig\langle \hat{a}\sigma_3 \rangle \\ \langle \dot{\sigma}_3 \rangle = -2ig(\langle \hat{a}\sigma_+ \rangle - \langle \hat{a}^+\sigma_- \rangle) \end{cases} \quad (5)$$

方程组中, 忽略量子位 - 谐振器自由度之间的相关波动, 对平均值做一个近似有 $\langle \hat{a}\sigma_3 \rangle \approx \langle \hat{a} \rangle \langle \sigma_3 \rangle$, $\langle \hat{a}\sigma_+ \rangle \approx \langle \hat{a} \rangle \langle \sigma_+ \rangle$, $\langle \hat{a}^+\sigma_- \rangle \approx \langle \hat{a}^+ \rangle \langle \sigma_- \rangle$, 因为 $\langle \sigma_+ \rangle = \langle \sigma_- \rangle^*$, $\langle \hat{a}^+ \rangle = \langle \hat{a} \rangle^*$, 如参考文献 [16] 中定义的复变量 $y = \langle \hat{a} \rangle$, $z = 2\langle \sigma_- \rangle$ 所示, 实变量 $w = \langle \sigma_3 \rangle$, 则 (5) 式可简化为

$$\begin{cases} \dot{y} = \left(-i\tilde{\omega}_p - \frac{\Gamma}{2}\right)y - i\lambda - ig\frac{z}{2} \\ \dot{z} = -i\tilde{\omega}_q z + 2igyw \\ \dot{w} = -ig(yz^* - y^*z) \end{cases} \quad (6)$$

在稳态下 ($\dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = 0$), 可将方程组 (6) 简化为

$$\begin{cases} \left(-i\tilde{\omega}_p - \frac{\Gamma}{2}\right)y - i\lambda - ig\frac{z}{2} = 0 \\ -i\tilde{\omega}_q z + 2igyw = 0 \\ -ig(yz^* - y^*z) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

解方程组 (7) 得到

$$\frac{\lambda^2}{|y_{\pm}|^2} = \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \left(\tilde{\omega}_p \pm \frac{g^2}{\sqrt{\tilde{\omega}_q^2 + 4g^2|y_{\pm}|^2}}\right)^2 \quad (8)$$

因为 $y = \langle \hat{a} \rangle$, $|y|^2 = y^*y = \langle \hat{a}^+ \rangle \langle \hat{a} \rangle \approx \langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle = \bar{n}$, 所以 (8) 式化为

$$\frac{\lambda^2}{\bar{n}} = \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \left(\tilde{\omega}_p \pm \frac{g^2}{\sqrt{\tilde{\omega}_q^2 + 4g^2\bar{n}}}\right)^2 \quad (9)$$

(9) 式中的 \bar{n} 就是要求的平均声子占有数。

在非旋波近似下

$$\begin{cases} \langle \dot{\hat{a}} \rangle = \left(-i\tilde{\omega}_p - \frac{\Gamma}{2}\right)\langle \hat{a} \rangle - i\lambda - ig\langle \sigma_- \rangle - ig\langle \sigma_+ \rangle \\ \langle \dot{\sigma}_- \rangle = -i\tilde{\omega}_q \langle \sigma_- \rangle + ig\langle \hat{a} \sigma_3 \rangle + ig\langle \hat{a}^+ \sigma_3 \rangle \\ \langle \dot{\sigma}_3 \rangle = -2ig\langle \hat{a} \sigma_+ \rangle + 2ig\langle \hat{a}^+ \sigma_- \rangle - 2ig\langle \hat{a}^+ \sigma_+ \rangle + 2ig\langle \hat{a} \sigma_- \rangle \end{cases} \quad (10)$$

则用与在旋波近似下一样的方法解这个方程组得

$$\frac{\lambda^2}{\bar{n}} = \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \left(\tilde{\omega}_p \pm \frac{4g^2}{\sqrt{\tilde{\omega}_q^2 + 16g^2\bar{n}}}\right)^2 \quad (11)$$

在没有耦合 ($g = 0$) 的情况下, (11) 式化为

$$\frac{\lambda^2}{\bar{n}} = \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \tilde{\omega}_p^2 \quad (12)$$

