文章编号: 1003- 207(2007)03- 0093- 05

一种考虑原材料库存成本的变质物品 EPQ 模型

陈 晖, 罗 兵, 杨秀苔

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘 要: 在库存管理研究中, 单独实现产成品或原材料库存成本最小, 往往无法获得整个库存系统的最优控制策略。本文提出了一种同时考虑产成品和原材料库存成本的变质物品 EPQ 集成模型。运用迭代寻优法得到模型最优解, 得出计划期内最优原材料订购次数, 原材料订购周期内的最优生产次数和最优服务水平, 并对主要参数进行了灵敏度分析, 为生产制造企业的库存管理提供了决策依据。

关键词: 变质物品; 库存成本; EPQ 模型; 短缺量拖后率

中图分类号: F253.4 文献标识码: A

1 引言

在传统的库存管理研究中, 一般忽略原材料的采购和保管成本, 而只以产成品库存总成本最小化为优化目标。但大多数情况下, 忽略这些成本将导致低效或次优的库存控制策略。近年来, 一些学者在研究中开始考虑原材料的采购和保管问题, 给出了集成的采购和生产策略(integrated procurement - production, IPP) [1-3]。但仅有的这几篇文献研究的都是离散型需求的库存系统, 即以有限速率生产一段时间后, 将整批产成品出清, 生产过程中没有需求发生。实际上, 现实中广泛存在的连续型需求(即边生产边需求) IPP 系统也是库存控制研究的重要对象, 但目前国内外对这类系统的研究还很鲜见, 因此, 探索这类系统的库存控制规律具有现实意义。

边生产边需求库存系统在仓库出空期间通常会出现短缺量部分拖后的情况, 短缺量拖后率一般为有现货期间需求率的固定比例[4], 顾客等待时间的函数[5] 或者与仓库出空期间库存水平负相关[6]。值得一提的是, 罗兵等[7] 在对某电子公司的库存管理进行调研时, 发现当企业重新开始生产, 尚未形成现货储备时, 丢单态势明显得到缓解, 即生产与否对短缺量拖后率大小有直接影响, 首次提出了一种短缺量拖后率与生产状况有关的边生产边需求库存模型。文献[7] 在研究中忽略了原材料的库存成本且假设需求为常数, 但事实上需求一般会随时间发生变化[5,6], 因此文献[7] 的模型还可以作进一步改进。

现实库存系统中, 有很多物品在保管过程中会发生一定程度的损坏、腐烂、性能衰退、分解或过时等变质现象, 这类物品通称为变质物品。1957 年 Whitin[8] 首先研究了变质物品库存问题, 1963 年 Ghare 和 Schrader[9] 最早分析了变质服从指数分布对库存控制决策的影响, 之后, 变质物品的库存管理一直是实业界和学术界研究的热点[10-12]。

基于文献[2,5,7] 的研究成果, 本文以 IPP 系统库存总成本最小化为优化目标, 提出了一种需求指数时变条件下, 短缺量拖后率与生产状况相关, 同时考虑产成品和原材料库存成本的变质物品 EPQ 集成模型, 数值仿真寻优证明了模型存在唯一最优解, 为生产制造企业降低库存系统总成本, 提高服务水平提供了理论指导。

2 假设与符号

文中假设如下: (1) 生产商在有限计划期内生产单一产品, 需求呈指数时变递增; (2) 等周期生产, 允许缺货, 缺货时间相等; (3) 仓库出空期间短缺量拖后系数与是否开始生产有关, 开始生产前的系数小于开始生产后的系数; (4) 一次订购原材料用于多次生产; (5) 原材料不变质, 产品出现变质, 其变质规律服从参数为常数的指数分布(即单位时间变质量为库存储备量的一个固定分数)。

符号定义如下: H 为计划期长度; k, n 分别为原

收稿日期: 2006- 06- 07; 修订日期: 2007- 04- 16
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70571088)
作者简介: 陈晖(1969-), 男(汉族), 重庆市人, 重庆大学经济与工商管理学院博士研究生, 副部长, 工程师, 研究方向: 物流与供应链管理.

