

DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.06.004

非偏振光叠加传播及散射势获取的相关讨论

张明辉

(安徽大学物理与材料科学学院, 安徽 合肥 230601)

摘 要: 经典的 Stokes 理论认为非偏振光叠加仍为非偏振光。以高斯 - 谢尔模光束为示例, 表明光场在自由传播的过程中情况并非总是如此。并以此为例, 展示 Stokes 理论的可叠加性原理在描述光场传播过程中的本地行为和全局行为上是有区别的。作为应用示例, 讨论了一个与大气和生物组织相关的散射势获取的问题。

关键词: 物理光学; 部分相干; 部分偏振; 自由传播; 散射势

中图分类号: O436.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-5461(2013)06-0665-08

Discussion for propagation of superposed unpolarized beams and acquisition of scattering potentials

ZHANG Ming-hui

(School of Physics and Material Science, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: Two independent unpolarized light beams can sum up to be one unpolarized light beam based on the classical Stokes theory. However, it's demonstrated that its global validation needs a preliminary requirement. The work was carried out with an example of a Gaussian-Shell beam. An applicable hint was given with the determination of scattering potentials in atmospheric and biological experiments.

Key words: physical optics; partial coherence; partial polarization; free propagation; scattering potential

1 引 言

自 1852 年以来, 在经典场合一直采用 Stokes 提出并以之命名的理论讨论光场的偏振特性。主要内容为空间某点 \mathbf{r} 处光场的偏振状态由 Stokes 矢量

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = [(s_0(\mathbf{r}), s_1(\mathbf{r}), s_2(\mathbf{r}), s_3(\mathbf{r}))]^T \quad (1)$$

来描述, 其中四个元素 $s_0 \sim s_3$ 分别代表直角坐标系下, 光场的强度、光场先后通过透振方向为 0° 和 90° 的检偏器之后的强度之差、光场先后通过透振方向为 $+45^\circ$ 和 -45° 的检偏器之后的强度之差, 以及光场通过 $1/2$ 波片之后再先后经过透振方向为 $+45^\circ$ 和 -45° 的检偏器的强度之差^[1]。后来提出的与 Stokes 矢量等价的偏振矩阵 $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ (史称相干矩阵, 由于其只包含偏振信息而未包含相干信息, Wolf 于近年建议使用“偏振矩阵”予以替代^[2]), 常用于简化计算光场通过线性光学元件后光场偏振状态的改变。其与 Stokes 矢量 \mathbf{S} 的对应方式为^[1]

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} s_0(\mathbf{r}) + s_1(\mathbf{r}) & s_2(\mathbf{r}) + is_3(\mathbf{r}) \\ s_2(\mathbf{r}) - is_3(\mathbf{r}) & s_0(\mathbf{r}) - s_1(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

基金项目: 国家自然科学基金 (31270081)、安徽大学“211 工程”基金 (02303319-33190147) 资助项目

作者简介: 张明辉 (1971 -), 湖南常德人, 博士, 副教授, 从事基础光学的教学和研究工作, E-mail: zmh@ahu.edu.cn

收稿日期: 2013-03-28; **修改日期:** 2013-07-18

传统的 Stokes 理论认为, 不同光场在叠加时, Stokes 矢量或偏振矩阵具有可叠加性^[1]。其最经典的实例有如下两命题: 1) 任何部分偏振光, 均可由一束偏振光和一束非偏振光叠加而成; 2) 两束非偏振光叠加后, 仍为非偏振光。

直到 2008 年, Wolf 通过对上述命题 1) 的研究, 指出 Stokes 理论的缺憾在于对其可叠加性的论断仅限描述光场的“本地行为”(原文是“local behavior”, 即指“该行为仅存在于传输空间的某一处截面”), 而并非通用于光场传播过程中的“全局行为”(原文是“global behavior”, 即指“该行为对于传输空间的所有截面均存在”)^[3]。Wolf 等的研究给出传播过程中全局意义下, 命题 1) 得以成立的充要条件, 并提出“Stokes 光束”的概念^[3]。此理论引发了一些很有意义的讨论, 如文献[4~6]。

