

文章编号:1672-3961(2010)06-0134-05

无电感蔡氏电路设计方法与应用

张新国¹, 许崇芳^{1*}, 王金双¹, 严纪丛¹, 韩廷武^{1,2}

(1. 山东外国语职业学院信息工程学院, 山东日照 276826; 2. 山东科技大学理学院, 山东青岛 266510)

摘要:经典蔡氏电路由于电感元件的存在,使得蔡氏电路误差较大,设计精度很难提高。针对这一缺陷设计出没有电感器的、与经典蔡氏电路输出完全相同的混沌电路。设计方法是深入分析蔡氏二极管的静态特性曲线,借鉴并且结合 CNN (cellular neural networks) 技术,找出相应的静态电路结构——限幅非线性电路,最终设计出由纯运算放大器构成的蔡氏电路,同时给出了另外 2 种应用于蔡氏电路的静态非线性电路。仿真与物理实验结果证明,该设计完全实现了设计目标。通过比较得出用限幅非线性电路实现蔡氏电路是最优化设计方法的结论。

关键词:混沌;运算放大器;蔡氏电路;三次型非线性;优化设计

中图分类号: TN710.4 **文献标志码:** A

The design method and application of the non-inductive Chua's circuit

ZHANG Xin-guo¹, XU Chong-fang^{1*}, WANG Jin-shuang¹, YAN Ji-cong¹, HAN Ting-wu^{1,2}

(1. Institute of Information Engineering, Shandong Foreign Languages Vocational College, Rizhao 276826, China;
2. College of Science, Shandong Science and Technology University, Qingdao 266510, China)

Abstract: The classical Chua's circuit design is difficult to accurately improve because the presence of the inductor can cause a big error. To solve this problem, a non-inductor chaotic circuit with the same output as the classical Chua's circuit was presented. The corresponding static circuit structure (limiting-amplitude circuit) was found by deep analysis of the static characteristic curve of Chua's diode. Combined with CNN technology, Chua's circuit consisting of a pure operational amplifier was designed and two kinds of static nonlinear circuits used in Chua's circuits were also given. Simulation results and physical experimental results showed that the design fully reaches anticipative objectives. The comparison results showed that the Chua's circuit with limiting-amplitude nonlinear circuits was the optimal design.

Key words: chaos; operational amplifier; Chua's circuit; cubic nonlinear; optimization design

0 引言

1982年,蔡少堂提出著名的蔡氏电路(Chua's circuit)^[1-2],1988年蔡少棠与杨林首创细胞神经网络(cellular neural networks, CNN)模型^[3-4]。蔡氏电路满足的动态方程是非线性微分方程,其静态非线性部分是限幅非线性函数(工作在中间3段)。CNN模型的方程也是非线性微分方程,其静态非线性部分是 Sigmoid 函数。限幅非线性函数与 Sig-

moid 函数具有相似性,还有与这二者相似的三次方函数、阶跃(或符号)非线性函数,都是属于三次型拓扑性质的函数,因此可以将这些与三次型函数的有关电路统一考虑设计,选取其中结构简单、易于调试、性能稳定的电路,结合所有电路的优点,达到优化设计的目的。实践证明,最终优化设计的电路有 2 个,一是限幅非线性电路,二是阶跃非线性电路。其中限幅非线性电路状态方程与蔡氏电路状态方程完全相同,与三次方函数非线性混沌电路动态特性拓扑相同。这种非线性电路都由电阻、电容、运算放

收稿日期:2010-04-27

作者简介:张新国(1946-),男,山东阳信人,教授,研究方向为非线性电路与系统。E-mail:zhangxg1946@163.com

* 通讯作者:许崇芳(1974-),女,山东日照人,副教授,研究方向为计算机与电路。E-mail:xcf_zz@sina.com

大元件构成,没有经典蔡氏电路中的电感,因而有时也称为无电感蔡氏电路^[5-6]。

1 5种三次型函数的相互逼近分析

运放限幅非线性 $f(x)$ 电路、分段线性函数 $chuas(x)$ 电路(蔡氏二极管)、阶跃非线性 $jp(x)$ 电路、两级模拟乘法器三次方 $mul(x)$ 电路与 Sigmoid 函数^[5] $sigm(x)$ 电路是5种不同的静态非线性电路,共同之处都是三次方型,5者之间有电路替换问题,其中有些是近似替换。

1.1 归一化三次型限幅非线性电路

运放限幅非线性电路是基本电路,归一化公式限幅非线性函数:

$$f(x) = \frac{1}{2}(|x+1| - |x-1|) = \begin{cases} -1, & x < -1; \\ x, & -1 \leq x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases} \quad (1)$$

