

直线自同步泥浆振动筛运动轨迹及 自同步问题

王启玮

(西安石油学院)

提 要

文章研究了直线自同步泥浆振动筛的动力学问题,找出了筛台作直线运动及激振器自同步应遵循的条件,讨论了影响自同步的因素,为合理选择振动筛参数提供了理论依据。

一、前 言

泥浆振动筛的筛台运动轨迹,以往在石油矿场只有椭圆及圆两种。八十年代中期美国与我国先后制成了筛台运动轨迹为直线的自同步泥浆振动筛。直线振动筛在效率、处理泥浆能力、动力消耗等方面均优于现有筛台轨迹为椭圆和圆的振动筛。本文拟对直线自同步泥浆振动筛做运动规律、运动稳定性,自同步条件的探讨,欲为自同步直线振动筛设计寻觅规律。

泥浆振动筛通过筛台振动,一方面筛分出泥浆中较大的固相颗粒,另一方面将分离出的固相颗粒排出筛台。为满足筛分、运移的要求,泥浆振动筛的筛台直线运动轨迹应为与泥浆流动方向成锐角的斜线。锐角愈小筛台给予固相颗粒的运移速度与上抛速度之比愈大。沿筛台宽度方向固相颗粒不需筛台给予任何速度,因而筛台的振动轨迹应为位于铅垂面内的斜线。

二、筛台运动轨迹为直线且位于铅垂面上的条件

图1为直线自同步泥浆振动筛示意图。筛台呈水平放置。以静止时筛台质心 O 为原点,建立固定座标系 XYZ 。振动筛是由安装在筛台上两个同型号的电动惯性激振器来激振的。两激振器转子旋转平面与筛台 X 向夹角为 β 。经激振器中点 O_1, O_2 的转子旋转平面通过筛台质心 O 。两激振器不平衡质量 m 。做反相旋转,旋转方向如图示。不平衡质量运动中形成的惯性力是筛台振动的激振力。由于激振器的转子绕激振器轴做圆运动,激振器又随筛台振动,不平衡质量的惯性力由相对惯性力、哥氏惯性力及牵连惯性力所组成。

除静标系 XYZ 外,建立三个随筛台运动的动坐标系。 $x_1y_1z_1, x_2y_2z_2$ 坐标系的原点分别为激振器中点 O_1, O_2 ,且 x_1, x_2 与激振器旋转轴相重合; $x_3y_3z_3$ 坐标系的原点过筛台质心,且当筛台静止时,该坐标系与 XYZ 坐标系重合。由图可知