与之相仿, 本工作试图通过对上述命题 2) 的讨论, 展示 Stokes 理论在此场合, 亦具有描述本地行为和全局行为的区别。表明, 要使命题 2) 得以成立, 必须满足一定的前提条件; 否则非偏振光束叠加经自由传播后, 一般会呈部分偏振光的特性。

本文第 2 节叙述本工作所必需的基础知识; 在此基础上于第 3 节给出非偏振光叠加后传播仍为非偏振光的充要条件, 即 Stokes 理论在此情况下具有全局意义的条件。通过第 4 节基于高斯-谢尔模光束的例子, 展示该充要条件在光场传播的全局行为中, 并不总是成立; 如成立, 则需要附带其他条件。在第 5 节给出一个应用示例后, 于第 6 节作出结论。

2 理论概要

本文涉及的与空间位置相关的变量如图 1 所示。P 为直角坐标系中任意一点, 其位置, 由三维向量 \mathbf{r} 描述。 $E_{x,y}$ 为光的电场部分分别在 x, y 轴方向的分量。 ρ 为垂直于 z 轴的二维矢量, 且 $\mathbf{r} \equiv (\rho, z)$; 假设本文所讨论的光束沿 z 轴传播。若 P_1 和 P_2 为 $z > 0$ 空间任意两点, 则描述其一阶相干性的互相干矩阵定义如下^[2]

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \begin{bmatrix} \langle E_x^*(\mathbf{r}_1, t) E_x(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle & \langle E_x^*(\mathbf{r}_1, t) E_y(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle \\ \langle E_y^*(\mathbf{r}_1, t) E_x(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle & \langle E_y^*(\mathbf{r}_1, t) E_y(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 (\mathbf{r}, t) 代表“空间 P 点 t 时刻”, 上标“*”和尖括号“ $\langle \dots \rangle$ ”分别代表复共轭和系综平均运算; 表达式中的电场为来源于系综 $\{E(\mathbf{r}, t)\}$ 的随机样本。很明显, 当 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$, 且 $\tau = 0$ 时, 互相干矩阵(3)退化为偏振矩阵(2)。互相干矩阵(3)的傅里叶变换^[2]

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (4)$$

称“互谱密度矩阵”, 其具体形式为

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \end{bmatrix} \quad (5)$$

中的四个矩阵元, 可表达为如下四个系综平均值^[2]

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \equiv \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, \omega) E_j(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle, \quad i, j = x, y. \quad (6)$$

须知式中, 系综 $\{E(\mathbf{r}, \omega)\}$ 的随机过程成员, 并非系综 $\{E(\mathbf{r}, t)\}$ 随机过程的傅里叶变换, 而须视为满足(6)式的“单色光实现”^[7](或见[2])。Lahiri 与 Wolf 已证明^[8], $W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$ 的物理意义, 可视为该光束通过中心频率为 ω 的窄带滤光片后, 透射光在点 \mathbf{r}_1 处电矢量的 i 分量和 \mathbf{r}_2 处 j 分量的相关函数($i, j = x, y$)^[2]。可以看出, 当 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ 时, (5)退化为描述光场偏振态的“谱密度矩阵”

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}, \omega) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}, \omega) & W_{xy}(\mathbf{r}, \omega) \\ W_{yx}(\mathbf{r}, \omega) & W_{yy}(\mathbf{r}, \omega) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

由上面的论述知, 其物理意义为该光束通过中心频率为 ω 的窄带滤光片后, 透射光的偏振矩阵 (与 (2) 对应)。此矩阵由于反映了 P 点上述透射光的偏振状态, 而被称为“偏振谱” (当然, 与该偏振矩阵一一对应的斯托克斯矢量也可被称为偏振谱)。该光束在空间 P 点为非偏振光的充要条件可由

$$P(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{1 - \frac{4\text{Det}\mathbf{W}(\mathbf{r}, \omega)}{\text{Tr}^2\mathbf{W}(\mathbf{r}, \omega)}} = 0 \quad (8)$$

得出, 即

$$\begin{cases} W_{xx}(\mathbf{r}, \omega) = W_{yy}(\mathbf{r}, \omega) \neq 0 \\ W_{xy}(\mathbf{r}, \omega) = W_{yx}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

