

基于可变遗忘因子的改进RPCA方法及其在自适应故障监测中的应用

孙靖杰¹,赵建军^{2*},姚跃亭³,姚刚¹

(海军航空工程学院 1. 研究生管理大队; 2. 兵器科学与技术系; 3. 飞行器工程系, 山东 烟台 264001)

摘要:针对现有监测方法对时变过程易产生误警且对微弱故障的检测能力不足等问题,提出一种基于可变遗忘因子的改进递归主元分析(recursive principal component analysis, RPCA)方法用于自适应故障监测。在主元模型的在线更新中引入一种可变遗忘因子,并为不同的模型参数设置不同的遗忘因子;在相关矩阵的递归分解中引入部分奇异值分解的思想,递归计算负荷矩阵和特征值对角矩阵;提出一种控制限递归更新方法,实现控制限的自适应更新。对某型雷达发射机工作过程的监测结果表明,改进的RPCA方法能自适应地跟踪过程的时变,有效地减少了对正常工况调整的误警和对微弱故障的漏报。

关键词:递归主元分析;自适应故障监测;可变遗忘因子;部分奇异值分解;时变过程

中图分类号:TP277 **文献标志码:**A

Improved RPCA method based on variable forgetting factor and its application in adaptive fault monitoring

SUN Jing-jie¹, ZHAO Jian-jun^{2*}, YAO Yue-ting³, YAO Gang¹

(1. Graduate Student's Brigade; 2. Department of Ordnance Science and Technology;

3. Department of Airborne Vehicle Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: In order to avoid false alarms for time-varying process and missed alarms for weak fault, an improved recursive principal component analysis (RPCA) method based on variable forgetting factor was proposed for adaptive fault monitoring. A new variable forgetting factor style was introduced for online update of the principal component model, and different forgetting factors were set for different parameters. The loading matrix and eigenvalue matrix were updated by applying partial singular value decomposition (PSVD) method to the recursive decomposition of correlation matrix. In addition, a recursive updating method of control limit was proposed to update control limit adaptively. Monitoring results of the working process of a radar transmitter demonstrate that the improved RPCA method could capture the variation of process adaptively to detect fault, and could reduce both false alarms for normal working condition adjustment and missed alarms for weak fault.

Key words: recursive principal component analysis; adaptive fault monitoring; variable forgetting factor; partial singular value decomposition; time-varying process

0 引言

作为一种基于数据驱动的多变量统计方法,已成功应用于过程监测的多个领域^[1-4]。传统的PCA方法假设监测对象的工作过程是时不变的,然而,受环境因素、工况调整及设备老化引起的参数漂移等影响,

主元分析(principal component analysis, PCA)

收稿日期:2011-12-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60802088,61179017);教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-05-0912)

作者简介:孙靖杰(1983-),女,山东烟台人,博士研究生,主要研究方向为状态监测、故障诊断。E-mail:tishangsjj@sina.com

* 通讯作者:赵建军(1965-),男,江苏南通人,教授,博士,博士生导师,主要研究方向为状态监测、故障诊断、预测与健康管理。

E-mail:zhaojj65@163.com

绝大多数设备的运行过程实际上都具有或快或慢的时变特性,必须对监测模型进行在线更新以实现自适应监测。因此,一些递归PCA (recursive PCA, RPCA)算法^[5-8]得到了广泛的研究和应用。

在设备运行过程中,随着时间的推移,历史数据中反映当前运行状态的信息逐渐减少。为保证监测的实时准确,应引入一定的权重机制来减弱历史数据对当前监测模型的影响。为此,学者们提出了一些可行的算法。Wold S最早提出了指数加权主元分析的方法,但该方法不是递归的,在每次得到新数据后,要用全部数据重新建立主元模型^[6];作为改进,Li等提出了基于遗忘因子的RPCA方法,在指数遗忘历史数据的同时,使较大的权重位于新数据上,并实现了主元模型的递归更新,但该方法中的遗忘因子为一固定值,不能根据设备运行时变的程度动态调节历史数据和新数据对模型的贡献比例,影响了模型的精确性^[7]。

本研究提出一种改进的RPCA方法,在主元模型的递归更新中引入一种可变遗忘因子,并采用部分奇异值分解的思想实现相关矩阵的递归分解;为了进一步提高监测的灵敏度,本研究提出一种控制限递归更新方法以实现控制限的自适应更新,在此基础上,结合改进的RPCA方法和控制限递归更新方法,设计了基于改进RPCA的自适应监测算法。

1 基于可变遗忘因子的改进RPCA方法

1.1 建立初始主元模型

采集一段正常工作的样本,构成初始正常数据块 $\mathbf{X}_1^0 \in \mathbf{R}^{n_1 \times m}$,其中 n_1 为样本数目, m 为监测变量数目。首先,用 \mathbf{X}_1^0 建立初始主元模型。

令 \mathbf{X}_1^0 的均值向量为 \mathbf{b}_1 ,有

$$\mathbf{b}_1 = \frac{1}{n_1} (\mathbf{X}_1^0)^T \cdot \mathbf{l}_{n_1}, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{l}_{n_1} = (1, \dots, 1)^T \in \mathbf{R}^{n_1}$ 。