此公式非常规范,属于标准电路公式。

归一化限幅非线性函数的2种具体电路见图1与图2。

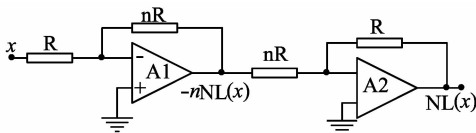


图1 两级运放限幅电路

Fig. 1 Two-stage operational amplifier limiting circuit

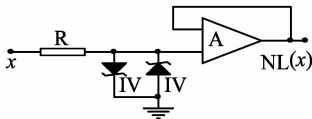


图2 二极管嵌位限幅电路

Fig. 2 Clamp diode limiting amplitude circuit

图1是两级运算放大器反相放大电路,第1级放大倍数很大,正常输入信号幅度就能够由于电源电压的限制而使输出电压限幅。放大倍数由第1级输入电阻 R 与反馈电阻 nR 参数决定,其中 n 是电源电压的伏特数值,即须取 $n = |V_{cc}| = |-V_{ee}| > 1$, 如, $|V_{cc}| = |-V_{ee}| = 12\text{ V}$, 则有 $n = 12$, 这样的电阻值输出满足公式(1); R 可以取任意值,例如 $R = 10\text{ k}\Omega$ 。图2是二极管嵌位电路,利用正向电压嵌位就能达到较好结果,也可以使用稳压二极管。

1.2 等效蔡氏二极管非线性电路

蔡氏电路中的静态非线性电路是蔡氏二极管电路,其公式是三次型非线性函数,电路是电压-电流型两端器件。现将蔡氏二极管电路公式按归一化限幅非线性公式 $f(x)$ 方式转换成电压-电压型,公式变换为

$$chuas(x) = m_b x + \frac{1}{2}(m_a - m_b)(|x+1| - |x-1|) = m_b x + (m_a - m_b)f(x). \quad (2)$$

这是由归一化蔡氏二极管 $chuas(x)$ 公式转换成归一化限幅 $f(x)$ 公式的关系式。因此,蔡氏二极管电路可以由图3所示的归一化限幅电路替换。

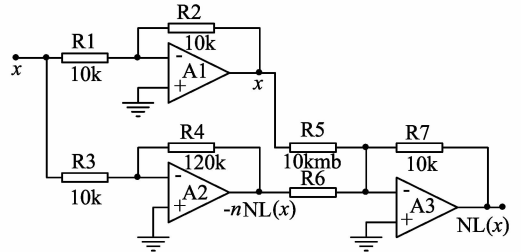


图3 蔡氏二极管电路的运放替换电路

Fig. 3 Operational amplifier replacement circuit for Chua's diode

1.3 阶跃非线性函数的公式与电路

阶跃非线性函数电路有实用性,阶跃非线性函数的代表符号为 $jp(x)$ 。阶跃非线性函数又称符号函数,代表符号为 $sgn(x)$ 。阶跃非线性在非线函数电路中属于三次型非线性,但是与其他三次型非线性电路不能够直接转换,甚至不能够互相逼近,其电路系统中的相互转换要在相关非线性动态电路中通过实验或者根据经验进行转换,须反复试验。

阶跃非线性函数公式:

$$jp(x) = \begin{cases} -1, & x < 0; \\ 0, & x = 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (3)$$

公式(3)的微分是脉冲非线性函数 δ 函数:

$$\frac{d}{dx} jp(x) = \delta(x), \quad (4)$$

即阶跃非线性函数 $jp(x)$ 与脉冲非线性函数 $\delta(x)$ 相互微积。脉冲非线性函数 $\delta(x)$ 的严格定义为

$$\int_a^b jp(x)\delta(x-x_0)dx = \delta(x_0), a < x_0 < b. \quad (5)$$

非线性函数 $\delta(x)$ 可以理解为

$$\delta(x-x_0) = \begin{cases} 0, & x \neq x_0, \\ 1, & x = x_0. \end{cases} \quad (6)$$

这个公式在计算包含有阶跃非线性函数电路的动态特性时会使用到,用于雅可比矩阵运算。

阶跃非线性函数 $jp(x)$ 电路由同相放大器电路构成,反馈电阻取无穷大,开路即可。

1.4 AD633 转换成限幅非线性电路的近似方法

两级模拟乘法器 AD633 输出三次方曲线^[5],乘法器电路参数离散性大,而运算放大器元件由于深度负反馈精度很高,用运算放大器替换乘法器具有

实用性。三次方曲线转换成标准限幅非线性是一种工程转换方法。例如,要求修改三次方非线性电路(两个乘法器 AD633 组成)结构,使用限幅电路替换,输出三折线,如图 4 中的粗实线所示(数据来自实验,输出与蔡氏电路相同的波形)。将此曲线看作是一条反相限幅非线性曲线与一条线性曲线的叠加而成,如图 4 中的细实线所示。