$$i_1 = i_2 = \sin\beta i_3 - \cos\beta j_3$$

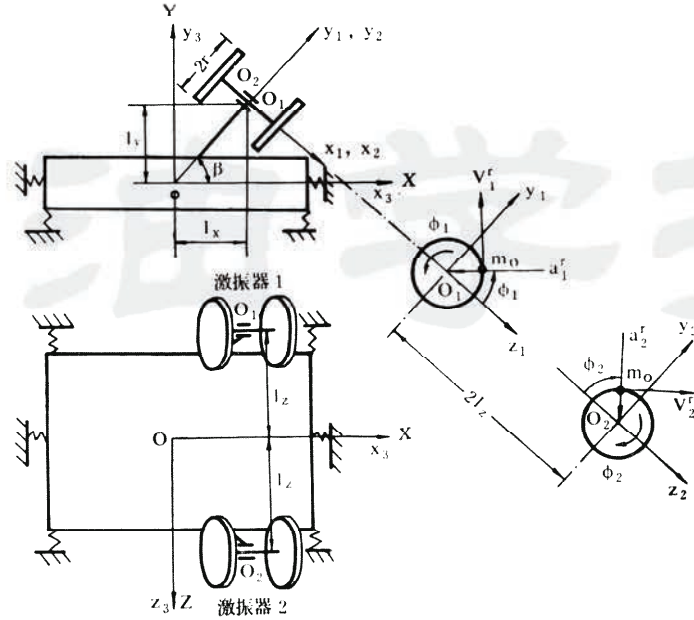


图 1 直线自同步振动筛示意图

Fig. 1 The Schematic Diagram of Linear Self-Synchronous Shale Shaker

$$j_1 = j_2 = \cos\beta i_3 + \sin\beta j_3 \quad (1)$$

$$k_1 = k_2 = k_3$$

式中 i_n, j_n, k_n ($n=1, 2, 3$) 分别代表三个坐标系的单位向量。在忽略相对角加速度情况下, 不平衡质量的相对加速度分别为

$$a_1^r = \dot{\phi}_1^2 r (-\sin\phi_1 j_1 - \cos\phi_1 k_1) \quad (2)$$

$$a_2^r = \dot{\phi}_2^2 r (-\sin\phi_2 j_2 + \cos\phi_2 k_2)$$

其中 $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ 为激振器转子分别相对于 $x_1 y_1 z_1, x_2 y_2 z_2$ 坐标系的角速度。筛台为微振动, 略去振动角位移影响, 则有以下近似。

$$j_3 = i, \quad j_2 = j, \quad k_3 = k \quad (3)$$

上两式中 r 为不平衡质量的旋转半径; i, j, k 为固定坐标系 XYZ 的单位矢量。两不平衡质量的相对惯性力可写为

$$\begin{aligned} F_1^r &= -m_0 a_1^r = -m_0 \dot{\phi}_1^2 r (-\cos\beta \sin\phi_1 i - \sin\beta \sin\phi_1 j - \cos\phi_1 k) \\ F_2^r &= -m_0 a_2^r = -m_0 \dot{\phi}_2^2 r (-\cos\beta \sin\phi_2 j - \sin\beta \sin\phi_2 j + \cos\phi_2 k) \end{aligned} \quad (4)$$

两激振器间无机械传动联系, 一般地讲 $\phi_1 \neq \phi_2$, 但在满足一定条件时, 两激振器可呈同步运转。这种无机械传动联系的同步称为自同步。研究形成自同步的条件是本文后面所讨论的内容。现姑认为两激振器是自同步的, 即 $\phi_1 = \phi_2 = \omega$ 。 $\phi_2 - \phi_1 = \Delta\phi$ 命名为相位差角, 由方程 (4) 可看出, 当 $\phi_2 = \phi_1$ 且自同步时, 两激振器在 Z 向的相对惯性力大小相等方向相反。此时相对惯性合力 F^r 为

$$F^r = F_1^r + F_2^r = 2m_0 \omega^2 r (\cos\beta i + \sin\beta j) \sin\omega t \quad (5)$$

惯性力 F' 位于铅垂面内,大小成周期变化,方向恒定且过筛台质心 O 。 F' 对质心的力矩为零。略去牵连惯性力对质心 O 的力矩,则筛台无绕质心的摇摆振动,故哥氏惯性力亦可视为零。不平衡质量的牵连加速度若以筛台质心加速度近似代替,则总惯性力 F 可写成

$$F = 2m_0 r \omega^2 (\cos\beta i + \sin\beta j) \sin\omega t - 2m_0 (\ddot{X}i + \ddot{Y}j) \quad (6)$$

其中 \ddot{X} , \ddot{Y} 是质心加速度在 X , Y 方向的分量。据达伦伯尔原理可得筛台振动方程

$$(M + 2m_0) \ddot{X} + K_x X = 2m_0 \omega^2 r \cos\beta \sin\omega t \quad (7)$$

$$(M + 2m_0) \ddot{Y} + K_y Y = 2m_0 \omega^2 r \sin\beta \sin\omega t$$

M 为筛台质量(包括激振器除 m_0 以外的质量); K_x , K_y 分别为 X 向, Y 向弹簧组刚度。(7)式稳定解为

$$X = \frac{2m_0 r \cos\beta}{(M + 2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{x_0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]} \sin\omega t \quad (8)$$

$$Y = \frac{2m_0 r \sin\beta}{(M + 2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{y_0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]} \sin\omega t$$

式中 ω_{x_0} , ω_{y_0} 为系统固有振动圆频率。

$$\omega_{x_0} = \sqrt{\frac{K_x}{M + 2m_0}}, \quad \omega_{y_0} = \sqrt{\frac{K_y}{M + 2m_0}}$$

由于无摇摆振动,筛台各点均与质心做相同的平移振动。其轨迹为

$$\frac{Y}{X} = \frac{\left(\frac{\omega_{x_0}}{\omega} \right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_{y_0}}{\omega} \right)^2 - 1} \operatorname{tg}\beta \quad (9)$$