令 \mathbf{X}_1^0 的方差对角矩阵为 $\mathbf{D}_1 = \text{diag}(\sigma_{11}^2, \dots, \sigma_{1m}^2)$ 。其中,第 i 个变量的方差 σ_{1i}^2 为:

$$\sigma_{1i}^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \|\mathbf{X}_1^0(:, i) - \mathbf{l}_{n_1} \mathbf{b}_1(i)\|_2^2, (i = 1, \dots, m), \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X}_1^0(:, i)$ 为 \mathbf{X}_1^0 的第 i 列, $\mathbf{b}_1(i)$ 为 \mathbf{X}_1^0 中第 i 个变量的均值, $\|\cdot\|_2$ 为欧几里得范数算子。

令 \mathbf{X}_1^0 的标准化为 \mathbf{X}_1 ,有

$$\mathbf{X}_1 = (\mathbf{X}_1^0 - \mathbf{l}_{n_1} \mathbf{b}_1^T) \mathbf{D}_1^{-1/2}. \quad (3)$$

令 \mathbf{X}_1 的相关矩阵为 \mathbf{R}_1 ,有

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{n_1 - 1} \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1. \quad (4)$$

对 \mathbf{R}_1 进行特征值分解,采用累计方差贡献率法^[9]或交叉验证法^[10]确定主元个数 r_1 ,取 \mathbf{R}_1 的前 r_1 个最大特征值和对应的特征向量分别构成特征值对角矩阵 $\mathbf{A}_1 = \text{diag}(\lambda_{1.1}, \dots, \lambda_{1.r_1})$ 和负荷矩阵 $\mathbf{P}_1 = [\mathbf{p}_{1.1}, \dots, \mathbf{p}_{1.r_1}]$,则有 $\mathbf{R}_1 \approx \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_1^T$ 。

1.2 标准化数据和相关矩阵的递归更新

当采集到新的正常数据块时,要对主元模型进行递归更新。设采集到第 k 个正常数据块后,完成了 $\mathbf{b}_k, \mathbf{D}_k, \mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, r_k, \mathbf{A}_k$ 和 \mathbf{P}_k 的递归更新。

当采集了第 $k+1$ 个数据块 $\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0 \in \mathbf{R}^{n_{k+1} \times m}$ 时,将其加入现有的建模数据中,进入主元模型的第 $k+1$ 次递归更新,有

$$\mathbf{X}_{k+1}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^0 \\ \mathbf{X}_{n_{k+1}}^0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

均值向量 \mathbf{b}_{k+1} 的递归计算公式为

$$\mathbf{b}_{k+1} = \frac{N_k}{N_{k+1}} \mathbf{b}_k + \frac{1}{N_{k+1}} (\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0)^T \mathbf{l}_{n_{k+1}}, \quad (6)$$

式中, $N_j = \sum_{i=1}^j n_i, j = k, k+1, n_i$ 为第 i 个正常数据块的样本数目。

用 \mathbf{b}_{k+1} 对 \mathbf{X}_{k+1}^0 进行零均值化:

$$\mathbf{X}_{k+1}^0 - \mathbf{l}_{k+1} \mathbf{b}_{k+1}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k^0 - \mathbf{l}_k \mathbf{b}_k^T - \mathbf{l}_k \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \\ \mathbf{X}_{n_{k+1}}^0 - \mathbf{l}_{n_{k+1}} \mathbf{b}_{k+1}^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中, $\mathbf{l}_k = (1, \dots, 1)^T \in \mathbf{R}^{N_k}, \Delta \mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_{k+1} - \mathbf{b}_k$ 。

由于下列等式成立

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_k^T (\mathbf{X}_k^0(:, i) - \mathbf{l}_k \mathbf{b}_k(i)) &= 0, \\ \mathbf{l}_k^T \mathbf{l}_k &= N_k. \end{aligned} \quad (8)$$

则 \mathbf{X}_{k+1}^0 中第 i 个变量的方差 $\sigma_{k+1.i}^2$ 的递归计算公式为

$$\begin{aligned} \sigma_{k+1.i}^2 &= \frac{1}{N_{k+1} - 1} \|\mathbf{X}_{k+1}^0(:, i) - \mathbf{l}_{k+1} \mathbf{b}_{k+1}(i)\|_2^2 = \\ &= \frac{N_k - 1}{N_{k+1} - 1} \sigma_{k.i}^2 + \frac{N_k}{N_{k+1} - 1} \Delta \mathbf{b}_{k+1}^2(i) + \\ &= \frac{1}{N_{k+1} - 1} \|\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0(:, i) - \mathbf{l}_{n_{k+1}} \mathbf{b}_{k+1}(i)\|_2^2. \end{aligned} \quad (9)$$

则第 $k+1$ 次更新的方差对角矩阵为

$$\mathbf{D}_{k+1} = \text{diag}(\sigma_{k+1.1}^2, \dots, \sigma_{k+1.m}^2).$$

标准化数据 \mathbf{X}_{k+1} 的递归计算公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} &= [\mathbf{X}_{k+1}^0 - \mathbf{l}_{k+1} \mathbf{b}_{k+1}^T] \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} = \\ &= \begin{bmatrix} (\mathbf{X}_k^0 - \mathbf{l}_k \mathbf{b}_k^T) \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} - \mathbf{l}_k \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} \\ (\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0 - \mathbf{l}_{n_{k+1}} \mathbf{b}_{k+1}^T) \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \mathbf{D}_k^{1/2} \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} - \mathbf{l}_k \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} \\ \mathbf{X}_{n_{k+1}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中, $\mathbf{D}_j = \text{diag}(\sigma_{j,1}^2, \dots, \sigma_{j,m}^2)$, $j = k, k+1$ 。