材料订购次数和每次订购满足的生产次数; T 为生产周期长度; δ 为服务水平(即一个周期内有现货的时间占生产周期的比例), $0 < \delta < 1$; t_{i0}、t_{i1}、t_{i2}、t_{i3}、t_{i4} 分别为第 i 周期($i = 1, 2, \cdots, kn$) 起始时刻点、开始生产时刻点、开始有现货的时刻点、停止生产时刻点、周期结束时刻点; 需求率 $D(t) = D_0 e^{rt}$, 其中 r 为需求增长因子, $r > 0$; α_1 和 α_2 分别为出空期间开始生产前后的短缺量拖后系数, 其中 $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$; P 为生产率, $P > D(t)$; A_m 为原材料一次订购成本; h_m 为单位原材料单位时间保管成本; c_a 为一次生产准备成本; h_p 和 s_p 分别为单位产品单位时间保管成本和缺货成本; l_p 为单位产品丢单成本; c_p 为单位产品生产成本; M 为生产单位产品所需原材料数量; θ 为产品变质系数, $0 < \theta < 1$。其中, k, n, δ 为决策变量。

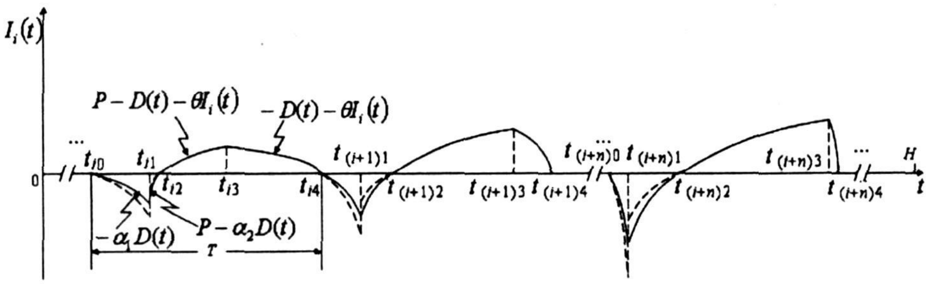

图 1a 计划期内产成品库存水平变化

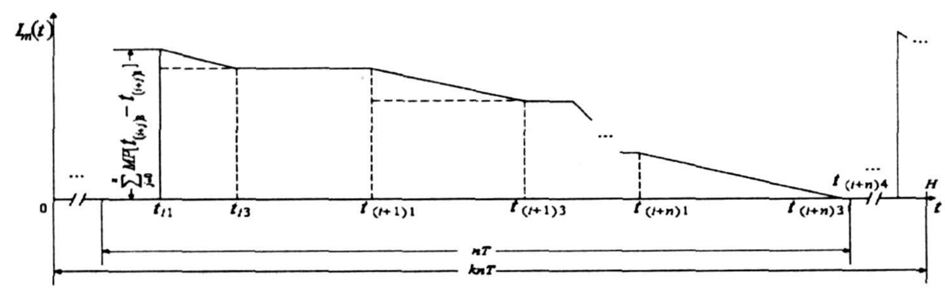

图 1b 计划期内原材料库存水平变化

3 模型建立

图 1 显示了计划期内产成品和原材料库存水平变化。由于采用等周期生产, 第 i 个周期($i = 1, 2, \ldots, kn$) 的起始点, $t_{i0} = (i-1)T = (i-1)\frac{H}{kn}$ 开始有现货的时刻点 $t_{i2} = (1-\delta)T + (i-1)T = (i-\delta)\frac{H}{kn}$, 第 Kn 个周期的结束点 $t_{(Kn)4} = knT = H$。周期内 t 时刻产成品的库存水平 $I_i(t)$ 需满足下列方程:

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = \begin{cases} -\alpha_1 D_0 e^{rt} & t_{i0} \leqslant t \leqslant t_{i1} \\ P - \alpha_2 D_0 e^{rt} & t_{i1} \leqslant t \leqslant t_{i2} \\ P - D_0 e^{rt} - \theta I_i(t) & t_{i2} \leqslant t \leqslant t_{i3} \\ -D_0 e^{rt} - \theta I_i(t) & t_{i3} \leqslant t \leqslant t_{i4} \end{cases} \quad (1)$$