方程(9)为铅垂面内一直线方程。由上可知,略去较小的牵连惯性力矩后,筛台运动轨迹为位于铅垂面内一直线的条件是(1)激振器安装于筛台上应如图所示,经激振器中点 O_1 、 O_2 的转子旋转平面需过筛台质心;(2)同步运转;(3)相位差角为零。

三、一般情况下筛台振动方程

一般情况下 $\Delta\phi \neq 0$, $\phi_1 \neq \phi_2$,因而振动方程不能简化为方程(7)。筛台振动由质心振动与摇摆振动组成。由于有摇摆振动故哥氏惯性力不为零。设筛台摇摆振动角速度为 $\dot{\Psi}$,且

$$\dot{\Psi} = \dot{\psi}_x i + \dot{\psi}_y j + \dot{\psi}_z k$$

则两不平衡质量的哥氏惯性力 F_1^k 、 F_2^k 为

$$F_1^k = -2m_0 \dot{\Psi} \times V_1^r; \quad F_2^k = -2m_0 \dot{\Psi} \times V_2^r \quad (10)$$

其中 V_1^r , V_2^r 为两不平衡质量的相对速度。

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1^r &= \dot{\phi}_1 r (\cos\phi_1 \mathbf{j}_1 - \sin\phi_1 \mathbf{k}_1) \\ \mathbf{V}_2^r &= \dot{\phi}_2 r (\cos\phi_2 \mathbf{j}_2 + \sin\phi_2 \mathbf{k}_2) \end{aligned}$$

经化简后，一般情况下的质心振动方程为

$$\begin{aligned} (M+2m_0)\ddot{X} + K_x X &= m_0 r [\cos\beta(\dot{\phi}_1^2 \sin\phi_1 + \dot{\phi}_2^2 \sin\phi_2) + 2\dot{\psi}_y (\dot{\phi}_1 \sin\phi_1 - \dot{\phi}_2 \sin\phi_2) \\ &\quad + 2\dot{\psi}_z \sin\beta (\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos\phi_2)] \\ (M+2m_0)\ddot{Y} + K_y Y &= m_0 r [\sin\beta (\dot{\phi}_1^2 \sin\phi_1 + \dot{\phi}_2^2 \sin\phi_2) - 2\dot{\psi}_x (\dot{\phi}_1 \sin\phi_1 - \dot{\phi}_2 \sin\phi_2) \\ &\quad - 2\dot{\psi}_z \cos\beta (\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos\phi_2)] \\ (M+2m_0)\ddot{Z} + K_z Z &= m_0 r [(\dot{\phi}_1^2 \cos\phi_1 - \dot{\phi}_2^2 \cos\phi_2) + 2(\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos\phi_2) \\ &\quad (\dot{\psi}_y \cos\beta - \dot{\psi}_x \sin\beta)] \end{aligned} \quad (11)$$

筛台与安装在筛台上的激振器对质心的动量矩 \mathbf{H} 可写成

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}' + \mathbf{H}_{01} + \mathbf{H}_{02} + m(\mathbf{r}_{01} \times \mathbf{V}^{r_{01}} + \mathbf{r}_{02} \times \mathbf{V}^{r_{02}}) \quad (12)$$

其中 \mathbf{H}' 为筛台与固定于筛台上激振器定子对质心的动量矩。若 x_3, y_3, z_3 坐标系与系统的惯性主轴相重合，则

$$\mathbf{H} = J_x \dot{\psi}_x \mathbf{i} + J_y \dot{\psi}_y \mathbf{j} + J_z \dot{\psi}_z \mathbf{k}$$

J_x, J_y, J_z 分别为筛台（包括激振器定子）对 x_3, y_3, z_3 的主惯性矩。 $\mathbf{H}_{01}, \mathbf{H}_{02}$ 为两激振器转子分别对 O_1, O_2 的动量矩。近似表示如下：

$$\mathbf{H}_{01} = J'(\dot{\phi}_1 + \dot{\Psi}) \mathbf{i}; \quad \mathbf{H}_{02} = J'(\dot{\phi}_2 + \dot{\Psi}) \mathbf{i}$$

式中 J' 为激振器转子对旋转轴线的惯性矩。而

$$\dot{\phi}_1 = -\dot{\phi}_1 \mathbf{i}_1; \quad \dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_2 \mathbf{i}_2$$