相关矩阵 \mathbf{R}_{k+1} 的递归计算公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{k+1} &= \frac{1}{N_{k+1} - 1} \mathbf{X}_{k+1}^T \mathbf{X}_{k+1} = \\ & \frac{N_k - 1}{N_{k+1} - 1} \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} \mathbf{D}_k^{1/2} \mathbf{R}_k \mathbf{D}_k^{1/2} \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} + \\ & \frac{N_k}{N_{k+1} - 1} \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} \Delta \mathbf{b}_{k+1} \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \mathbf{D}_{k+1}^{-1/2} + \\ & \frac{1}{N_{k+1} - 1} \mathbf{X}_{n_{k+1}}^T \mathbf{X}_{n_{k+1}}. \end{aligned} \quad (11)$$

对方差的更新能够改变不同采样点数据之间的相对权重。在实际监测过程中,为了实时反映系统的运行状态,往往要求主元模型有较高的更新频率,即每次的更新数据块都是小样本采样。从统计的角度分析,当主元模型的递归更新是小样本事件时,认为方差的相对变化是微弱的^[7],即 $\mathbf{D}_{k+1} \approx \mathbf{D}_k$ 。因此,对于每次更新数据块的加入,可先用未更新的方差参与主元模型其他参数的递归更新。同时,为消除由于方差变化而未被更新带来的累积误差,仍需在每次递归计算的最后一步更新方差。

因此,相关矩阵的递归计算公式可约减为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{k+1} &= \frac{N_k - 1}{N_{k+1} - 1} \mathbf{R}_k + \frac{N_k}{N_{k+1} - 1} \mathbf{D}_k^{-1/2} \Delta \mathbf{b}_{k+1} \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \mathbf{D}_k^{-1/2} + \\ & \frac{1}{N_{k+1} - 1} \mathbf{X}_{n_{k+1}}^T \mathbf{X}_{n_{k+1}}. \end{aligned} \quad (12)$$

1.3 可变遗忘因子的引入及自适应更新

现有的基于遗忘因子的 RPCA 方法中,有的经验给出一个固定的遗忘因子^[7,11],然而遗忘因子的大小应取决于当前系统运行状态变化的快慢,由于在实际运行过程中的不同阶段,系统变化速度并不相同,因此遗忘因子必须能自适应地更新;有的方法虽然实现了遗忘因子的实时更新,但对模型的所有参数都采用同样的遗忘因子^[12-13],而事实上,系统状态的变化对模型中不同参数的影响存在差异性。

本研究提出对不同的模型参数设置不同的可变遗忘因子,并根据模型参数各自的变化特性实现可变遗忘因子的自适应更新。

分别对 \mathbf{b} 、 \mathbf{D} 和 \mathbf{R} 三个模型参数的递归引入可变遗忘因子 α 、 β 和 γ ,则式(6)、(9)和(12)转化为

$$\mathbf{b}_{k+1} = \alpha_{k+1} \mathbf{b}_k + (1 - \alpha_{k+1}) \frac{1}{n_{k+1}} (\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0)^T \mathbf{l}_{n_{k+1}}, \quad (13)$$

$$\sigma_{k+1,i}^2 = \beta_{k+1} (\sigma_{k,i}^2 + \Delta \mathbf{b}_{k+1}^2(i)) +$$

$$(1 - \beta_{k+1}) \frac{1}{n_{k+1}} \|\mathbf{X}_{n_{k+1}}^0(:, i) - \mathbf{l}_{n_{k+1}} \mathbf{b}_{k+1}(i)\|_2^2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{k+1} &= \gamma_{k+1} (\mathbf{R}_k + \mathbf{D}_k^{-1/2} \Delta \mathbf{b}_{k+1} \Delta \mathbf{b}_{k+1}^T \mathbf{D}_k^{1/2}) + \\ & (1 - \gamma_{k+1}) \frac{1}{n_{k+1}} \mathbf{X}_{n_{k+1}}^T \mathbf{X}_{n_{k+1}}. \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $0 < \alpha_{k+1} < 1$, $0 < \beta_{k+1} < 1$ 和 $0 < \gamma_{k+1} < 1$ 分别表示第 $k+1$ 次更新时 3 个模型参数的可变遗忘因子。它们的递归公式为

$$\alpha_{k+1} = \alpha_{\max} - (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \left[1 - \exp \left\{ -\tilde{\omega} \left(\frac{\|\Delta \mathbf{b}_k\|_2}{\|\Delta \mathbf{b}_{\text{ave}}\|_2} \right)^\mu \right\} \right], \quad (16)$$

$$\beta_{k+1} = \beta_{\max} - (\beta_{\max} - \beta_{\min}) \left[1 - \exp \left\{ -\tilde{\omega} \left(\frac{\|\Delta \mathbf{D}_k\|_2}{\|\Delta \mathbf{D}_{\text{ave}}\|_2} \right)^\mu \right\} \right], \quad (17)$$

$$\gamma_{k+1} = \gamma_{\max} - (\gamma_{\max} - \gamma_{\min}) \left[1 - \exp \left\{ -\tilde{\omega} \left(\frac{\|\Delta \mathbf{R}_k\|_2}{\|\Delta \mathbf{R}_{\text{ave}}\|_2} \right)^\mu \right\} \right]. \quad (18)$$