3 数值计算结果与分析

最近, 已经检测到了纳米机械谐振器和单一自旋之间的相互作用^[17], 并且已经从理论上研究了^[18,19]以下这种情况, 即自旋-谐振器耦合是由于自旋的相对运动和源于局部的磁场梯度。其实这种耦合已经实现了, 例如, 可以用一个在悬臂梁上振动的磁性尖端来实现, 这个磁性尖端放置在靠近一个金刚石晶体中的氮-空中心上方, 氮-空中心具有一个独特的、长寿命的单电子自旋状态, 磁化的悬臂梁尖端引起悬臂梁振动, 产生的强磁场梯度把悬臂的振动转化为振荡的磁场, 然后通过它的磁矩耦合于单电子自旋, 这是一种外在的耦合。相反, 在本文中我们所描述的碳纳米管中存在的单电子自旋-谐振器耦合是内在的、固有的耦合。可以参考最近 Kuemmeth 等发现的内在的强自旋-轨道耦合^[20~23]。

本文中, 以被限制在一段悬浮的碳纳米管量子点中的一个电子为例, 文中我们集中于一个单电子, 但是期待这种定性的特征对任何的奇数占有数都有效^[24]。描述谐振器外部驱动的耦合强度 $\lambda/2\pi = 0.05$ MHz,

参数 $\Gamma = 8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$, 驱动频率 - 谐振器频率失谐 $\delta\omega = \omega - \omega_i$ ($i=p,q$) 量子位 - 谐振器耦合强度 g 在文章中根据实际需要设置不同的值。下面分析系统在非旋波近似下有量子位 - 谐振器耦合 ($g \neq 0$) 和没有耦合 ($g = 0$) 时, 平均声子占有数随频率失谐的变化情况, 如图 2 所示。图中虚线表示稳态下没有耦合的驱动碳纳米管谐振器平均声子占有数随着驱动频率 - 谐振器频率失谐的变化情况, 我们可以看到当驱动频率等于谐振器频率 $\omega = \omega_p$, 即共振时, 平均声子占有数达到了最大值。对于强激发, 平均声子占有数很大, 用一个半经典方法去获得这个系统动力学的主要特征 [25,26], 参考文献 [25] 中描述了这种扩展方法, 包括量子位、谐振器和驱动频率这几个不同的值, 我们可以得到平均自旋和谐振器变量的半经典运动方程 [14]。图中实线所示为稳态下一个共振的耦合量子位 - 谐振器系统 ($\omega = \omega_p$), 耦合强度 $g/2\pi = 0.8 \text{ MHz}$, 可以看到, 在接近谐振器共振时, 发生了一个分裂, 在分裂高峰的附近, 发现稳定的稳态解有两个分支, 这就是一个双稳态或滞后的行为。类似谐振器的不稳定已经被用来作为超导量子比特 [27] 中的一个灵敏输出体系的基础, 也可能对那些需要探测频率有微小改变的质量或磁场传感应用有用。

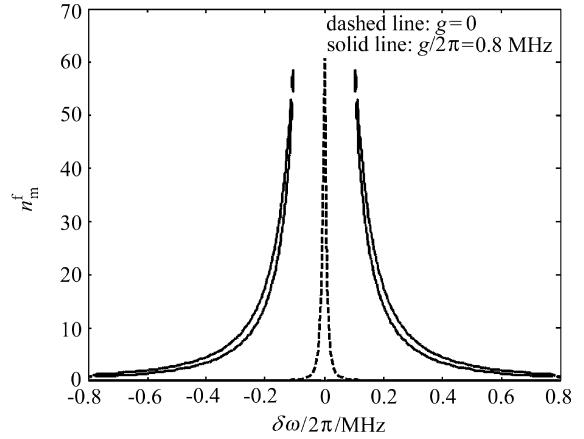


Fig.2 On steady-state, average phonon occupation number of the driven CNT resonator as functions of the drive frequency-oscillator frequency detuning with (solid line) and without (dashed line) qubit-oscillator coupling

对于不同的耦合强度, 我们在旋波近似和非旋波近似下分析电子自旋 - 谐振器系统中平均声子占有数随频率失谐的变化情况, 如图 3(a)、(b)、(c)、(d)、(e) 所示, 参数大小与图 2 中的一样, 对应的耦合强度分别为 (a) $g/2\pi = 0.001 \text{ MHz}$; (b) $g/2\pi = 0.01 \text{ MHz}$; (c) $g/2\pi = 0.1 \text{ MHz}$; (d) $g/2\pi = 1 \text{ MHz}$; (e) $g/2\pi = 3 \text{ MHz}$ 。图 3 给出了系统在不同耦合强度下平均声子占有数随频率失谐的变化情况, 共振耦合的量子位 - 谐振器系统中 $\omega_q = \omega_p$ 。图中粗实线表示系统在旋波近似下平均声子占有数随频率失谐的变化情