(12) 中 m 为激振器转子质量。 $\mathbf{r}_{01}, \mathbf{r}_{02}$ 为 O_1, O_2 对质心的矢径。 $\mathbf{V}^{r_{01}}, \mathbf{V}^{r_{02}}$ 为 O_1, O_2 相对于质心的速度。从图可知

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{01} &= l_x \mathbf{i}_3 + l_y \mathbf{j}_3 - l_z \mathbf{k}_3; \quad \mathbf{r}_{02} = l_x \mathbf{i}_3 + l_y \mathbf{j}_3 + l_z \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{V}^{r_{01}} &= \dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{r}_{01}; \quad \mathbf{V}^{r_{02}} = \dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{r}_{02} \end{aligned}$$

将以上各式代入 (12)，并对时间求导

$$\frac{d\mathbf{i}_n}{dt} = \dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{i}_n; \quad \frac{d\mathbf{j}_n}{dt} = \dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{j}_n; \quad \frac{d\mathbf{k}_n}{dt} = \dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{k}_n \quad (n=1, 2, 3)$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{01} \times \mathbf{V}^{r_{01}} + \mathbf{r}_{02} \times \mathbf{V}^{r_{02}}) = \mathbf{r}_{01} \times (\dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{r}_{01}) + \mathbf{r}_{02} \times (\dot{\Psi} \mathbf{X} \mathbf{r}_{02})$$

并考虑式 (1)(3) 则可得

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}}{dt} &= \{ J_x^D \ddot{\psi}_x + J' [(\ddot{\phi}_2 - \ddot{\phi}_1) \sin\beta + (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \cos\beta \dot{\psi}_z] - 2ml_x l_y \ddot{\psi}_y \} \mathbf{i} \\ &\quad + \{ J_y^D \ddot{\psi}_y + J' [(\ddot{\phi}_1 - \ddot{\phi}_2) \cos\beta + (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \sin\beta \dot{\psi}_z] - 2ml_x l_y \ddot{\psi}_x \} \mathbf{j} \\ &\quad + \{ J_z^D \ddot{\psi}_z + J' [(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \dot{\psi}_x \cos\beta + (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \dot{\psi}_y \sin\beta] \} \mathbf{k} \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $J_x^D = J_x + 2J' + 2m(l_y^2 + l_z^2); J_y^D = J_y + 2J' + 2m(l_x^2 + l_z^2);$

$$J_z^D = J_z + 2J' + 2m(l_x^2 + l_y^2)$$

两不平衡质量的惯性力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ 对质心 O 的力矩

$$T_0 = r_{01}XF_1 + r_{02}XF_2$$

化简后可得

$$T_0 = T_{0x}i + T_{0y}j + T_{0z}k \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } T_{0x} &= m_0 \{ l_y r (\dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2) + l_z r \sin \beta (\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 - \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2) \\ &\quad - 2r \dot{\psi}_x [l_y \sin \beta (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) + l_z (\dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2 \sin \phi_2)] \\ &\quad + 2rl_y \cos \beta \dot{\psi}_y (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) - 2rl_z \cos \beta \dot{\psi}_z (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) - 2l_y \ddot{Z} \} \\ T_{0y} &= m_0 \{ l_z r \cos \beta (\dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1) + l_x r (\dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 - \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1) \\ &\quad - 2r \dot{\psi}_y [l_z (\dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2 \sin \phi_2) + l_x \cos \beta (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2)] \\ &\quad - 2rl_z \sin \beta \dot{\psi}_z (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) + 2rl_x \dot{\psi}_x \sin \beta (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) + 2l_x \ddot{Z} \} \\ T_{0z} &= m_0 \{ r (l_x \sin \beta - l_y \cos \beta) (\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2) - 2r \dot{\psi}_z (l_x \cos \beta \\ &\quad + l_y \sin \beta) (\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) + 2r (l_x \dot{\psi}_x + l_y \dot{\psi}_y) (\dot{\phi}_2 \sin \phi_2 - \dot{\phi}_1 \sin \phi_1) \\ &\quad - 2l_x \ddot{Y} + 2l_y \ddot{X} \} \end{aligned}$$

弹簧组变形所形成的力矩 T_0' 为

$$T_0' = (-k_{\psi x} \psi_x) i + (-k_{\psi y} \psi_y) j + (-k_{\psi z} \psi_z) k$$