其中,变量组

$$\begin{cases} \Delta \Phi_k = \Phi_k - \Phi_{k-1}, \\ \Delta \Phi_{\text{ave}} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=2}^k \Delta \Phi_i, \end{cases} \quad (\Phi = \mathbf{b}, \mathbf{D}, \mathbf{R}), \quad (19)$$

在每次主元模型更新时都同步进行更新。

要实现遗忘因子的自适应更新,还要对上限 ϕ_{\max} 、下限 ϕ_{\min} ($\phi = \alpha, \beta, \gamma$)、 $\tilde{\omega}$ 和 μ 等参数进行设置。下面给出一种经验的参数设置规则,以 α 为例:

① 根据系统运行状态变化的快慢,选择 α_{\max} 和 α_{\min} (慢时变时,二者应取较大值;否则,应取较小值);

② 根据系统运行状态变化的程度,确定 α 在 $\|\Delta \mathbf{b}_k\|_2 / \|\Delta \mathbf{b}_{\text{ave}}\|_2 = 1$ 时的取值(介于 α_{\max} 和 α_{\min} 之间的一个值,如 $\alpha = (\alpha_{\max} + \alpha_{\min})/2$),并由式(16)确定参数 $\tilde{\omega}$ 的值;

③ 根据系统运行状态变化的快慢,选择参数 μ ($1 \leq \mu \leq 5$) 的值来设定 α 对系统变化的灵敏程度(慢时变时, μ 应取较小值,否则,应取较大值)。

1.4 基于 PSVD 的相关矩阵递归分解

由于更新主元模型时,主元的获取仅依赖相关矩阵的前 r ($r \ll m$) 个最大特征值和对应的特征向量,而对相关矩阵的特征值分解要计算全部的特征值和特征向量,增加了无谓的计算量。为了降低整个 RPCA 算法的计算复杂度,本研究提出一种基于部分奇异值分解(partial singular value decomposition, PSVD)的递归方法,在每次更新中,通过对相关矩阵的分解因式递归计算 PSVD,获得相关矩阵的低秩逼近,从而实现负荷矩阵和特征值对角矩阵的递归更新。

定义 1^[14-15] 设矩阵 \mathbf{Y} 的奇异值分解为 $\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$, 令 \mathbf{U}_r 和 \mathbf{V}_r 分别是 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的前 r ($1 \leq r \leq$

$\text{rank}(Y)$ 维列向量组成的矩阵, $S_r = \text{diag}(s_1, \dots, s_r)$ 为前 r 个奇异值组成的对角矩阵, 称形式为 $Y_r = U_r S_r V_r^T$ 的分解式为矩阵 Y 的 PSVD。

矩阵的 PSVD 可以采用文献[16]中的 Lanczos 变体算法或文献[17]中的双正交迭代 SVD 算法计算。

设第 k 次更新时确定的主元数目为 r_k , 则相关矩阵 R_k 的最优 r_k 秩逼近可由负荷矩阵 P_k 和特征值对角矩阵 A_k 表示为 $R_k \approx P_k A_k P_k^T$ 。令 $A_k = A_k^{1/2}$, 有

$$R_k \approx P_k A_k A_k^T P_k^T \quad (20)$$

令

$$B_{k+1} = \sqrt{\gamma_{k+1}} P_k A_k, \quad (21)$$

$$C_{k+1} = \left[\sqrt{\gamma_{k+1}} D_k^{-1/2} \Delta b_{k+1}, \sqrt{\frac{1-\gamma_{k+1}}{n_{k+1}}} X_{n_{k+1}}^T \right] \quad (22)$$

将式(20)~(22)代入式(15)中, 得

$$R_{k+1} = [B_{k+1}, C_{k+1}][B_{k+1}, C_{k+1}]^T \quad (23)$$

故 R_{k+1} 的递归特征值分解可以转化为因式 $[B_{k+1}, C_{k+1}]$ 的递归奇异值分解。

由式(23)知 B_{k+1} 的列向量两两正交, C_{k+1} 的加入破坏了 B_{k+1} 的正交性, 因此首先要在 k 张成的空间和其正交补空间中对 C_{k+1} 进行正交分解:

$$C_{k+1} = C_{k+1}^{P_k} + C_{k+1}^{P_k^\perp} = P_k P_k^T C_{k+1} + (I_m - P_k P_k^T) C_{k+1}, \quad (24)$$

式中, $I_m \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为单位矩阵。

对 $C_{k+1}^{P_k^\perp}$ 进行 QR 分解, 得

$$C_{k+1}^{P_k^\perp} = (I_m - P_k P_k^T) C_{k+1} = Q_{k+1} G_{k+1}, \quad (25)$$

式中, 矩阵 Q_{k+1} 的列向量两两正交, 且满足 $Q_{k+1}^T P_k = 0$ 。若 $C_{k+1}^{P_k^\perp}$ 为列满秩的, 则 G_{k+1} 为一个上三角矩阵; 否则, G_{k+1} 为一个上梯形矩阵^[18-19]。