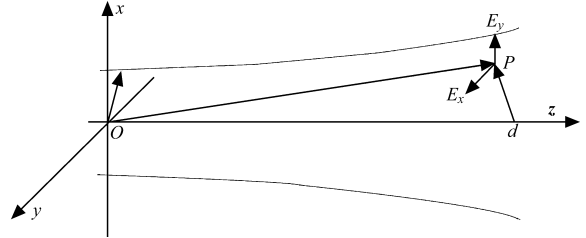


Fig.1 Parameters related to propagation of a paraxial beam

依经典的 Stokes 理论, (7) 式具有可叠加性,

即对于由两束同方向传播的独立光场 (分别标记为 A 、 B) 重叠而成的“合成光场”, 其谱密度矩阵 $\mathbf{W}(\mathbf{r})$ 可分解为两光束各自的偏振矩阵之和 [1], 即

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}) = \mathbf{W}_A(\mathbf{r}) + \mathbf{W}_B(\mathbf{r}) \quad (10)$$

尽管 (7) 可完整地描述此准单色光场的偏振状态, 但偏振状态的传播特性, 并不是由矩阵 (7) 而是由互谱密度矩阵 (5) 来承载 [9]。假设光束传播过程中位于垂直于传播方向上 $z = 0$ 平面处光场的互谱密度矩阵为 $\mathbf{W}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \omega)$, 则 $z > 0$ 半空间内空间任意两点 P_1 和 P_2 的互谱密度矩阵 $\mathbf{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$ 可经 $\mathbf{W}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \omega)$ 由下式表达 [9]

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \iint_{z=0} W_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2, \omega) \mathbf{G}^*(\boldsymbol{\rho}'_1, \mathbf{r}_1, \omega) \mathbf{G}(\boldsymbol{\rho}'_2, \mathbf{r}_2, \omega) d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 d^2 \boldsymbol{\rho}'_2 \quad (11)$$

其中 \mathbf{G} 为非涅耳衍射在傍轴近似下的传播子

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk}{2\pi z} \exp\left[\frac{jk(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r})^2}{2z}\right] \quad (12)$$

上式中 z 为考查点 P 到平面 $z = 0$ 的距离。

3 非偏振光叠加后传播仍为非偏振光的充要条件

假设有两个传播方向相同的非偏振独立光束 A 、 B , 根据 (9), 在其初始平面 $z = 0$ (如前所述, 以上标 (0) 标记) 各自的谱密度矩阵应分别为

$$\mathbf{W}_A^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = \begin{bmatrix} W_{Axx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) & 0 \\ 0 & W_{Ayy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_B^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = \begin{bmatrix} W_{Bxx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) & 0 \\ 0 & W_{Byy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) \end{bmatrix} \quad (13)$$

且 $W_{Axx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{Ayy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega)$, $W_{Bxx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{Byy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega)$. (14)

结合 (9) 和 (10), 知初始平面合成光场已满足非偏振光的充要条件

$$\begin{cases} W_{xx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{Axx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) + W_{Bxx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = \\ \quad W_{Ayy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) + W_{Byy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{yy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) \neq 0 \\ W_{xy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{Axy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) + W_{Bxy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = \\ \quad W_{Ayx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) + W_{Byx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = W_{yx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}', \omega) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

现沿传播方向, 任取一距光源平面为 $z = z$ 的平面考察其相干矩阵 $\mathbf{W}^{(z)}(\boldsymbol{\rho}, \omega)$, 则“非偏振光束叠加后仍为非偏振光束”成立的等价表述为“光束在自由传播的情况下, (15) 将导致

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{xx}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{Axx}^{(z)}(\rho, \omega) + W_{Bxx}^{(z)}(\rho, \omega) = \\ \quad W_{Axy}^{(z)}(\rho, \omega) + W_{Bxy}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{yy}^{(z)}(\rho, \omega) \neq 0 \\ W_{xy}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{Axy}^{(z)}(\rho, \omega) + W_{Bxy}^{(z)}(\rho, \omega) = \\ \quad W_{Ayx}^{(z)}(\rho, \omega) + W_{Byx}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{yx}^{(z)}(\rho, \omega) = 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