由边界条件: $I_i(t_{i0}) = I_i(t_{i4}) = I_i(t_{i4}) = 0$, 可得(1) 式的解为:

$$I_i(t) = \begin{cases} \frac{\alpha_1 D_0}{r}(e^{rt_{i0}} - e^{rt}) & t_{i0} \leqslant t \leqslant t_{i1} \\ P(t - t_{i2}) - \frac{\alpha_2 D_0}{r}(e^{rt} - e^{rt_{i2}}) & t_{i1} \leqslant t \leqslant t_{i2} \\ \frac{P}{\theta}(1 - e^{\theta(t_{i2}-t)}) + \frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t)} - e^{rt}) & t_{i2} \leqslant t \leqslant t_{i3} \\ \frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t)} - e^{rt}) & t_{i3} \leqslant t \leqslant t_{i4} \end{cases} \quad (2)$$

由 $I_i(t_{i1}^-) = I_i(t_{i1}^+)$, 有:

$$\frac{\alpha_1 D_0}{r}(e^{rt_{i0}} - e^{rt_{i1}}) = P(t_{i1} - t_{i2}) - \frac{\alpha_2 D_0}{r}(e^{rt_{i1}} - e^{rt_{i2}})$$

可得:

$$\frac{D_0}{r}[\alpha_1 e^{rt_{i0}} + (\alpha_2 - \alpha_1)e^{rt_{i1}} - \alpha_2 e^{rt_{i2}}] = P(t_{i1} - t_{i2})$$

即 $t_{i1} = f_1(t_{i0}, t_{i2}) = g_1(k, n, \delta)$ (3)

由 $I_i(t_{i3}^-) = I_i(t_{i3}^+)$, 有:

$$\frac{P}{\theta}(1-e^{\theta(t_{i2}-t_{i3})})+\frac{D_0}{r}+\theta(e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t_{i3})}-e^{rt_{i3}})=\frac{D_0}{r}+\theta(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t_{i3})}-e^{rt_{i3}})$$

可得:

$$\frac{D_0}{r}+\theta(e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t_{i3})}-e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t_{i3})})=\frac{P}{\theta}(e^{\theta(t_{i2}-t_{i3})}-1)$$

即 $t_{i3}=f_2(t_{i2},t_{i4})=g_2(k,n,\delta)$ (4)

计划期内 IPP 库存系统的各项成本如下。

原材料订购成本: kA_m (5)

原材料保管成本:

$$C_{hm}(k,n,\delta)=h_m\sum_{h=1}^{k}\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{MP}{2}(t_{(h-1)n+i3}-t_{(h-1)n+i1})^2+\sum_{i=1}^{n-1}\left[(t_{(h-1)n+(i+1)1}-t_{(h-1)n+i1})\sum_{j=i+1}^{n}MP(t_{(h-1)n+j3}-t_{(h-1)n+j1})\right]\right\} \quad (6)$$

计划期内原材料库存总成本:

$$TC_m(k,n,\delta)=kA_m+Ch_m(k,n,\delta) \quad (7)$$

产成品生产准备成本: knc_a (8)

产成品保管成本:

$$C_{hp}(k,n,\delta)=h_p\sum_{i=1}^{kn}\int_{t_{i2}}^{t_{i4}}I_i(t)\,dt$$

$$=h_p\sum_{i=1}^{kn}\left\{\int_{t_{i2}}^{t_{i3}}\left[\frac{P}{\theta}(1-e^{\theta(t_{i2}-t)})+\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t)}-e^{rt})\right]dt+\int_{t_{i3}}^{t_{i4}}\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t)}-e^{rt})dt\right\}$$

$$=\frac{h_p}{\theta}\sum_{i=1}^{kn}\left[(P(t_{i3}-t_{i2})+\frac{P}{\theta}(e^{\theta(t_{i2}-t_{i3})}-1)+\frac{D_0}{r}(e^{rt_{i2}}-e^{rt_{i4}})+\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t_{i3})}-e^{rt_{i2}+\theta(r_{i2}-t_{i3})})\right] \quad (9)$$

产成品变质成本:

$$C_{dp}(k,n,\delta)=c_p\theta\sum_{j=1}^{kn}\int_{t_{i2}}^{t_{i4}}I_i(t)\,dt$$

$$=c_p\theta\sum_{i=1}^{kn}\left\{\int_{t_{i2}}^{t_{i3}}\left[\frac{P}{\theta}(1-e^{\theta(t_{i2}-t)})+\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t)}-e^{rt})\right]dt+\int_{t_{i3}}^{t_{i4}}\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t)}-e^{rt})dt\right\}$$

$$=c_p\sum_{j=1}^{kn}\left[P(t_{i3}-t_{i2})+\frac{P}{\theta}(e^{\theta(t_{i2}-t_{i3})}-1)+\frac{D_0}{r}(e^{rt_{i2}}-e^{rt_{i4}})+\frac{D_0}{r+\theta}(e^{rt_{i4}+\theta(t_{i4}-t_{i3})}-e^{rt_{i2}+\theta(t_{i2}-t_{i3})})\right] \quad (10)$$