因此, $[B_{k+1}, C_{k+1}]$ 可以进行如下分解:

$$[B_{k+1}, C_{k+1}] = [P_k, Q_{k+1}] \begin{bmatrix} A'_k & P_k^T C_{k+1} \\ \mathbf{0} & G_{k+1} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

式中, $A'_k = \sqrt{\gamma_{k+1}} A_k$ 。

对第 $k+1$ 次更新, 由累计方差贡献率法确定主元数目 r_{k+1} , 计算式(26)中右边因式的 PSVD, 得

$$H = \begin{bmatrix} A'_k & P_k^T C \\ \mathbf{0} & G_{k+1} \end{bmatrix} \approx U_{r_{k+1}} S_{r_{k+1}} V_{r_{k+1}}^T \quad (27)$$

将式(26)和(27)代入式(23)中, 得

$$R_{k+1} \approx [P_k, Q_{k+1}] U_{r_{k+1}} S_{r_{k+1}}^2 U_{r_{k+1}}^T [P_k, Q_{k+1}]^T = P_{k+1} A_{k+1} P_{k+1}^T, \quad (28)$$

其中, $P_{k+1} = [P_k, Q_{k+1}] U_{r_{k+1}}$ 为第 $k+1$ 次更新的负荷矩阵, $A_{k+1} = S_{r_{k+1}}^2$ 为第 $k+1$ 次更新的特征值对角

矩阵。

2 基于改进RPCA的自适应故障监测

在监测过程中, 每获得一个新的监测样本 x , 按照下列两式分别计算 T^2 统计量和 SPE 统计量:

$$T^2 = x^T P_k A_k P_k^T x \quad (29)$$

$$\text{SPE} = x^T (I_m - P_k P_k^T) x \quad (30)$$

若两个统计量超出各自的控制限, 则认为监测到故障的发生。

2.1 控制限的自适应递归更新

对时变过程进行监测时, 为保证监测模型的灵敏性和鲁棒性, 控制限也应及时更新。本研究提出一种新的控制限递归更新方法, 对统计量引入可变遗忘因子, 采用逐一样本更新的方式递归计算控制限。

文献[20-21]中指出, 若多元监测变量服从正态分布, 则由这些变量建立的单变量统计量均服从“中心 χ^2 ”分布。

令 $z_{q-1} \in \mathbf{R}^{q-1}$ 为前 $q-1$ 个样本的统计量组成的列向量, $\bar{\zeta}_{q-1}$ 和 δ_{q-1}^2 分别为前 $q-1$ 个统计量的均值和方差, 当第 q 个样本被检测为正常样本时, 将它的统计量 ζ_q 加入 z_{q-1} 中用于递归计算第 $q+1$ 个统计量的控制限。对统计量的均值和方差分别引入可变遗忘因子 η 和 ν , 则有下列递推关系:

$$\bar{\zeta}_q = \eta_q \bar{\zeta}_{q-1} + (1 - \eta_q) \zeta_q \quad (31)$$

$$\delta_q^2 = \nu_q \delta_{q-1}^2 + (1 - \nu_q) (\zeta_q - \bar{\zeta}_{q-1})^2 \quad (32)$$

则第 $q+1$ 个置信度为的控制限为

$$\zeta_{q+1}^\alpha = g_q \chi^2(\alpha, h_q), \quad (33)$$

式中, $g_q = \delta_q^2 / 2 \bar{\zeta}_q$, $h_q = 2(\bar{\zeta}_q)^2 / \delta_q^2$, χ^2 为 χ^2 分布的分布函数。

因此, 当得到第 q 个正常样本的统计量后, 可由控制限递归更新方法计算 T^2 统计量的第 $q+1$ 个控制限:

$$(T^2)_{q+1}^\alpha = g_q^{T^2} \chi^2(\alpha, h_q^{T^2}), \quad (34)$$

式中, $g_q^{T^2}, h_q^{T^2}$ 分别由前 q 个 T^2 统计量计算。

同理可得 SPE 统计量的第 $q+1$ 个控制限 Q_{q+1}^α 。

2.2 基于改进RPCA的自适应监测算法

(1) 离线的初始建模

Step 1.1 采集初始建模数据 X_1^0 , 建立初始主元模型。

Step 1.2 根据可变遗忘因子参数设置规则, 确定可变遗忘因子的各个参数。

Step 1.3 将 X_1^0 分成两部分, 计算第一部分样本的 b, D 和 R , 用第二部分的样本逐一更新 b, D 和

R ,并记录每次更新的 Δb 、 ΔD 和 ΔR ,计算3个增量平均值范数 $\|\Delta b_{ave}\|_2$ 、 $\|\Delta D_{ave}\|_2$ 和 $\|\Delta R_{ave}\|_2$ 。

Step 1.4 确定 α_2 、 β_2 和 γ_2 (可根据系统的运行特性经验选取,如都取0.9)。

(2) 在线监测与模型的递归更新

当用第 k 个数据块完成了主元模型的更新后:

Step 2.1 采集第 q 个新样本 x_q ,用 b_k 和 D_k 进行标准化。用 P_k 和 A_k 计算它的统计量 T_q^2 和 SPE_q ,若 $T_q^2 > (T^2)_{\alpha}^q$ 或 $SPE_q > Q_{\alpha}^q$,则认为监测到故障,转入Step 2.2;否则,接受 x_q 为正常样本,转入Step 2.3。