成立, 即情况

$$(15) \Rightarrow (16) \quad (17)$$

成立是 Stokes 理论描述“偏振光叠加后仍是偏振光”具有全局意义的充要条件。图 2 给出命题系“本地行为”和“全局行为”意义的描述。

现假设各自的光场在平面 $z = 0$ 处均为完全非偏振光, (15) 式已表明此处的合成光场亦为完全非偏振光。本文接下来的讨论将表明, 即便如此, 也并不能自动保证此两光束的合成光传播到平面 $z = z$ 时, 仍为完全非偏振光 ((16) 式); 而能使 (17) 式成立, 即“偏振光叠加后仍是偏振光”具有全局意义的光束是需要满足一定条件的。

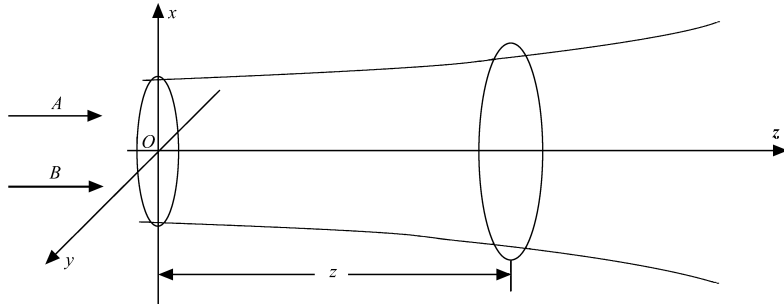


Fig.2 Notation relating to the global validation for the superposed unpolarized beams. According to Emil Wolf, the local behavior refers to the condition when the theorem only validates in the plane $z = 0$, and the global behavior refers that the theorem validates through a region for any values of z

下面将以高斯 - 谢尔模光束为例, 说明 (17) 并非总是成立; 若要使情况 (17) 成立, 必须满足一定的前提条件。

4 一例

高斯 - 谢尔模 (Gaussian Shell-model, 简称 GSM) 光束系指这样一种光束, 在其横截面上, 强度与极径大小呈高斯函数的关系; 与此同时, 其电矢量各个分量的二阶空间相关函数, 与考察点间的距离亦为高斯函数的关系^[10,11]。本文涉及的高斯 - 谢尔模光束为自然界光场广泛具备的形态, 其在初始平面 $z = 0$ 的互谱密度矩阵 $W^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega)$ 的矩阵元为

$$W_{ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega) = E_i E_j C_{ij} \exp \left[- \left(\frac{\rho_1'^2}{\sigma_i^2} + \frac{\rho_2'^2}{\sigma_j^2} \right) \right] \exp \left[- \frac{(\rho'_1 - \rho'_2)^2}{\delta_{ij}^2} \right], (i, j = x, y), \quad (18)$$

上式中各参数的下标 i 和 j 分别指该参数与坐标相关的量。容易看出, 上式中参数 σ_i 和 σ_j 分别代表光束在考察截面沿 i 和 j 方向的强度分布情况; 而 δ_{ij} 则应视为 ρ'_1 和 ρ'_2 两考察点处电场的 i 、 j 分量的相关系数随两点间距增加而减小的情况。式中 E_i 和 E_j 是电场在初始平面原点处沿坐标 i 和 j 方向的分量; C 为与该平面原点处相关的常数, 为方便讨论, 特进行如下假设

$$E_i = E_j = E, \sigma_i = \sigma_j = \sigma, C_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, (i, j = x, y). \quad (19)$$

现指定两束高斯 - 谢尔模光束 A 和 B ; 依 (18) 和 (19), 令它们各自互谱密度矩阵 $\mathbf{W}_{A,B}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega)$ 的矩阵元为

$$W_{\alpha ij}^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega) = E_\alpha^2 C_{\alpha ij} \exp\left(-\frac{\rho_1'^2 + \rho_2'^2}{\sigma_\alpha}\right) \exp\left[-\frac{(\rho_1' - \rho_2')^2}{\delta_{\alpha ij}^2}\right], (\alpha = A, B; i, j = x, y), \quad (20)$$

