

文章编号:1003 - 207(2008)06 - 0009 - 07

中国股票市场的多分形波动率测度及其有效性研究

王 鹏,王建琼

(西南交通大学经济管理学院,四川 成都 610031)

摘 要:由多分形分析出发,提出了一种新型的金融市场多分形波动率测度 S 。与传统测度 S 相比, S 更为充分地利用了多分形分析过程中产生的对描述金融市场波动有益的统计信息。以上证综指和深证成指 1354 个交易日内 5 个不同抽样频率的高频数据为例,通过运用具有 bootstrap 特性的 SPA 检验法,检验了 S 测度和 S 测度对中国股票市场真实波动率估计的有效性差异。实证研究表明, S 测度对市场真实波动率的估计较 S 测度更为准确。

关键词:多分形波动率;真实波动率;SPA 检验

中图分类号:F830 **文献标识码:**A

1 引言

多分形特征被认为是继混沌(chaos)和单分形(unifractal)之后,资本市场所具有的又一更加重要的复杂非线性特征^[1]。早在 1997 年,“分形理论之父”Mandelbrot 就在其著名论著《Fractals and Scaling in Finance》中指出了分形理论在金融学中的广阔运用前景^[2]。之后,Mandelbrot 又在世界权威的科学杂志《Scientific American》上撰文指出,多分形理论是一种定量刻画金融市场各种复杂波动特征的有力工具,且与一般的单分形描述相比,多分形理论的工具和方法在金融市场中具有更强的实用性^[3]。

正是由于多分形是被用来刻画复杂对象非均匀和各向异性特征的有力工具,因此近年来,众多学者已开始尝试运用多分形理论来研究各种类型金融市场的波动行为,并取得了许多有价值的研究成果^[4-14]。这些学者的研究表明,不仅成熟资本市场中的各种价格序列(香港恒生指数、德国 DAX 指数、美元 LIBOR 利率、美国 KTB412 期货价格)波动具有多分形特征^[4-7],而且许多新兴证券市场中的金融价格(台湾 TSPI 指数、上证综指、深证成指)波动也存在多分形特征^[8-13]。

多分形分析具有比传统的单分形分析更为优异的金融波动刻画机理。举例来讲,单分形分析虽然能够确认金融时间序列的标度不变性,但却只是描述了资产价格过程变化的一个宏观概貌和长期统计行为,并未考虑其局部特征,从而无法对资产价格过程进行细致和全面的描述^[14]。而多分形理论将复杂体系分成许多奇异度不同的子区域,能够分层次地了解复杂体系内部的精细结构和所富含的信息,从而可以更为真实地从微观角度描述金融市场价格变化的复杂统计特征。

在对金融价格序列的多分形分析中,每个子区域(即较小时间区间内的价格序列)的奇异程度是通过其各自的奇异指数(singular exponent)来描述的,而所有奇异指数的变化程度就体现了这一价格序列波动的复杂程度。基于这一认识,很多研究者运用某一天中奇异指数的极差(range)来衡量当天的价格波动程度^[4,7-9,11-14]。需要指出的是,是通过一天中奇异指数的最大值和最小值来计算的,即 $\text{range} = \max - \min$ 。但是,我们在研究过程中发现,该指标只利用了一天中所有奇异指数的极值,忽略了其它所有的中间数据,并不能充分利用多分形语言所提供的有关价格波动的所有统计信息,以致由该指标测度的价格波动极易受到极端值的影响;另外,该指标实际上也只反映了该天价格变化的绝对范围,而非价格波动的整体复杂程度,因此,多分形分析方法能够详细描述价格微观波动的特殊优势也就无法得到充分发挥。

基于以上认识,本文由多分形分析过程出发,提出了一种新型的多分形波动率测度 S 。与现有测度

收稿日期:2008 - 06 - 16; 修订日期:2008 - 12 - 04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70501025;70771097)