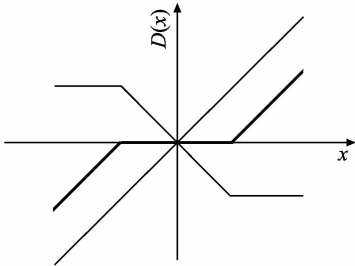


图 4 限幅曲线与线性直线叠加替换三次方曲线
Fig. 4 Overlaying of the limiting amplitude curve and the linear straight line replacing the cubic curve

可以根据图 4 所示的曲线设计电路,步骤从略。最终设计的原始电路如图 5 所示,优化设计电路如图 6 所示。图 6 所示的电路结构,比两个 AD633 电路简单,但精度却提高(参数离散性降低)了 2 个数量级。

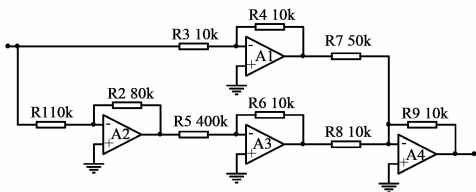


图 5 替换两级乘法器的运算放大器原始电路
Fig. 5 Primitive operational amplifier circuit replacing two-stage multiplier

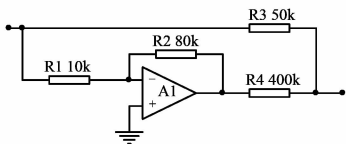


图 6 替换两级乘法器的运算放大器优化电路
Fig. 6 Optimized operational amplifier circuit replacing two-stage multiplier

1.5 Sigmoid 函数及其电路模拟

Sigmoid(x) 函数^[5]是现代非线性电子技术中的一个重要函数,用于模拟自然界的一类现象,例如生物神经细胞的神经元刺激、人口理论中的人口增长、社会现象中的发展模型等。Sigmoid(x) 函数已经标准化,公式为

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (7)$$

Sigmoid(x) 函数形状如图 7 所示,分布在实数坐标系上半部分,当 $x \Rightarrow -\infty$ 时, $\text{Sigmoid}(x) \Rightarrow 0$; 当

$x \Rightarrow \infty$ 时, $\text{Sigmoid}(x) \Rightarrow 1$ 。图 7 中,除了 Sigmoid(n) 函数曲线外,还有限幅非线性函数 $f(x)$ 。当 $x = 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{2}$, 且其斜率 $\frac{d}{dx}f(x) = \frac{1}{4}$ 。

图 7 中的另一条曲线 Sigmoid_2(x) 是 Sigmoid(x) 函数的变形,某些电路模拟使用这条曲线,公式表示为

$$\text{Sigmoid}_2(x) = 2\text{Sigmoid}(x) - 1 \quad (8)$$

Sigmoid_2(x) 函数的形状与 $f(x)$ 的形状很相似, Sigmoid_2(x) 函数是光滑函数, $f(x)$ 是三折线函数,根据分段线性化方法,可以使用复合 $f(x)$ 函数近似逼近 Sigmoid_2(x) 函数,逼近公式为

$$f(x) \approx \text{Sigmoid}_2(x) = 2\text{Sigmoid}(x) - 1 \quad (9)$$

反之,

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{f(x) + 1}{2} \quad (10)$$

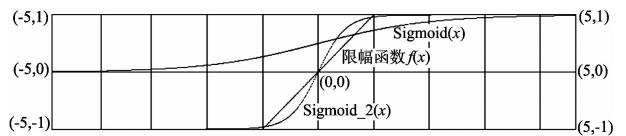


图 7 Sigmoid(x) 函数、其变形函数 Sigmoid_2(x) 与标准限幅函数 $f(x)$
Fig. 7 Function Sigmoid(x), its deformation function Sigmoid_2(x) and standard limiting amplitude function $f(x)$

2 限幅非线性无电感蔡氏电路

上面的 5 种静态非线性电路都可以用来构建蔡氏电路,称为无电感蔡氏电路。

2.1 限幅非线性蔡氏电路设计方法

限幅非线性电路构成的蔡氏电路是与经典蔡氏电路动态特性完全相同的电路。设计过程基于归一化蔡氏电路状态方程

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - h(x)), \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \quad (11)$$