式中 $k_{\psi x}, k_{\psi y}, k_{\psi z}$ 为弹簧组扭转变形刚度; ψ_x, ψ_y, ψ_z 为筛台角位移在坐标系中的分量。根据动量矩定理

$$\frac{dH}{dT} = T_0 + T_0'$$

有

$$\begin{aligned} J_x^D \ddot{\psi}_x + J' [(\ddot{\phi}_2 - \ddot{\phi}_1) \sin \beta + (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \cos \beta \dot{\psi}_z] - 2ml_x l_y \ddot{\psi}_y + k_x \psi_x &= T_{0x} J_x^D \ddot{\psi}_y + J' [(\ddot{\phi}_1 - \\ \ddot{\phi}_2) \cos \beta + (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \sin \beta \dot{\psi}_z] - 2ml_x l_y \ddot{\psi}_x + K_{\psi z} \psi_z &= T_{0y} J_x^D \ddot{\psi}_z + J' [(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \psi_x \cos \beta + \\ (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \psi_y \sin \beta] + K_{\psi x} \psi_x &= T_{0z} \end{aligned} \quad (15)$$

方程 (11)(15) 组成了筛台振动方程组。方程为耦合非线性方程组。

四、直线自同步振动筛的自同步问题

两激振器自同步仅是激振器可能运转中的一种。哈密顿原理说明: 在相同时间 t_1 至 t_2 , 质点系在相同约束条件下, 保守系统在所有可能作的各种运动中, 其真实运动使哈密顿作用量具有驻值。据此原理可首先假设激振器呈同步运转, 然后使哈密顿作用量具有驻值, 从而可求出激振器自同步所应满足的条件。

设同步角速度为 $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \omega$, 近似认为 $\ddot{\phi}_1 = \ddot{\phi}_2$, 且设 $\phi_2 - \phi_1 = \Delta\phi$, 取

$$\phi_1 = \omega t - \frac{\Delta\phi}{2}; \quad \phi_2 = \omega t + \frac{\Delta\phi}{2}$$

代入方程 (15), 略去次要耦合项, 化简后可得

$$J_x^D \ddot{\psi}_x + k_{\psi x} \psi_x = 2m_0 r \omega^2 L_x \sin \frac{\Delta\phi}{2} \sin(\omega t + \varepsilon_x) - 4m_0 r \omega L_x' \cos \frac{\Delta\phi}{2} \dot{\psi}_x \sin(\omega t + \delta_x)$$

$$\begin{aligned}
 J_y^D \ddot{\psi}_y + k_{\psi y} \dot{\psi}_y &= 2m_0 r \omega^2 L_y \sin \frac{\Delta\phi}{2} \sin(\omega t + \varepsilon_y) - 4m_0 r \omega L_y' \cos \frac{\Delta\phi}{2} \dot{\psi}_y \sin(\omega t + \delta_y) \\
 J_z^D \ddot{\psi}_z + K_{\psi z} \dot{\psi}_z &= 0
 \end{aligned} \quad (16)$$

式中

$$\varepsilon_x = \operatorname{tg}^{-1} \frac{-l_z \sin \beta}{l_y}; \quad \varepsilon_y = \operatorname{tg}^{-1} \frac{-l_z \cos \beta}{l_x};$$

$$\delta_x = \operatorname{tg}^{-1} \frac{l_y \sin \beta}{l_x}; \quad \delta_y = \operatorname{tg}^{-1} \frac{l_x \cos \beta}{l_z};$$

$$L_x = \sqrt{l_y^2 + l_z^2 \sin^2 \beta}; \quad L_x' = \sqrt{l_y^2 \sin^2 \beta + l_z^2};$$

$$L_y = \sqrt{l_z^2 \cos^2 \beta + l_x^2}; \quad L_y' = \sqrt{l_x^2 \cos^2 \beta + l_z^2}.$$