产成品缺货成本:

$$C_{sp}(k,n,\delta)=s_p\sum_{i=1}^{kn}\int_{t_{i0}}^{t_{i2}}|I_i(t)|\,dt$$

$$=s_p\sum_{i=1}^{kn}\left\{\int_{t_{i0}}^{t_{i1}}\frac{\alpha_1D_0}{r}(e^{rt}-e^{rt_{i0}})dt+\int_{t_{i1}}^{t_{i2}}\left[\frac{\alpha_2D_0}{r}(e^{rt}-e^{rt_{i2}})-P(t-t_{i2})\right]dt\right\}$$

$$=s_p\sum_{i=1}^{kn}\left[\frac{P}{2}(t_{i1}-t_{i2})^2+\frac{D_0(\alpha_1-\alpha_2)}{r^2}e^{rt_{i1}}-\frac{D_0rt_{i1}+D_0}{r^2}(\alpha_1e^{rt_{i0}}-\alpha_2e^{rt_{i2}})+\frac{D_0}{r}(\alpha_1t_{i0}e^{rt_{i0}}-\alpha_2t_{i2}e^{rt_{i2}})\right] \quad (11)$$

产成品丢单成本:

$$C_{lp}(k,n,\delta)-l_p\sum_{i=1}^{kn}\left[\int_{t_{i0}}^{t_{i1}}(1-\alpha_1)D_0e^{rt}dt+\int_{t_{i1}}^{t_{i2}}(1-\alpha_2)D_0e^{rt}dt\right]$$

$$=\frac{D_0l_p}{r}\sum_{i=1}^{kn}[(\alpha_1-1)e^{rt_{i0}}+(\alpha_2-\alpha_1)e^{rt_{i1}}+(1-\alpha_2)e^{rt_{i2}}] \quad (12)$$

计划期内产成品库存总成本:

$$TC_p(k,n,\delta)=knc_a+C_{hp}(k,n,\delta)+C_{dp}(k,n,\delta)+C_{sp}(k,n,\delta)+C_{lp}(k,n,\delta) \quad (13)$$

计划期内 *IPP* 库存系统总成本:

$$TC(k,n,\delta)=TC_m(k,n,\delta)+TC_p(k,n,\delta) \quad (14)$$

4 算例分析

通过对重庆某企业库存管理现状的调查和实证模拟研究, 得到其库存系统相关数据如下:

$D(t)=10000e^{0.2}t$ 件/年, $H=1$ 年, $\alpha_1=0.75$, $\alpha_2=0.85$, $P=50000$ 件/年, $\theta=0.08$, $M=2.5$, $Am=3000$ 元/次, $hm=3$ 元/件·年, $c_a=2500$ 元/次, $h_p=28$ 元/件·年, $c_p=200$ 元/件, $s_p=15$ 元/件·年, $l_p=19$ 元/件。

下面采用 *Mathematica* 5.0 数学软件对系统进行寻优分析, 以确定原材料订购次数 k, 每次订购满足的生产次数 n 和服务水平 δ, 使计划期内库存总成本达到最小, 运算结果如下:

计划期内原材料库存总成本最小时:

$k=2$, $n=1$, $\delta=0.21$, $T=183$ 天, $TC_m=8784.11$ 元/年, $TC_p=63549.00$ 元/年, $TC=72333.10$ 元/年;

计划期内产成品库存总成本最小时:

$k=1$, $n=9$, $\delta=1.00$, $T=41$ 天, $TC_m=37750.20$ 元/年, $TC_p=43747.70$ 元/年, $TC=81498.00$ 元/年;

计划期内库存系统总成本最小时:

$k=3$, $n=2$, $\delta=0.79$, $T=61$ 天, $TC_m=16349.70$ 元/年, $TC_p=45259.20$ 元/年, $TC=61609.90$ 元/年。