及

$$h(x) = m_1x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|) \quad (12)$$

其中, m_0, m_1 与公式(2)中的 m_a, m_b 的关系是: $m_0 = 1 + m_a, m_1 = 1 + m_b$ 。实际上公式(11)及公式(12)并不是惟一的,并且对于标准限幅非线性设计很不方便,如果将式(11)写成

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha_1 y - \alpha_2 x + \alpha_3 f(x), \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \quad (13)$$

就很方便,其中 $\alpha_1 = \alpha, \alpha_2 = \alpha m_1, \alpha_3 = \alpha(m_0 - m_1)$ 。设计目标为使用标准电阻以方便实际应用。经过反复试验,挑选出一组比较好的数据,取具体电路参数 $\alpha = 10, \beta = 13.24, m_a = -1.136, m_b = -0.6135$, 具体方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = 10y - 2.56x + 4f(x), \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = -13.24y, \end{cases} \quad (14)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(|x+1| - |x-1|)。 \quad (15)$$

上述参数值并不是惟一的,例如,蔡少棠的经典论文在理论阐述时使用的参数是 $\alpha = 9, \beta = 14 \frac{1}{7}, m_0 = -\frac{1}{7}, m_1 = \frac{2}{7}$,^[1-2] 在具体电路设计中使用的参数与此有些差别,但是动态特性是相同的。

电路设计如图8所示。电源电压 $V_{cc} = \pm 12\text{V}$ 。因为没有频谱要求,所以,归一化电阻与归一化电容没有固定设计要求,就取 $R_{\text{归一}} = 10\text{k}\Omega, C_{\text{归一}} = 100\text{nF}$, 本电路归一化时间常数 $\tau_{\text{归一}} = R_{\text{归一}} \cdot C_{\text{归一}} = 1\text{mS}$ 。静态非线性电路由 A_1, R_1, R_2 产生, A_1 电压放大倍数为12, 当输入电压绝对值小于1V时线性放大, 大于1V时限幅于 $\pm 12\text{V}$, 实际输出是标准限幅非线性 $f(x)$ 的-12倍。 A_2, R_3, R_4 输出 $-y$ 。反相加法积分器 A_3, R_5, R_6, R_7 就实现了公式(14)之第1式。公式(14)第2式是 $\dot{y} = x - y + z$, 电路先由反相加法器 A_4, R_8, R_9, R_{10} 产生 $-x - z$, 再由反相加法积分器 A_5, R_{11}, R_{12}, C_2 产生 $\dot{y} = x - y + z$ 。公式(14)第3式是 $\dot{z} = -13.24y$, 电路由反相积分器 A_6, R_{13}, C_3 组成。

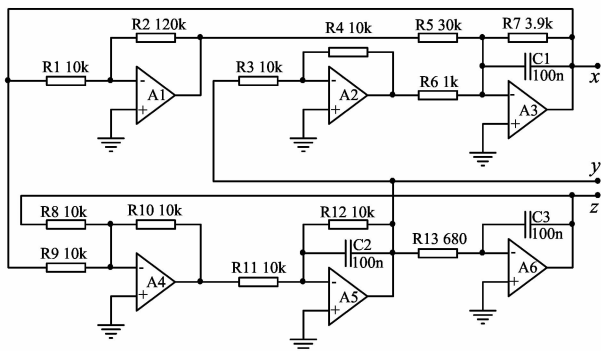


图8 优化的限幅型无电感蔡氏电路原理图
Fig. 8 Optimized limiting-amplitude non-inductive Chua's circuit diagram

图8中的电路元件都是标准元件,种类少,实际搭建电路与调试都很容易,满足实际需要。

2.2 限幅非线性蔡氏电路的混沌输出

物理电路实验结果与理论分析完全一致,并且电路性能稳定,优于经典蔡氏电路,实测结果展示于图9。

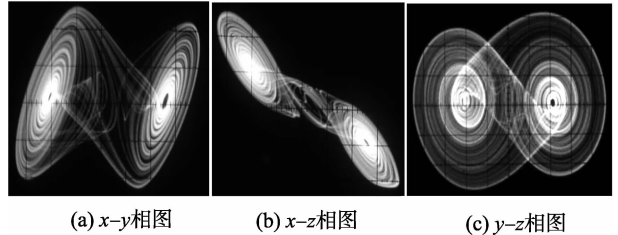


图9 优化的限幅型无电感蔡氏电路实验结果
Fig. 9 Experimental results of optimized limiting non-inductive Chua's circuit