下标 α 代表光束 A 和 B , 下同。需特别提示的是, 一般情况下上式中的

$$\delta_{\alpha ii} \neq \delta_{\alpha jj}, (\alpha = A, B; i, j = x, y; i \neq j). \quad (21)$$

也就是说, 各光束于初始平面 $z = 0$ 的空间相干性, 在其两正交方向一般是不同的; 通俗地说, 就是沿着两个方向的横向相干长度不一样。现令 $\rho'_1 = \rho'_2 = \rho'$, 由 (19) 和 (20) 两式可知这两束光的谱密度矩阵 $\mathbf{W}_{A,B}^{(0)}(\rho', \omega)$ 的矩阵元各自为

$$W_{\alpha ij}^{(0)}(\rho', \omega) = E_\alpha^2 C_{ij} \exp\left(-\frac{\rho'^2}{\sigma_\alpha}\right), (\alpha = A, B; i, j = x, y). \quad (22)$$

即各自的谱密度矩阵分别为

$$\mathbf{W}_A^{(0)}(\rho', \omega) = \begin{bmatrix} E_A e^{-\frac{\rho'^2}{\sigma_A}} & 0 \\ 0 & E_A e^{-\frac{\rho'^2}{\sigma_A}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_B^{(0)}(\rho', \omega) = \begin{bmatrix} E_B e^{-\frac{\rho'^2}{\sigma_B}} & 0 \\ 0 & E_B e^{-\frac{\rho'^2}{\sigma_B}} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

可见, A 、 B 两光束在平面 $z = 0$ 内均为非偏振光。上式代入 (10), 知初始平面内合成光场谱密度矩阵 $\mathbf{W}^{(0)}(\rho', \omega)$ 的矩阵元满足

$$\begin{cases} W_{xx}^{(0)}(\rho', \omega) = E_A^2 \exp\left(-\frac{\rho'^2}{\sigma_A}\right) + E_B^2 \exp\left(-\frac{\rho'^2}{\sigma_B}\right) = W_{yy}^{(0)}(\rho', \omega) \\ W_{xy}^{(0)}(\rho', \omega) = W_{yx}^{(0)}(\rho', \omega) = 0 \end{cases}, \quad (15')$$

这表明合成光束在初始平面内, 谱密度矩阵元 (15)' 与方程 (15) 一致, 确为非偏振光。下面考察 A 、 B 两光束自由传播距离 $d = z$ 后, 即在沿传播方向垂直的截面 $z = z$ 内的偏振情况。将 (20) 代入 (11) 和 (12), 可得该截面两光束互谱密度矩阵 $\mathbf{W}_{A,B}^{(z)}(\rho'_1, \rho'_2, \omega)$ 的矩阵元为 [2]

$$\begin{cases} W_{\alpha ij}^{(z)}(\rho_1, \rho_2, \omega) = \frac{E_\alpha^2}{\Delta_{\alpha ij}^2(z)} \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{4\sigma^2 \Delta_{\alpha ij}^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{(\rho_2 - \rho_1)^2}{2\delta_{\alpha ij}^2 \Delta_{\alpha ij}^2(z)}\right] \times \\ \exp\left[-\frac{jk(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2\Phi_{\alpha ij}(z)}\right], (\alpha = A, B; i, j = x, y; i = j) \\ W_{\alpha ij}^{(z)}(\rho_1, \rho_2, \omega) = 0, (\alpha = A, B; i, j = x, y; i \neq j) \end{cases}, \quad (24)$$

其中
$$\Delta_{\alpha ij}^2(z) = 1 + \left(\frac{z}{k\sigma_\alpha}\right)^2 \left(\frac{1}{4\sigma_\alpha^2} + \frac{1}{\delta_{\alpha ij}^2}\right), (\alpha = A, B; i, j = x, y; i = j), \quad (25)$$

以及
$$\Phi_{\alpha ii} = \left(1 + \frac{1}{\Delta_{\alpha ii}^2(z)}\right)z, (\alpha = A, B; i = x, y).$$