显然产成品和原材料库存总成本分别最小时,库存系统总成本并未达到最小。

表 1 显示了需求增长因子 r 对原材料订购次数 k、每次订购满足的生产次数 n 和服务水平 δ 及系统各项成本的影响。随着 r 从 0.05 增加到 0.30, 每次订购满足的生产次数 n 保持不变, 产成品和原材料库存总成本以及库存系统总成本均持续增加, 其中, 当 r 从 0.20 增加到 0.25 时, 由于需求增长率已达到一定程度, 企业选择增加原材料订购次数 k, 保持每次订购满足的生产次数 n 不变以缩短原材料订购周期和产品生产周期, 减少原材料及产成品保管成本, 同时大幅度提高服务水平, 降低缺货和丢单成本。

表 2 显示了变质系数 θ 对原材料订购次数 k、每次订购满足的生产次数 n 和服务水平 δ 及系统各项成本的影响。随着 θ 增大, 原材料订购次数、服务水平以及原材料库存总成本先增加后减少, 每次订购满足的生产次数保持不变, 产成品库存总成本和库存系统总成本持续增加。这是因为随着 θ 增大, 变质成本增加。企业为了减少这种损失, 先后采用了增加原材料订购次数和降低服务水平的措施。

表 3 显示了短缺量拖后系数 α_1, α_2 对原材料订购次数 k、每次订购满足的生产次数 n 和服务水平 δ 及系统各项成本的影响。当 α_2 保持 0.85 不变, 随着 α_1 增加(即 $\alpha_1-\alpha_2$ 增大), 原材料订购次数先减少后增加, 每次订购满足的生产次数减少, 计划期内总的生产次数减少, 服务水平下降, 产成品库存总成本先增加再减少, 原材料库存总成本和库存系统总成本持续减少; 当 α_1 保持 0.75 不变, 随着 α_2 减小(即 $\alpha_1-\alpha_2$ 增大), 原材料订购次数先减少后增加, 每次订购满足的生产次数减少, 计划期内总的生产次数减少, 服务水平下降, 产成品库存总成本出现波动, 原材料库存总成本和库存系统总成本持续增加。

表 4 显示了单位产品所需原材料数 M 对每次订购满足的生产次数 n、服务水平 δ 以及计划期内各项成本的影响。随着 M 增大, 原材料订购次数增加, 每次订购满足的生产次数减少, 计划期内总的生产次数减少, 服务水平下降, 原材料库存总成本出现波动, 产成品库存总成本和库存系统总成本持续增加。

表 1　需求增长因子 r 的灵敏度分析

需求增长因子 r	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
原材料订购次数 k	3	3	3	3	4	4
每次订购满足的生产次数 n	2	2	2	2	2	2
服务水平 δ	0.79	0.79	0.79	0.79	0.95	0.95
原材料库存总成本 TC_m(元/年)	16234.80	16292.20	16292.20	16349.70	17679.90	17732.40
产成品库存总成本 TC_p(元/年)	43444.60	44032.70	44636.10	45259.20	44454.90	44973.00
库存系统总成本 TC(元/年)	59679.40	60324.90	60928.40	61609.00	62134.70	62705.50

表 2　变质系数 θ 的灵敏度分析

变质系数 θ	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12
原材料订购次数 k	3	4	4	3	3	3
每次订购满足的生产次数 n	2	2	2	2	2	2
服务水平 δ	0.98	1.00	1.00	0.79	0.74	0.69
原材料库存总成本 TC_m(元/年)	16618.80	17734.60	17734.60	16349.70	16265.10	16180.80
产成品库存总成本 TC_p(元/年)	38226.80	39553.60	41737.30	45259.20	47000.80	48540.70
库存系统总成本 TC(元/年)	54845.60	57288.20	59472.00	61609.00	63265.90	64721.50

表 3　短缺量拖后系数 α_1, α_2 的灵敏度分析

α_1	0.65	0.70	0.75	0.80	0.75	0.75	0.75	0.75
α_2	0.85	0.85	0.85	0.85	0.95	0.90	0.85	0.80
$\alpha_1-\alpha_2$	0.20	0.15	0.10	0.05	0.20	0.15	0.10	0.05
原材料订购次数 k	4	4	3	4	4	3	3	4
每次订购满足的生产次数 n	2	2	2	1	2	2	2	1
服务水平 δ	1.00	1.00	0.79	0.54	1.00	0.79	0.74	0.56
原材料库存总成本 TC_m(元/年)	17734.00	17734.60	16349.70	13650.10	13628.90	16311.40	16349.70	17734.00
产成品库存总成本 TC_p(元/年)	43923.30	43923.30	45259.20	45028.40	46647.90	44778.50	45259.20	43923.30
库存系统总成本 TC(元/年)	61657.90	61657.90	61609.00	58678.50	60276.80	61089.90	61609.00	61657.90