3 阶跃非线性无电感蔡氏电路

将图8中的静态限幅非线性电路 A_1, R_1, R_2 中的反馈电阻 R_1 短路, R_2 开路就成为阶跃非线性电路,为了保护 A_1 , 将 R_1 保留, 电路原理图如图10所示, 仿真结果如图11所示。可知, 阶跃非线性电路与限幅非线性电路构成的蔡氏电路动态特性相似。

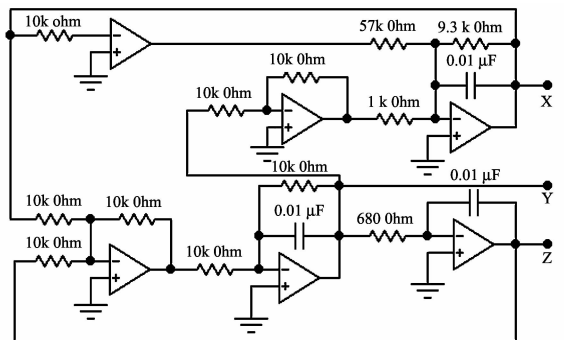


图10 阶跃型无电感蔡氏电路原理图
Fig. 10 Step-type non-inductive Chua's circuit

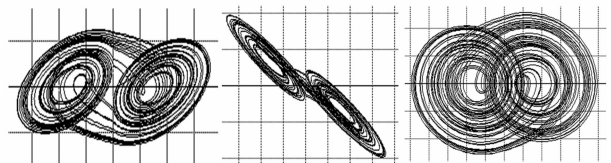


图11 阶跃型蔡氏电路实验结果
Fig. 11 Experimental results of step-type non-inductive Chua's circuit

4 应用分析

可靠性: 限幅非线性蔡氏电路与阶跃非线性电路都由电阻、电容、运算放大器元件构成, 没有经典蔡氏电路的电感, 没有三次方电路的乘法器, 而电阻与电容的离散型比电感器与乘法器的参数离散型约小两个数量级, 因此具有实际应用意义。意义之一

是用于混沌保密通信。混沌保密通信中的一个重要条件是:收发两端的混沌参数严格一致,不一致的部分将以噪声的形式表现出来。本文设计的电路中电阻与电容的离散性可以保证 10^{-3} 数量级以上,整个混沌电路的总参数误差也能够保证在 10^{-3} 数量级,实际电路实验表明,这样的混沌保密通信的噪声基本可被控制在 1 mV 以下,完全能够满足应用需要。

5 结论

(1) 蔡氏电路可以有多种设计方法,本文仅为其中之一。

(2) 纯粹由运算放大器、电阻、电容设计而成的蔡氏电路优点最多。

(3) 静态非线性类型以限幅非线性最接近经典蔡氏电路,阶跃非线性电路最简单。

(4) 纯运放蔡氏电路构成的混沌遮掩保密通信质量最高,约高 2 个数量级。

(5) 限幅非线性蔡氏电路是一种三阶神经网络电路的局部,限幅非线性电路可以替换 Sigmoid(x) 电路,用以为神经网络电路的深化设计提供新的发展点。

参考文献:

[1] CHUA L O, KOMURO M, MATSUMOTO T. The

double scroll family [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1986, 33(11):1072-1118.

[2] CHUA L O, LIN G N. Canonical realization of Chua's circuit family [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1990, 37(7):885-902.

[3] CHUA L O, YANG L. Cellular neural networks [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1988, 35(10):1257-1272.

[4] 何振亚,张毅峰,卢洪涛. 细胞神经网络动态特性及其在保密通信中的应用[J]. 通信学报,1999, 20(3):59-67.

HE Zhenya, ZHANG Yifeng, LU Hongtao. The dynamic character of cellular neural network with applications to secure communication [J]. Journal of China Institute of Communications, 1999, 20(3):59-67.

[5] 禹思敏,丘水生,林清华. 多涡卷混沌吸引子研究的新结果[J]. 中国科学:E 辑, 2003,33(4):365-374.

YU Simin, QIU Shuisheng, LIN Qinghua. New results of multi-scroll hyperchaotic attractors research [J]. Science in China:Series E, 2003, 33(4):365-374.

[6] 杨志民,马义德,张新国. 现代电路理论与设计[M]. 北京:清华大学出版社, 2009.

YANG Zhimin, MA Yide, ZHANG Xinguo. Theory and design of modern circuit [J]. Beijing:Tsinghua University Press, 2009.

(编辑:许力琴)