令 (24) 式中的 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, 得 $z = z$ 平面 A 、 B 两光束各自的谱密度矩阵 $\mathbf{W}_{A,B}^{(z)}(\rho, \omega)$ 的矩阵元为

$$\begin{cases} W_{\alpha ij}^{(z)}(\rho, \omega) = \frac{E_\alpha^2}{\Delta_{\alpha ij}^2(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma^2 \Delta_{\alpha ij}^2(z)}\right], (\alpha = A, B; i, j = x, y; i = j) \\ W_{\alpha ij}^{(z)}(\rho; z, \omega) = 0, (\alpha = A, B; i, j = x, y; i \neq j) \end{cases}, \quad (26)$$

将 (26) 代入 (10) 得到 $z = z$ 平面合成光束的谱密度矩阵 $\mathbf{W}^{(z)}(\rho, \omega)$ 的矩阵元为

$$\begin{cases} W_{ij}^{(z)}(\rho, \omega) = \frac{E_A^2}{\Delta_{Aij}^2(z)} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2 \Delta_{Aij}^2(z)}} + \frac{E_B^2}{\Delta_{Bij}^2(z)} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2 \Delta_{Bij}^2(z)}}, & (i, j = x, y; i = j) \\ W_{ij}^{(z)}(\rho, \omega) = 0, & (i, j = x, y; i \neq j) \end{cases}, \quad (27)$$

考察不等式 (21), 它将导致 (27) 中的

$$\Delta_{Axx} \neq \Delta_{Ayy}, \quad \Delta_{Bxx} \neq \Delta_{Byy}. \quad (28)$$

也就是说, 该光束传播至 $z = z$ 平面时, (27) 式将导致

$$\begin{cases} W_{xx}^{(z)}(\rho, \omega) \neq W_{yy}^{(z)}(\rho, \omega) \\ W_{xy}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{yx}^{(z)}(\rho, \omega) = 0 \end{cases}, \quad (16')$$

上式不能使 (8) 成立; 这表明合成光束传输到 $z = z$ 平面, 已不再为非偏振光。对照 (15)' 和 (16)', 可以看出情况 (17) 并非总是成立。

相反, 若 (21) 取等号, 即

$$\delta_{\alpha ii} = \delta_{\alpha jj}, \quad (\alpha = A, B; i, j = x, y), \quad (29)$$

则必导致 (28) 中的

$$\Delta_{Axx} = \Delta_{Ayy}, \quad \Delta_{Bxx} = \Delta_{Byy}, \quad (30)$$

进而由 (27) 可得

$$\begin{cases} W_{xx}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{yy}^{(z)}(\rho, \omega) \neq 0 \\ W_{xy}^{(z)}(\rho, \omega) = W_{yx}^{(z)}(\rho, \omega) = 0 \end{cases}, \quad (31)$$

该式能使 (8) 成立。表明在此情况下, 此时合成光束传输到 $z = z$ 平面, 为非偏振光。

5 应用示例 - 散射势的获取问题

本工作涉及由光场自身而非环境因素导致光场偏振状态改变的问题^[12], 对基于目标为偏振调制的遥感的工作^[13]具有参考价值。在此作为示例给出一个应用方面的讨论, 如图 3 所示。该图描述傍轴光束透过散射介质的一般情景; 其散射介质可为大气^[13~16]或生物组织^[17]。研究者的任务是根据远场(如 P 处)的强度谱^[18], 尤其是根据远场所测得的偏振谱^[13~16]((7) 式), 结合入射光束在初始平面 xoy 内的偏振谱, 推算出散射介质所引起的偏振谱改变, 进而获得散射势 $F(\mathbf{r}')$ 的相关信息。

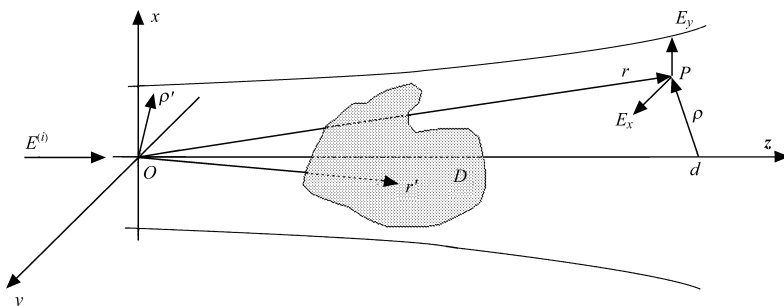


Fig.3 Illustrating the notation relating the scattering

在图 3 所示的光路中, 入射光场 $E^{(i)}$ 经由散射介质(如大气)后, 观测点 \mathbf{r} 处光场的 $E(\mathbf{r}, \omega)$ 、入射光场在 \mathbf{r} 处的值 $E^{(i)}(\mathbf{r}, \omega)$ 以及介质 \mathbf{r}' 处的散射势 $F(\mathbf{r}')$ 应满足如下的积分方程^[1]