作者简介:王鹏(1981 -),男(汉族),山东宁阳人,西南交通大学经济管理学院博士研究生,研究方向:金融工程、金融复杂性。

相比, S 的理论特色体现在:以一天中奇异指数的标准差(而非极差)为出发点,着眼于价格波动的整体复杂程度而不仅仅是其变化范围;运用了一天中所有的奇异指数信息,不仅可以消除极端值给测度指标带来的严重影响,即较 I 更具稳健性,而且能够更为充分的反映奇异指数的整体变化情况,从而可以更好地刻画金融价格序列的真实波动程度,也更为充分地利用了多分形分析对金融价格波动进行细致分解的特殊方法优势。实证研究以中国股票市场两种代表性指数的高频数据为例,初步验证了这种新的多分形波动率测度的有效性。

2 金融市场波动多分形特征的研究方法

在金融市场波动多分形分析中,可将价格序列(如股价指数序列、利率序列、期货价格序列等)的长度看作标准化的 1,并将其分为 N 个单元,每个单元中包含 n 个价格,每个单元的长度为 τ ($\tau < 1$),该价格序列落在某一单元上的概率为 $P_i(\tau)$ ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)。若用 I_i 表示长度为 τ 的第 i 个单元中的价格之和,则 $P_i(\tau)$ 可由下式定义:

$$P_i(\tau) = I_i / \sum I_i \quad (1)$$

价格序列落在不同单元上的概率不同,可用不同指数 $f(\tau)$ 来表示:

$$P_i(\tau) \sim f(\tau) \quad (2)$$

其中, $f(\tau)$ 被称为奇异指数。若令具有相同 τ 值的单元构成一个子集,另记单元数为 $N(\tau)$,则有^[4]:

$$N(\tau) \sim \tau^{-f(\tau)} \quad (3)$$

$f(\tau)$ 称为多分形谱,它随奇异指数 H 的变化曲线即是多分形谱曲线。若价格序列的多分形谱曲线 $f(\tau) \sim \tau^{-H}$ 呈现显著弓形,则表明其具有明显的多分形特征^[4,9]。

由式(1)、式(2)不难看出,不同的 P_i 值代表了价格变化中不同概率子集的测度值,而 f 的大小是由系统在其动力学过程中辐射出的信息——股价的归一化价格决定的。由于 $\tau < 1$,因此 f 值的大小与价格变化的概率测度值大小成反比。举例来说,最小指数 f_{\min} 就代表了价格变化最大概率子集的测度值,而最大指数 f_{\max} 对应着价格变化最小概率子集的测度值。

若将价格序列长度取为一天,则按照上述方法可以研究日内(intra-daily)价格波动的多分形特征。将一天中多分形谱的宽度 Δf 表示为:

$$\Delta f = f_{\max} - f_{\min} \quad (4)$$

则 Δf 就代表了一天的价格变化中最小概率测度与最大概率测度之差,即一天中的最高价格水平与最低价格水平之差。 Δf 越大,则说明当天价格走势越不均匀,即当天价格波动的绝对幅度越大,反之亦然。 Δf 作为一种衡量一天中价格波动程度的多分形波动率测度指标,已在众多金融波动多分形领域的研究文献中得到了较为广泛的应用^[4,7-9,11-14]。

然而,由于不同的 P_i 代表了价格变化中不同概率子集的测度值,而具有极差意义的 f_{\min} 只运用了一天中不同 P_i 值的两个记录(f_{\min} 的最大值和最小值),因此 Δf 并不能充分反映价格波动中不同概率变化的全部信息,即不能充分反映价格波动程度的真实大小。另外,与极差统计量本身所具有的特点一样, Δf 测度不仅忽视了 P_i 值的分布特征,且极易受到极端值(extreme value)的影响,因此在衡量当天的价格波动程度时不具有稳健性(robust)。

与极差统计量相比,标准差是一种更为常用的衡量数据变化特征的统计指标,该指标本身具有信息全面性、稳健性等优点,而这些优点正是极差统计量所欠缺的。因此,考虑运用一天中 P_i 的标准差 S 来刻画当天 P_i 值的变化程度,从而全面反映该天价格波动的概率变化情况,并最终反映出该天的价格波动程度。