Step 2.2 将 x_q 添加到故障样本序列,产生报警,转入故障诊断阶段。

Step 2.3 将 T_q^2 和 SPE_q 加入各自统计量序列,调用控制限递归更新方法计算控制限 $(T^2)_{\alpha}^{q+1}$ 和 Q_{α}^{q+1} 。

Step 2.4 将 x_q 加入更新数据块序列中,若数据块大小小于预定值,则令 $q = q + 1$,转入Step 2.1;否则,进入Step 2.5。

Step 2.5 调用 α_{k+1} 、 β_{k+1} 和 γ_{k+1} 递归推导 b_{k+1} 、 D_{k+1} 和 R_{k+1} ,调用基于PSVD的递归方法计算 P_{k+1} 和 A_{k+1} 。

Step 2.6 调用遗忘因子更新方法计算 α_{k+2} 、 β_{k+2} 和 γ_{k+2} 。

Step 2.7 清空更新数据块序列,令 $q = q + 1$, $k = k + 1$,转入Step 2.1。

3 实例验证

本研究以某型雷达发射机为监测对象,选取发射机的晶体振荡器基准频率、各级放大功率、速调管阳极电压、聚焦极电压、收集极冷却液温度、冷却液流速等等共36个监测变量,采用不同方法对发射机的下列工作情况进行监测。

情况1 选取一段正常工作过程的监测样本(500个)作为测试样本,这期间,速调管收集极的冷却液温度 T_0 不断发生轻度的动态漂移,自动控温系统则不断调节冷却液的流速来保持 T_0 恒定,这是发射机的连续自动工况调整过程。另取无工况调整的正常样本(100个)进行离线训练建立初始主元模型。

首先采用文献[7]中提出的RPCA方法对上述自动工况调整过程进行监测,该方法对主元模型的所有参数都设置同一个固定遗忘因子 ϕ 。实验设置 $\phi = 0.7$,更新数据块大小为5,监测结果如图1所示。

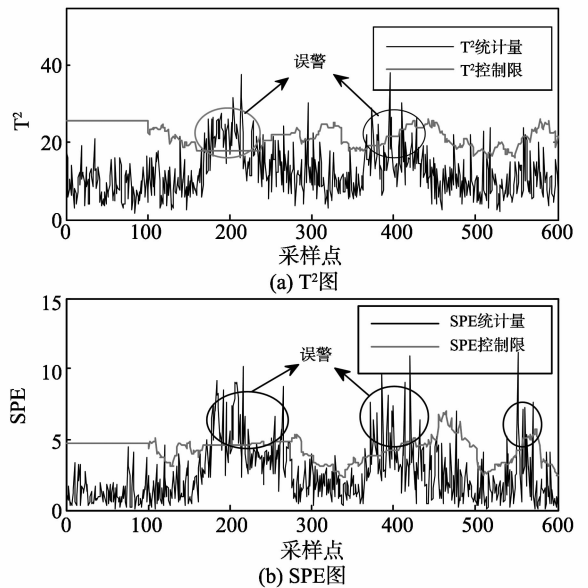


图1 RPCA对情况1的监测结果

Fig. 1 Monitoring results of RPCA for case 1

采用本研究提出的基于可变遗忘因子的改进RPCA方法进行监测,设 $\alpha_{\max} = \beta_{\max} = \gamma_{\max} = 0.9$, $\alpha_{\min} = \beta_{\min} = \gamma_{\min} = 0.4$, $\tilde{\omega} = 0.6931$, $\mu = 1$,更新数据块大小仍设为5,监测结果如图2所示。

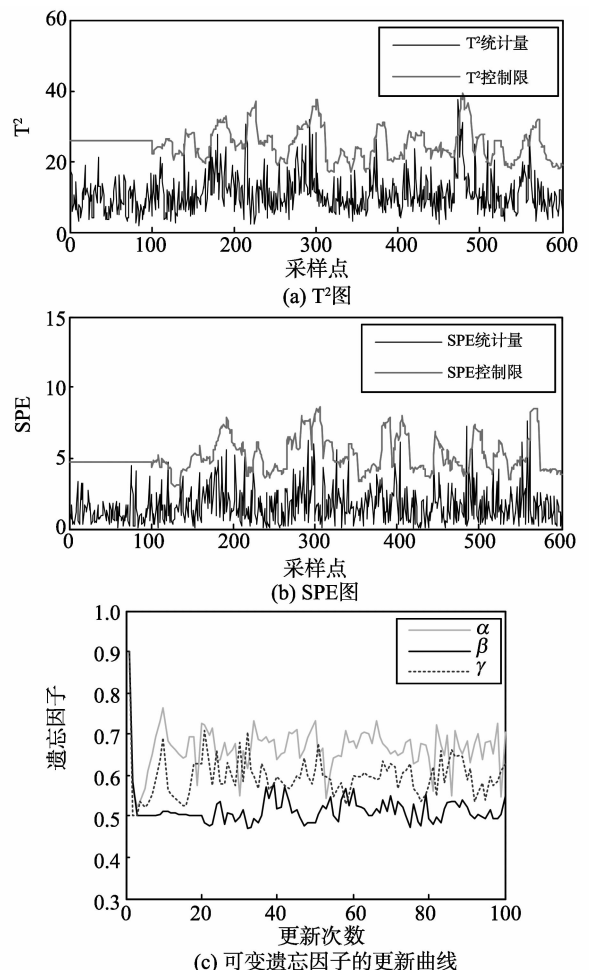


图2 改进RPCA对情况1的监测结果

Fig. 2 Monitoring results of improved RPCA for case 1

对比分析图1的(a)和(b)知,由于采用固定的遗忘因子,导致每次递归时,历史数据和新数据对模型的贡献比例都相同,面对由冷却液流速和温度的频繁调整所引起的状态连续变化,主元模型产生了严重的滞后,使 T^2 和SPE统计量不断超出各自的控制限,产生大量的误警。