方程(16)近似解为:

$$\begin{aligned}
 \psi_x &= \frac{2m_0 r L_x \sin \frac{\Delta\phi}{2}}{m_{\psi x}} \sin(\omega t + \varepsilon_x) - \frac{2m_0^2 r^2 L_x L_x' \sin \Delta\phi}{m_{\psi x} m'_{\psi x}} \sin(2\omega t + \varepsilon_x + \delta_x) \\
 \psi_y &= \frac{2m_0 r L_y \sin \frac{\Delta\phi}{2}}{m_{\psi y}} \sin(\omega t + \varepsilon_y) - \frac{2m_0^2 r^2 L_y L_y' \sin \Delta\phi}{m_{\psi y} m'_{\psi y}} \sin(2\omega t + \varepsilon_y + \delta_y) \\
 \psi_z &= 0
 \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$m_{\psi x} = J_x^D \left[\left(\frac{\omega_{\psi x 0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]; \quad m'_{\psi x} = J_x^D \left[\left(\frac{\omega_{\psi x 0}}{\omega} \right)^2 - 4 \right];$$

$$m_{\psi y} = J_y^D \left[\left(\frac{\omega_{\psi y 0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]; \quad m'_{\psi y} = J_y^D \left[\left(\frac{\omega_{\psi y 0}}{\omega} \right)^2 - 4 \right]$$

而

$$\omega_{\psi x 0} = \sqrt{\frac{k_{\psi x}}{J_x^D}}; \quad \omega_{\psi y 0} = \sqrt{\frac{k_{\psi y}}{J_y^D}}$$

将同步条件 $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \omega$; $\phi_1 = \omega t - \frac{\Delta\phi}{2}$; $\phi_2 = \omega t + \frac{\Delta\phi}{2}$ 及 $\dot{\psi}_z = 0$ 代入方程(11), 化简后可得其近似解。

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{2m_0 r \cos \beta \cos \frac{\Delta\phi}{2}}{m_x} \sin \omega t - \frac{4m_0^2 r^2 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} L_y}{m_x' m_{\psi y}} \left[\cos(2\omega t + \varepsilon_y) + \frac{m_x' \cos \varepsilon_y}{\left(\frac{\omega_{x 0}}{\omega} \right)^2 (M + 2m_0)} \right] \\
 Y &= \frac{2m_0 r \sin \beta \cos \frac{\Delta\phi}{2}}{m_y} \sin \omega t + \frac{4m_0^2 r^2 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} L_x}{m_y' m_{\psi x}} \left[\cos(2\omega t + \varepsilon_x) + \frac{m_y' \cos \varepsilon_x}{\left(\frac{\omega_{y 0}}{\omega} \right)^2 (M + 2m_0)} \right] \\
 Z &= \frac{2m_0 r \sin \frac{\Delta\phi}{2}}{m_z} \sin \omega t + \frac{2m_0^2 r^2 \sin \Delta\phi}{m_z'} \left[\frac{\cos \beta L_y}{m_{\psi y}} \cos(2\omega t + \varepsilon_y) - \right.
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sin\beta L_x}{m_{\psi x}} \cos(2\omega t + \varepsilon_x) + \frac{m_z'}{\left(\frac{\omega_{z0}}{\omega}\right)^2 (M+2m_0)} \left(\frac{\cos\beta L_y}{m_{\psi y}} \cos\varepsilon_y - \frac{\sin\beta L_x}{m_{\psi x}} \cos\varepsilon_x \right) \quad (18)$$

式中

$$m_x = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{x0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]; \quad m_y' = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{x0}}{\omega} \right)^2 - 4 \right];$$

$$m_y = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{y0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]; \quad m_y' = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{y0}}{\omega} \right)^2 - 4 \right];$$

$$m_z = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{z0}}{\omega} \right)^2 - 1 \right]; \quad m_z' = (M+2m_0) \left[\left(\frac{\omega_{z0}}{\omega} \right)^2 - 4 \right]$$

而

$$\omega_{z0} = \sqrt{\frac{k_z}{M+2m_0}}$$

系统动能 K 近似式如下

$$K = \frac{1}{2} (M+2m_0) (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2} J_x^D \dot{\psi}_x^2 + \frac{1}{2} J_y^D \dot{\psi}_y^2 \quad (19)$$