定义 1 新的多分形波动率测度,即一天中 P_i 的标准差 S 定义如下:

$$S = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

其中, $\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i$ 。

可以看出, S 利用了一天的价格序列中所有单元的 P_i 值,因此能够反映出该天 P_i 值变化的所有信息,进而反映出该天中价格变化概率值的全貌,且不易受到个别极端价格波动的影响,从而对该天的真实价格波动程度提供良好的估计。举例来讲,如果股价在两个交易日内大部分时间里的波动保持一致,而其中某一个交易日在临近收盘时突然出现一个非常高的价格,则会给只考虑 f_{\min} 值极差的 Δf 测度值带来较大的冲击,而不会给考虑了所有 P_i 值的 S 测度值造成很大影响。显然,两个交易日的真实波动程度并不会因一个异常价格的出现而产生很大差异,因此,与只运用了两个 P_i 值的 Δf 测度比较起来, S 应该是一个更能充分反映市场波动程度的多分形波动率测度。下面运用实证研究来验证这一认识。

3 实证研究

本文所采用的实证研究样本为上证综指和深证成指从 2001 年 3 月 1 日到 2006 年 10 月 10 日的交易数据,样本期间内共有 $T = 1354$ 个交易日。本文选择的这一样本区间包括:2001 年 2 月末中国证监会决定 B 股市场向境内开放,随后沪深股市开始一波向上行情;2001 年 6 月 14 日国有股减持办法出台,引起股市单边大幅下挫;2005 年 6 月,SSSEC 见底 998.23 点;2006 年,沪深股市又以单边上行之势稳步攀升。因此,样本期间内沪深两市均经历了一个较为完整的上升 - 下跌 - 上升周期,对中国股市一个完整的波动周期具有较好的代表性。

为了消除数据抽样频率不同对研究结论的影响,我们同时考虑了 5 个不同数量级的高频股价数据:即每 5 分钟、10 分钟、20 分钟、40 分钟和 60 分钟。以每 5 分钟为例,数据采集方式为自沪深股市每个交易日 9:30 开盘始,至 15:00 全天收盘止,每 5 分钟记录一个成交价格(不包含开盘价),即为上证综指和深证成指在 9:35、9:40、……、14:55、15:00 的成交价格。样本数据来源于北京大学中国经济研究中心(CCER)股票分时高频数据库。

3.1 日内价格波动的多分形特征分析

本文采用“数盒子”(box - counting)方法^[4,11]来计算股价序列的 $S_q(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$ 。以每 5 分钟数据为例,具体计算过程如下:

(1) 沪深股票交易所每个交易日共有 4 个小时(240 分钟)的连续竞价交易时间,采用每 5 分钟记录一个数据的方法,每天可以产生 48 个高频股价记录(不包括收盘价)。假设整个交易日的长度时间为标准化的 1,则无重复均匀覆盖一天中 48 个每 5 分钟高频股价记录的“盒子长度”(即第 2 节中的“单元

长度”)分别可以取为:1、1/2、1/3、1/4、1/6、1/8、1/12、1/16、1/24、1/48。

(2) 按照式(1)的定义,计算出股价序列落在某一盒子上的概率 $P_i(\cdot)$,并定义如下分割函数(partition function) $S_q(\cdot)$:

$$S_q(\cdot) = \sum_{i=1}^N P_i^q(\cdot) \tag{6}$$

研究表明^[4,11],与 $P_i(\cdot)$ 及式(3)中的 $N(\cdot)$ 一样, $S_q(\cdot)$ 同样满足如下形式的幂律关系:

$$S_q(\cdot) \sim (\cdot)^{-q} \tag{7}$$

可见,当 q 取正数时, q 越大,则 $S_q(\cdot)$ 将主要反映那些具有大概率测度的盒子的信息;反之,当 q 取负数时, q 越小,则 $S_q(\cdot)$ 将主要反映那些具有小概率测度的盒子的信息。