由图2的(a)和(b)知,采用基于可变遗忘因子的改进RPCA方法进行监测时, T^2 和SPE统计量都没有超出控制限,即对发射机的自动工况调整没有产生误警。观察(c)中可变遗忘因子的更新曲线,随着发射机自动调节幅度的增大或减小,各可变遗忘因子相应地减小或增大,动态地调整历史数据和新数据对主元模型的贡献比例,从而灵活地控制主元模型更新的程度,使模型及时跟踪系统状态的变化,有效阻止误警的发生。

情况2 将速调管阳极的-800V输入电压调低3V,产生低于标称值的微弱故障,采集包含该微弱故障的一段样本(400个)作为测试样本,另取正常工作样本(100个)离线训练建立初始主元模型。

首先利用PCA方法进行监测,结果如图3所示。

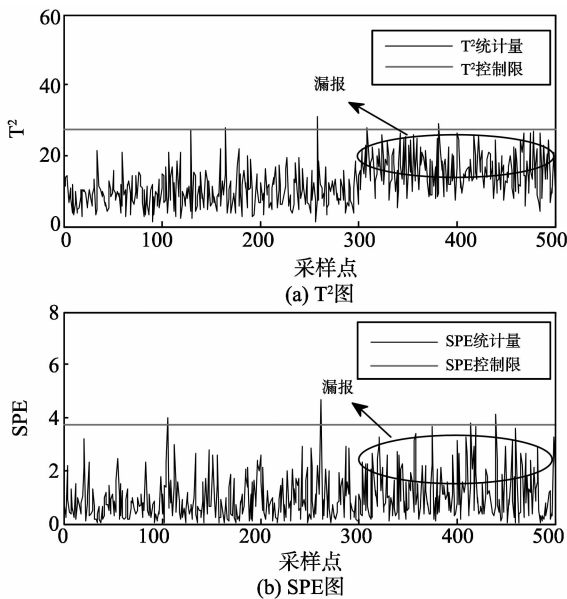


图3 PCA对情况2的监测结果

Fig.3 Monitoring results of PCA for case 2

采用本研究提出的基于可变遗忘因子的改进RPCA方法对上述过程进行监测,遗忘因子的参数和更新数据块大小设置同前述,结果如图4所示。

对比分析图3的(a)和(b)可知,发生微弱故障(图中第301至第500个样本)时, T^2 和SPE统计量都没有超出控制限,因此PCA方法对该微弱故障没有检测能力,造成漏报。原因在于:一方面,控制限没有根据统计量的变化而自适应地调整;另一方面,虽然阳极输入电压在发生微弱故障时能引起 T^2 统

计量一定程度的增加,但增加的幅度不足以超出固定控制限,而由于主元模型的结构没有更新,SPE统计量则始终没有超限的趋势。

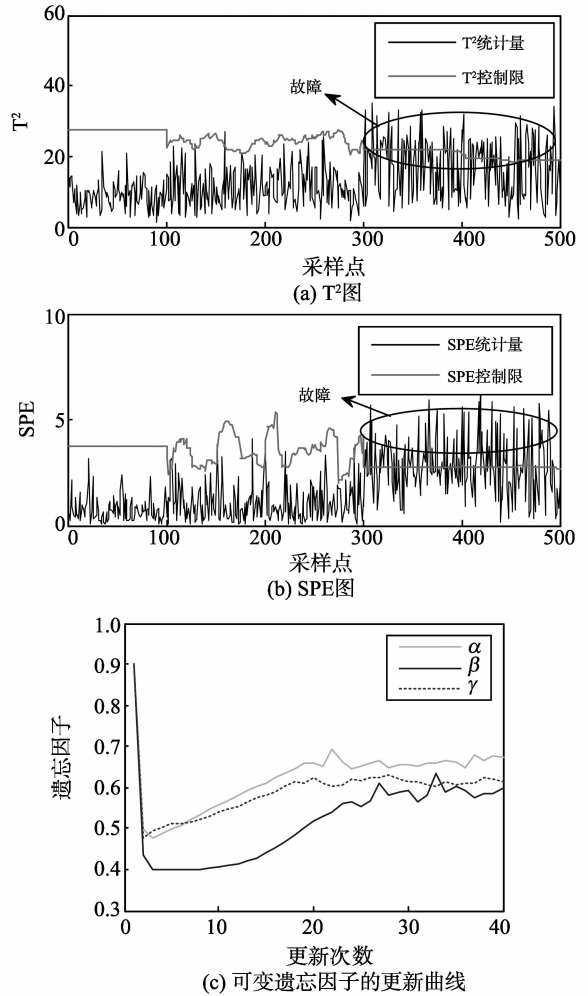


图4 改进RPCA对情况2的监测结果

Fig.4 Monitoring results of RPCA for case 2

由图4(a)和(b)可知,微弱故障样本根据更新的主元模型计算的 T^2 和SPE统计量都明显增大,同时,实时更新的控制限对故障样本统计量的变化更加敏感,使两个统计量都明显超限,产生报警。由图4(c)可知,主元模型更新到第40次就停止更新,这是因为一旦监测到故障,改进的RPCA方法便不再根据故障样本继续更新主元模型和控制限,从而实现对故障的持续报警,保证了监测的灵敏度和准确度。