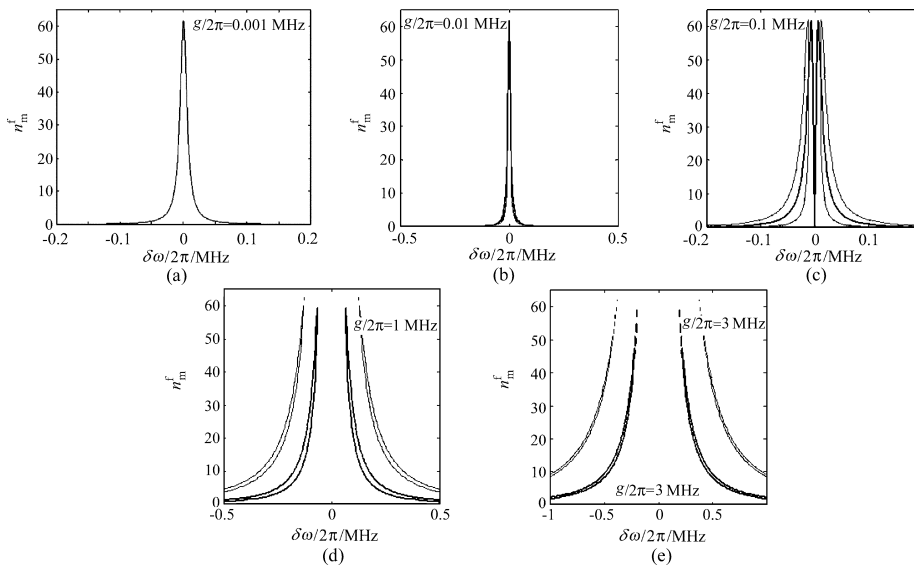


Fig.3 Average phonon occupation number of the resonance coupled driven CNT resonator as functions of the drive frequency-oscillator frequency detuning with (heavy line) and without (fine line) rotating-wave approximation

况, 细实线表示系统在非旋波近似下平均声子占有数随频率失谐的变化情况。从图 3(a) 中我们可以看到, 当耦合非常弱的时候, 图形没有发生分裂, 而且旋波近似和非旋波近似能够很好地吻合, 也就是说, 能量不守恒的非旋波项在弱耦合区间对系统的动力学性质影响是很小的, 可以忽略不计。但是随着耦合强度的不断增强, 图形发生了分裂, 而且在分裂高峰的附近出现了双稳态, 此时系统受非旋波项的影响逐渐显示出来, 如图 3(b)、(c)、(d) 所示, 旋波近似和非旋波近似下的图形相差越来越大。当耦合强度进一步增强到超强耦合时, 如图 3(e) 所示, 系统受非旋波项的影响已经非常明显。从上面的分析可以看出, 平均声子占有数随频率失谐的变化确实被非旋波项影响。非旋波项有微扰作用, 我们发现耦合强度越大, 微扰作用越大。由于非旋波项作用很小, 理论上一般忽略非旋波项。以上仅考虑了一个因素变化, 但是实验中有许多的因素发生变化, 因此, 为了得到精确解, 我们必须考虑非旋波项。

4 结 论

本文研究了稳态下没有耦合时的驱动碳纳米管谐振器平均声子占有数, 在驱动频率等于谐振器频率, 即共振时, 其平均声子占有数达到了最大值。然而有耦合的情况下, 自旋量子位 - 谐振器的耦合可以使得平均声子占有数在共振时发生分裂, 而且在分裂峰的附近还会出现双稳态。同时还进一步研究了系统在旋波近似和非旋波近似下, 平均声子占有数随频率失谐的变化情况, 结果显示, 旋波近似和非旋波近似在较弱的耦合强度下吻合得很好, 但是当耦合逐渐增强到强耦合时, 非旋波项就不能忽略了, 必须考虑它对系统产生的影响, 随着耦合强度增强到超强耦合, 旋波近似就无效了。文中描述的强量子位 - 谐振器耦合能在悬浮的碳纳米管量子点中实现。这种耦合可以用在传感应用中, 也可以用于以自旋为基础的量子信息处理中。

参考文献:

- [1] Hanson R, Kouwenhoven L P, Petta J R, *et al.* Spins in few-electron quantum dots [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2007, 79: 1217-1265.
- [2] Palyi A, Struck P R, Rudner M, *et al.* Spin-orbit-induced strong coupling of a single spin to a nano mechanical resonator [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108: 206811.
- [3] Zheng H, Zhu S Y, Zubairy M S, *et al.* Zeno and anti-Zeno effects: Without rotating wave approximation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101: 200404-200408.
- [4] Ai Q, Li Y, Zheng H, *et al.* Quantum anti-Zeno effect without rotating wave approximation [J]. *Phys. Rev. A*, 2010, 81: 042116-042127.
- [5] Zhang Y W, Chen G, Yu L X, *et al.* Analytical ground state for the Jaynes-Cummings model with ultrastrong coupling [J]. *Phys. Rev. A*, 2011, 83: 065802-065805.
- [6] Beaudoin F, Gambetta J M, Blais A, *et al.* Dissipation and ultrastrong coupling in circuit QED [J]. *Phys. Rev. A*, 2011, 84: 043832-043846.
- [7] Chen Q H, Yang Y, Liu T, *et al.* Quantum discord dynamics of two qubits in the single-mode cavities [J]. *Phys. Rev. A*, 2010, 82: 052306-052313.
- [8] Anappara A A, Liberato S D, Tredicucci A, *et al.* Signatures of the ultrastrong light-matter coupling [J]. *Phys. Rev. B*, 2009, 79: 201303-201313.
- [9] Todorov Y, Andrews A M, Colombelli R, *et al.* Ultrastrong light-matter coupling regime with polariton dots [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105: 196402-196405.

- [10] Fedorov A, Feofanov A K, Macha P, *et al.* Strong coupling of a quantum oscillator to a flux qubit at its symmetry point [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105: 060503-060506.
- [11] Nataf P, *et al.* Protected quantum computation with multiple resonators in ultrastrong coupling circuit QED [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107: 190402-190405.
- [12] Lizuain I, Casanova J, Garcla-Ripoll J J, *et al.* Zeno physics in ultrastrong circuit QED [J]. *Phys. Rev. A*, 2010, 81: 062131-062139.
- [13] Huettel A K, Steele G A, *et al.* Carbon nanotubes as ultrahigh quality factor mechanical resonators [J]. *Science*, 2009, 325: 1103.
- [14] Palyi A, Struck P R, Rudner M, *et al.* Supplementary electronic material for: Spin-orbit-induced strong coupling of a single spin to a nanomechanical resonator [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108: 206811.
- [15] Jaynes E T, Cummings F W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser [J]. *Proc. IEEE*, 1963, 51: 89.
- [16] Bulaev D V, Loss D. Spin-orbit-mediated coupling of electron spin dynamics [J]. *Phys. Rev. B*, 2008, 77: 235-301.
- [17] Rugar D, Budakian R, Mamin H, *et al.* Single spin detection by magnetic resonance force microscopy [J]. *Nature (London)*, 2004, 430: 329.
- [18] Rabl P, Cappellaro P, Gurudev Dutt M V, *et al.* Strong magnetic coupling between an electronic spin qubit and a mechanical resonator [J]. *Phys. Rev. B*, 2009, 79: 041302(R).
- [19] Rabl P, Kolkowitz S J, Koppens F H L, *et al.* A quantum spin transducer based on nanoelectromechanical resonator arrays [J]. *Nature Phys.*, 2010, 6: 602.
- [20] Ando T. Spin-orbit interaction in carbon nanotubes [J]. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 2000, 69: 757.
- [21] Schulz A, Martino A D, Egger R. Spin-orbit coupling and spectral function of interacting electrons in carbon nanotubes [J]. *Phys. Rev. B*, 2009, 80: 075409.
- [22] Wataru I, Kentaro S, Riichiro S. Spin-orbit interaction in single wall carbon nanotubes: Symmetry adapted tight-binding calculation and effective model analysis [J]. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 2009, 78: 074707.
- [23] Klinovaja J, Schmidt M J, Braunecker B, *et al.* Helical modes in carbon nanotubes generated by strong electric fields [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 106: 156809.
- [24] Yang H, *et al.* Nonlocal spin transport in single walled carbon nanotube networks [J]. *Nature Phys.*, 2011, 7: 348.
- [25] Alsing P, Carmichael H J. Spontaneous dressed-state polarization of a coupled atom and cavity mode [J]. *Quant. Opt.*, 1991, 3: 13.
- [26] Bishop L S, Ginossar E, Girvin S M. Response of the strongly driven Jaynes-Cummings oscillator [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105: 100505.
- [27] Reed M D, Dicarlo L, Johnson B R, *et al.* High-fidelity readout in circuit quantum electrodynamics using the Jaynes-Cummings nonlinearity [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105: 173601.