表 4　单位产品所需原材料数 M 的灵敏度分析

单位产品所需原材料数 M	1.5	2	2.5	3	3.5
原材料订购次数 k	3	3	3	4	4
每次订购满足的生产次数 n	3	2	2	1	1
服务水平 δ	1.00	0.79	0.79	0.60	0.60
原材料库存总成本 TC_m(元/年)	14600.00	14879.80	16349.70	13960.90	14287.70
产成品库存总成本 TC_p(元/年)	43747.70	45259.20	45259.20	48443.80	48443.80
库存系统总成本 TC(元/年)	58347.90	60139.00	61609.00	62404.60	62731.40

5　结语

本文在前人研究基础上, 同时考虑产成品和原材料库存成本, 提出了一种短缺量拖后率与生产状况相关, 且需求指数时变的变质物品 EPQ 集成模型。数值仿真和主要参数灵敏度分析表明, 变质系数对计划期内库存系统总成本影响远大于需求增长因子、短缺量拖后系数以及单位产品所需原材料数对计划期内库存系统总成本的影响, 计划期内最优服务水平随生产次数增加而大幅度上升, 为生产制造企业的库存管理提供了理论指导。该问题还可以考虑多原材料及多产品、原材料也发生变质、各生产周期长度不相等以及多次订购原材料用于一次生产等情况, 作进一步研究。

参考文献:

[1] Wenyih Lee. A joint economic lot size model for raw material ordering, manufacturing setup, and finished goods delivering[J]. Omega, 2005, 33: 163- 174.

[2] 余玉刚, 梁樑, 王晨, 王志强. 一种考虑最终产品变质的供应商管理库存集成模型[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 32- 37.

[3] 王圣东, 周永务. 基于原材料订购及预防性维修中断的 EPQ 模型[J]. 系统工程学报, 2005, 20(4): 381- 386, 418

[4] 罗兵, 杨秀苔, 熊中楷. 部分短缺量拖后时的边生产边需求 EOQ 模型及应用[J]. 系统工程, 2002, 20(2): 46 - 50.

[5] 王圣东. 生产率、需求率、变质率及损失率均随时间变化的生产库存模型[J]. 数学的实践与认识, 2006, 36(2): 5- 12.

[6] Zhou Yong-Wu, Lau Hon-Shiang, Yang Shan-Lin. A new variable production scheduling strategy for deteriorating items with time-varying demand and partial lost sale[J]. Computers and Operations Research, 2003, 30 (12): 1753- 1776.

[7] 罗兵, 卢娜, 杨帅, 李宇雨. 短缺量拖后率不相同的边生产边需求 EOQ 模型[J]. 系统工程, 2005, 3: 121 - 123.

[8] T. M. Whitin. Theory of inventory management[M]. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.

[9] Ghare P. M., Schrader G. P. A model for exponentially decaying inventory[J]. J. Ind. End., 1963, 14: 238 - 243.

[10] 罗兵, 熊中楷, 杨秀苔. 存货影响销售率且理论需求为线性时变函数时的 EOQ 模型[J]. 中国管理科学, 2002, 10(6): 66- 71.

[11] 罗兵, 杨帅, 熊中楷. 短缺量拖后率、需求和采购价均为时变的变质物品 EOQ 模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(3): 44- 49.

[12] Chun- Tao Chang. An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity[J]. International Journal of Production Economics, 2004, 88(3): 307- 316.

An EPQ Model for Deteriorating Items Taking Account of Raw Material Inventory Cost

CHEN Hui, LUO Bing, YANG Xiu- tai

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Separately minimizing either inventory cost of finished good or that of raw material can hardly make the manufacturer get optimal control strategy in the study of inventory management. This paper develops an integrated EPQ model jointly considering both inventory cost of finished good and that of raw material. The unique optimal solution is found as a set of parameters consisting of optimal order times of raw material, optimal production times in order interval of raw material and optimal service level by means of an iterative search method. The main parameters are given a sensitivity analysis. The evidence is provided for the inventory decision- making of those production enterprises.

Key words: deteriorating item; inventory cost; EPQ model; backlogging rate