4 结语

本研究对RPCA方法进行改进,对不同模型参数的递归更新引入不同的可变遗忘因子,通过递归计算相关矩阵的PSVD,实现了负荷矩阵和特征值对角矩阵的递归求解;提出了一种基于逐一样本更

新的控制限递归更新方法实现了控制限的自适应更新;最后结合改进的RPCA方法和控制限递归方法设计了基于改进RPCA的自适应监测算法。对某型雷达发射机不同工作情况的监测结果表明,改进的RPCA方法能够有效地减少对正常工况调整的误警和对微弱故障的漏报,提高了监测准确度和灵敏度。

参考文献:

- [1] 邓晓刚, 田学民. 一种基于KPCA的非线性故障诊断方法[J]. 山东大学学报:工学版, 2005, 35(3):103-106.
DENG Xiaogang, TIAN Xuemin. Nonlinear process fault diagnosis method using kernel principal component analysis[J]. Journal of Shandong University: Engineering Science, 2005, 35(3):103-106.
- [2] 高宏力, 许明恒, 李登万, 等. 基于PCA和动态监测模型的刀具寿命在线检测技术[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(11):2416-2421.
GAO Hongli, XU Mingheng, LI Dengwan, et al. Online tool life measurement technique based on PCA and dynamic monitoring model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(11):2416-2421.
- [3] 谢磊, 王树青. 递归核PCA及其在非线性过程自适应监控中的应用[J]. 化工学报, 2007, 58(7):1776-1782.
XIE Lei, WANG Shuqing. Recursive kernel PCA and its application in adaptive monitoring of nonlinear process[J]. Journal of Chemical Industry and Engineering, 2007, 58(7):1776-1782.
- [4] 韦洁, 张和生, 贾利民. 面向状态监测的改进主元分析方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2009, 23(7):51-55.
WEI Jie, ZHANG Hesheng, JIA Limin. State monitoring approach based on improved principal component analysis[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2009, 23(7):51-55.
- [5] QIN S J. Recursive PLS algorithms for adaptive data monitoring[J]. Computer and Chemical Engineering, 1998, 22(4-5):503-514.
- [6] WOLD S. Exponentially weighted moving principal component analysis and projection to latent structures[J]. Chemometric and Intelligent Laboratory Systems, 1994, 23(11):149-161.
- [7] LI W H, YUE H H, CERVANTES V S, et al. Recursive PCA for adaptive process monitoring[J]. Journal of Process Control, 2000, 10(5):471-486.
- [8] CHOI S W, MARTIN E B, MORRIS A J, et al. Adaptive multivariate statistical process control for monitoring time-varying process[J]. Industrial Engineering Chemistry Research, 2006, 45(9):3108-3118.
- [9] MAINOWSKI E R. Factor analysis in chemistry[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [10] WOLD S. Cross-validatory estimation of the number of components in factor and principal component models[J]. Technometrics, 1978, 20(4):397-405.
- [11] SPITZLSPERGER G, SCHMIDT C, ERNST G, et al. Fault detection for a via etch process using adaptive multivariate methods[J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 2005, 18(4):528-533.
- [12] DAYAL B S, MACGREGOR J F. Recursive exponentially weighted PLS and its application to adaptive control and prediction[J]. Journal of Process Control, 1997, 7(3):169-179.
- [13] LANE S, MARTIN E B, MORRIS A J, et al. Application of exponentially weighted principal component analysis for the monitoring of a polymer film manufacturing process[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2003, 25(1):17-35.
- [14] ZHA H Y, ZHANG Z Y. Matrices with low-rank-plus-shift-structure: partial SVD and latent semantic indexing[J]. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 2000, 21(2):522-536.
- [15] ZHA H Y, SIMON H D. On updating problems in latent semantic indexing[J]. SIAM J on Scientific Computing, 1999, 21(2):782-792.
- [16] TOUGAS J E, STERN H, SPITERI R J. Updating the Partial singular value decomposition in latent semantic indexing[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 52(1):174-183.
- [17] PARLETT B N. The symmetric eigenvalue problem[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1998. 287-320.
- [18] GOLUB G H, VAN LOAN G F. Matrix computations. [M]. 3rd edition. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 1996:410-411.
- [19] TOUGAS J E, STERN H, SPITERI R J. Updating the partial singular value decomposition in latent semantic indexing[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 52(1):174-183.
- [20] MACGREGOR J F, KOURTI T. Statistical process control of multivariate processes[J]. Control Engineering Practice, 1995, 3(3):403-414.
- [21] WANG X, KRUGER U, IRWIN G W. Process fault diagnosis using recursive multivariate statistical process control[C]//Proceeding of 16th IFAC World Congress. Prague, Czech Republic: the IFAC; 16.

(编辑:陈斌)