$$E(\mathbf{r}, \omega) = E^{(i)}(\mathbf{r}, \omega) + \int_D F(\mathbf{r}', \omega) E(\mathbf{r}', \omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d^3 \mathbf{r}, \quad (32)$$

式中 $E(\mathbf{r}', \omega)$ 为 \mathbf{r}' 处的光场, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为 (12) 式所描述的传播子。在波恩近似下, 方程 (32) 可改写为^[1]

$$E(\mathbf{r}, \omega) \approx E^{(i)}(\mathbf{r}, \omega) + \int_D F(\mathbf{r}', \omega) E^{(i)}(\mathbf{r}', \omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d^3 \mathbf{r}, \quad (33)$$

由此可见, 远场可视为入射光束和散射光束的叠加。

由第 4 部分的分析可知, 即便已知在初始平面内入射光 $E^{(i)}(0, \omega)$ 是完全非偏振的, 但仅根据所测得远场 $E(\mathbf{r}, \omega)$ 的偏振谱, 仍不能确保与散射项相关的偏振谱有唯一解。这是因为仅根据 $E^{(i)}(0, \omega)$ 的偏振参数, 尚不能保证 $E^{(i)}(\mathbf{r}, \omega)$ 完全非偏振。也就是说所测得的偏振谱, 并非完全反映了散射介质自身的光学性质, 而是入射光场和散射光场的偏振谱共同改变的结果。只有在确保入射光 $E^{(i)}(\mathbf{r}, \omega)$ 不引起偏振谱改变的前提下, 与散射项相关的偏振谱才有确定解。由第 4 部分知, 这要求光源应具有各项同性的横向相干参数 ((29) 式)。

6 结 论

理论计算表明, 两束完全非偏振光叠加经自由传播后, 一般不再是非偏振光。但是, 以本文讨论的高斯 - 谢尔模光束为例, 当这两束光均具有各向同性的横向相干参数时 ((29) 式), 这两束完全非偏振光叠加经自由传播后, 仍然是完全非偏振光。

同时这也表明, 传统 Stokes 理论中的可叠性原理, 仅适用于光场的本地行为, 一般情况下并不适用于光场的全局行为。(29) 和 (21) 表明, 就本文所指非偏振光叠加而言, Stokes 理论在描述光场传播过程中, 具有全局意义下的充要条件是该光束具有各项同性的横向相干性。这种特性的非偏振光束, 不妨作为 2008 年提出的“Stokes 光束”^[3] 的又一实例。关于光场的相干性和偏振性相互影响问题的研究, 是近年国际上以 Wolf 为代表的学界研究热点^[19~22]。国内学者在此方面有很好的研究贡献^[23~27]。

作为示例, 本文亦给出一个关于这方面在大气散射势探测方面的应用示例。

参考文献:

- [1] Born M, Wolf E. *Principles of Optics* [M]. 7th ed., New York: Cambridge University Press, 1999.
- [2] Wolf E. *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light* [M]. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [3] Wolf E. Can a light beam be considered to be the sum of a completely polarized and a completely unpolarized beam? [J]. *Opt. Lett.*, 2008, 33(7): 642-644.
- [4] Tervo J, Turunen J. Comment on “Can a light beam be considered to be the sum of a completely polarized and a completely unpolarized beam?” [J]. *Opt. Lett.*, 2009, 34(7): 1001-1001.
- [5] Wolf E. Reply to comment on “Can a light beam be considered to be the sum of a completely polarized and a completely unpolarized beam?” [J]. *Opt. Lett.*, 2009, 34(7): 1002-1002.
- [6] Kuebel D, Lahiri M, Wolf E. An inverse problem in the theory of stochastic electromagnetic beams [J]. *Opt. Comm.*, 2009, 282(2): 141-142.
- [7] Tervo J, Setälä T, et al. Theory of partially coherent electromagnetic fields in the space-frequency domain [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, 21(11): 2205-2215.
- [8] Lahiri M, Wolf E. Does a light beam of very narrow bandwidth always behave as a monochromatic beam? [J]. *Phys. Lett. A*, 2010, 374(7): 997-1000.
- [9] Koroterkova O, Wolf E. Generalized Stokes parameters of random electromagnetic beams [J]. *Opt. Lett.*, 2005, 30(2): 198-200.