取时间间隔为一周期, 则哈密顿作用量为

$$I = \int_0^{2\pi} (K - u) d\phi$$

上式中 u 是系统势能。由于 u 是周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$ 的函数故上式第二项为零。

$$I = \int_0^{2\pi} k d\phi \quad (20)$$

将方程 (17)(18) 代入方程 (19), (20), 略去次要项可得

$$I = 2\pi m_0^2 r^2 \omega^2 \left[(M+2m_0) \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} \left(\frac{\cos^2\beta}{m_x^2} + \frac{\sin^2\beta}{m_y^2} \right) + \right. \\ \left. \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} \left(\frac{M+2m_0}{m_x^2} + \frac{J_x^D L_x^2}{m_{\psi x}^2} + \frac{J_y^D L_y^2}{m_{\psi y}^2} \right) + \right. \\ \left. 4m_0^2 r^2 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} \left(\frac{L_x^2 L_x'^2 J_x^D}{m_{\psi x}^2 m_{\psi x}'^2} + \frac{L_y^2 L_y'^2 J_y^D}{m_{\psi y}^2 m_{\psi y}'^2} \right) \right] \quad (21)$$

取变分则

$$\delta I = \pi m_0^2 r^2 \omega^2 \sin \Delta\phi \left[(M+2m_0) \left(\frac{1}{m_x^2} - \frac{\cos^2\beta}{m_x^2} - \frac{\sin^2\beta}{m_y^2} \right) + \frac{J_x^D L_x^2}{m_{\psi x}^2} + \right. \\ \left. \frac{J_y^D L_y^2}{m_{\psi y}^2} + 16m_0^2 r^2 \left(\frac{L_x^2 L_x'^2 J_x^D}{m_{\psi x}^2 m_{\psi x}'^2} + \frac{L_y^2 L_y'^2 J_y^D}{m_{\psi y}^2 m_{\psi y}'^2} \right) \right] \delta \Delta\phi \quad (22)$$

若两激振器的输出力矩分别为 T_1, T_2 , 则依照含有非有势力哈密顿原理, 其真实运动条件为

$$\delta I + \delta \int_0^{2\pi} (T_1 - T_2) d\phi = 0 \quad (23)$$

将(22)代入(23), 化简后

$$m_0^2 r^2 \omega^2 H \sin \Delta\phi = -2\Delta T \quad (24)$$

式中

$$\Delta T = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{d}{d\Delta\phi} \int_0^{2\pi} (T_1 - T_2) d\phi \right|$$

$$H = (M + 2m_0) \left(\frac{1}{m_z^2} - \frac{\cos^2 \beta}{m_x^2} - \frac{\sin^2 \beta}{m_y^2} \right) + \frac{J_x^D L_x^2}{m_{\psi x}^2} + \frac{J_y^D L_y^2}{m_{\psi y}^2} +$$

$$16m_0^2 r^2 \left(\frac{L_x^2 L_x'^2 J_x^D}{m_{\psi x}^2 m_{\psi x}'^2} + \frac{L_y^2 L_y'^2 J_y^D}{m_{\psi y}^2 m_{\psi y}'^2} \right)$$

$$\sin \Delta\phi = \frac{-2\Delta T}{m_0^2 r^2 \omega^2 H} \quad (25)$$

若使方程(25)有解, 即两激振器成自同步状态, 必须使

$$D = \frac{m_0^2 r^2 \omega^2}{2} \left| \frac{H}{\Delta T} \right| \geq 1 \quad (26)$$

D 命名为同步系数。两激振器成自同步的条件是同步系数大于1。同步系数愈大愈易实现激振器的自同步。从(26)可得如下结论

(1) 自同步系数与 $m_0 r \omega$ 的平方成正比, 故大的 $m_0 r$ 与高的激振频率易实现自同步。自同步振动筛宜选用高速激振器。

(2) 两激振器输出的力矩转速特性愈一致, 旋转一周力矩波动愈小, 则 ΔT 愈小, 振动筛的自同步系数 D 愈大, 因而两激振器愈易实现自同步。故两激振器要配对选择。

(3) 一般振动筛固有频率较低, 振动筛处于超共振条件下工作。此时

$$m_z^2 \approx m_x^2 \approx m_y^2 \approx (M + 2m_0)^2; \quad m_{\psi x}^2 \approx (J_x^D)^2; \quad m_{\psi y}^2 \approx (J_y^D)^2;$$

$$m_{\psi x}'^2 \approx 16(J_x^D)^2; \quad m_{\psi y}'^2 \approx 16(J_y^D)^2$$

故

$$D = \frac{m_0^2 r^2 \omega^2}{2\Delta T} \left[\frac{L_x^2}{J_x^D} + \frac{L_y^2}{J_y^D} + m_0^2 r^2 \left(\frac{L_x^2 L_x'^2}{(J_x^D)^3} + \frac{L_y^2 L_y'^2}{(J_y^D)^3} \right) \right] \quad (27)$$