- [10] Collett E, *et al.* Is complete spatial coherence necessary for the generation of highly directional light beams? [J]. *Opt. Lett.*, 1978, 2(2): 27-29.
- [11] Zhu S, Chen Y, Cai Y. Experimental determination of the radius of curvature of an isotropic Gaussian Schell-model beam [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2013, 30(2): 171-176.
- [12] James D F V. Change of polarization of light beams on propagation in free space [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, 11(5): 1641-1643.
- [13] Song Z P, Hong J, Qiao Y L. Method acquiring the demodulation coefficients of intensity-modulated spectropolarimeter by measuring reference light [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2012, 32(4): 0412003-1-0412003-8 (in Chinese).
- [14] Song Z P, Hong J, Qiao Y L. System design of intensity modulation spectropolarimeter [J]. *Optics and Precision Engineering* (光学精密工程), 2010, 18(11): 2325-2331 (in Chinese).
- [15] Song Z P, Hong J, Qiao Y L, *et al.* Optimum design of the modulator in the novel spectropolarimeter based on intensity modulation [J]. *Optical Technique* (光学技术), 2008, 34(3): 331-333 (in Chinese).
- [16] Song Z P, Hong J, Qiao Y L, *et al.* Study on the Fourier transform demodulation theory of the spectropolarimeter based on intensity modulation [J]. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2008, 37(3): 577-580 (in Chinese).
- [17] Deng J, Wei Q, Zhang M, *et al.* Study of the effect of alcohol on single human red blood cells using near-infrared laser tweezers Raman spectroscopy [J]. *Journal of Raman Spectroscopy*, 2005, 36(3): 257-261.
- [18] Lahiri M, Wolf E, Fischer D, *et al.* Determination of correlation functions of scattering potentials of stochastic media from scattering experiments [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, 102(12): 123901.
- [19] Wolf E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams [J]. *Phys. Lett. A*, 2003, 312(5-6): 263-267.
- [20] Wolf E. Correlation-induced changes in the degree of polarization, the degree of coherence, and the spectrum of random electromagnetic beams on propagation [J]. *Opt. Lett.*, 2003, 28(13): 1078-1080.
- [21] Roychowdhury H, Wolf E. Determination of the electric cross-spectral density matrix of a random electromagnetic beam [J]. *Optics Communications*, 2003, 226(1-6): 57-60.
- [22] Setl T, Nunziata F, Friberg A T. Differences between partial polarizations in the space-time and space-frequency domains [J]. *Opt. Lett.*, 2009, 34(19): 2924-2926.
- [23] Zhao D, Wolf E. Light beams whose degree of polarization does not change on propagation [J]. *Optics Communications*, 2008, 281(11): 3067-3070.
- [24] Chen Z, Pu J. Degree of polarization in Young's double-slit interference experiment formed by stochastic electromagnetic beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, 24(7): 2043-2048.
- [25] Wu G F, Wang F, Cai Y J. Coherence and polarization properties of a radially polarized beam with variable spatial coherence [J]. *Opt. Expr.*, 2012, 20(27): 28301-28318.
- [26] Zhu Y B, Du X Y, Zhao D M. Generalized Stokes parameters for polarization properties of stochastic electromagnetic beams on propagation [J]. *Chinese Journal of Lasers* (中国激光), 2009, 36(9): 2332-2340 (in Chinese).
- [27] Du X Y, Zhu Y B, Zhao D M. Propagation properties of completely unpolarized beams and completely polarized beams [J]. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2009, 29(s1): 79-83 (in Chinese).