在超共振情况下影响自同步系数 D 的筛台参数是转动惯量(J_x^D, J_y^D)与激振器安装位置(L_x, L_y', L_y, L_y')。激振器安装距筛台质心距离过小, 激振器不易于实现自同步。

(4) 振动筛的 J_x^D, J_y^D 值是较大的。(27)式括号内前两项是自同步系数 D 的主项。略去后两项, 将 L_x, L_y 表达式代入, 并对 β 求导使之等于零, 则

$$\frac{dD}{d\beta} = l_z^2 \cos 2\beta \left(\frac{1}{J_x^D} - \frac{1}{J_y^D} \right) = 0$$

可得 $\beta=45^\circ$ ，若 $J_x^D < J_y^D$ ，在 $\beta=45^\circ$ 时， D 有最大值。

五、振动筛台的运动轨迹

同步系数大于1，则方程(25)有两解，故对应地可确定两种同步状态。两种状态是否稳定需进行稳定校核。若哈密顿作用量二次变分大于零则状态是稳定的，否则是不稳定的。自同步稳定条件为：

$$m_0^2 r^2 \omega^2 H \cos \Delta\phi > 0$$

由于 $H > 0$ ，故当 $-90^\circ \leq \Delta\phi \leq 90^\circ$ 时状态是稳定的。由(25)可解得 $\Delta\phi$ 数值。代入(18)可求得质心 O 的位移方程。严格的说质心在 $\Delta\phi \neq 0$ 时，并不是做直线运动。略去(18)二次谐波项，可得

$$\frac{Y}{X} = \frac{m_x}{m_y} \operatorname{tg} \beta; \quad \frac{Y}{Z} = \frac{m_z}{m_y} \sin \beta \operatorname{ctg} \frac{\Delta\phi}{2}; \quad \frac{X}{Z} = \frac{m_z}{m_x} \cos \beta \operatorname{ctg} \frac{\Delta\phi}{2}$$

此时质心运动轨迹可视为空间一直线。

筛台上任意点 P 在 $x_3 y_3 z_3$ 坐标系中矢径为 r_p ，则该点运动可写成

$$R_p = (X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}) + r_p \times (\psi_x \mathbf{i} + \psi_y \mathbf{j}) \quad (28)$$

式中 R_p 为 P 点在固定坐标系 X, Y, Z 中的矢径。

六、结 论

- (1) 在自同步及相位差角等于零的条件下，筛台振动轨迹可近似视为铅垂面内一条直线。
- (2) 相位差角不等于零，虽在自同步条件下，筛台振动轨迹除筛台质心可近似视为空间一条直线外，其余各点振动轨迹为空间闭合曲线。
- (3) 振动筛若成同步运转，必须满足同步系数大于1的要求。设计者的任务之一就是努力提高自同步系数。
- (4) 为了提高自同步系数应选用高速，较大质量偏心矩及转速-力矩特性曲线相一致的激振器
- (5) 激振器安装在筛台上的位置，及筛台转动惯量均影响自同步系数的大小。

(本文收到日期1988年12月26日)

参 考 文 献

- (1) 王启玮，平面自同步直线泥浆振动筛动力学问题，西安石油学院学报，1988，2
- (2) A. И. 涅克拉索夫，理论力学教程，高等教育出版社，1957
- (3) 闻邦椿等，振动理论及应用，机械工业出版社，1982
- (4) 苗铁生等，自同步直线振动筛力学特性与ZNS筛测试分析，石油矿场机械，1985，1

**LINEAR MOVEMENT AND VIBRATION SYNCHRONIZATION
OF A MUD SCREEN SHAKER**

Wang Qiwei

(Xian Petroleum Institute)

Abstract

The dynamics of self-synchronous mud screen shaker with straight line trace are discussed. This paper gives the requisite conditions for a shaker board's linear movement and for vibration exciter's synchronous rotation and various factors affecting self-synchronization of two vibration exciters, thus providing a theoretical background for selecting rational parameters of a mud screen shaker.

版权所有