(3) (q) 的值可以通过求取在双对数坐标轴 $\ln S_q(\cdot) \sim \ln(\cdot)$ 上的直线斜率得出,并且通过勒让德(Legendre)变换^[15]可以得到:

$$f(\cdot) = \frac{d(\ln S_q)}{dq} \tag{8}$$

$$f(\cdot) = q - (q) \tag{9}$$

理论上, q 在的取值范围为 $(-\infty, +\infty)$,但实际计算中 q 值不可能是无限大。针对上证综指和深证成指的高频股价数据,经计算发现,当 $|q|$ 从 110 增加到 120 时, $f(\cdot)$ 值的变化范围保持相对稳定,因此令 $|q|$ 的最大值为 120。

随机抽取上证综指和深证成指各两天的 5 分钟高频股价数据,按照上述步骤,我们计算了两种指数的奇异指数 $f(\cdot)$ 和多分形谱 $f(\cdot)$,并将其与各天中的每 5 分钟价格走势情况汇报于图 1 和图 2 中。其中,图 1 是上证综指在 2002 年 6 月 3 日和 6 月 4 日的情况,图 2 是深证成指在 2003 年 4 月 24 日和 4 月 25 日的情况。

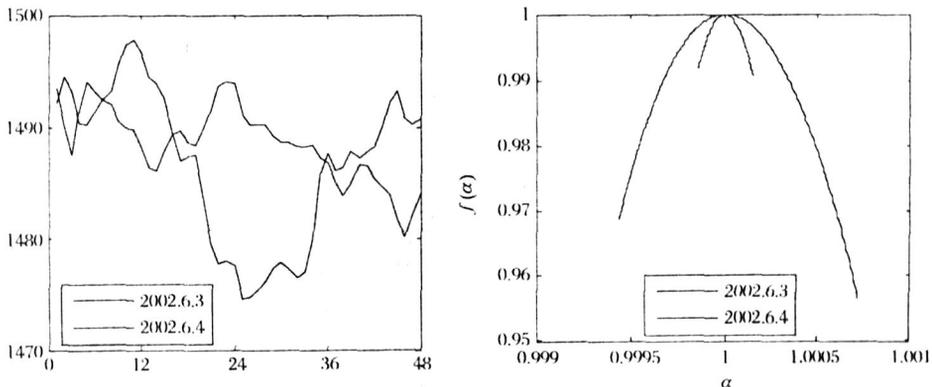


图 1 上证综指两天中的每 5 分钟价格走势及其奇异指数分布

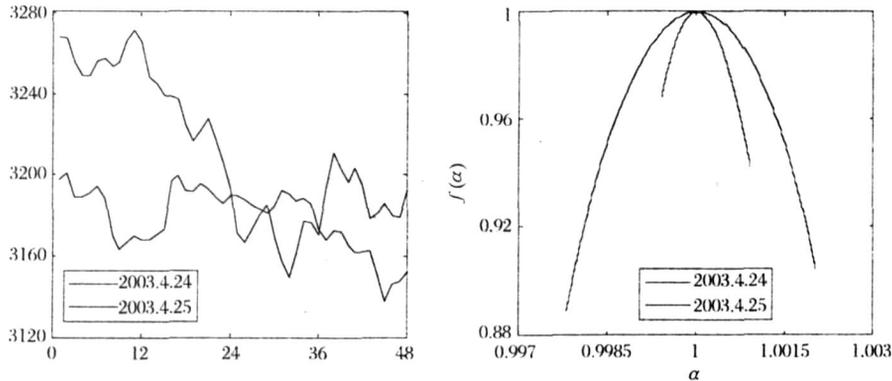


图 2 深证成指两天中的每 5 分钟价格走势及其奇异指数分布

由图 1 和图 2 可以看出,上证综指和深证成指在各自两天内的 $f(\alpha)$ 分布均呈现显著弓形。研究表明,用同样的方法对两种指数任意一天、任意其它频率(即每 10 分钟、20 分钟、40 分钟和 60 分钟)的数据进行计算均可得到同样的结果。因此,按照第 2 节中的介绍,两种指数的日内价格变化存在明显的多分形特征,我们可以运用多分形语言来描述股指的日内波动模式。

图 1 和图 2 还显示出,当价格走势较为平稳,价格波动幅度相对较小时,奇异指数 $f(\alpha)$ 的分布较为集中(对应上证综指 2002 年 6 月 3 日和深证成指 2003 年 4 月 25 日的情况);而当价格走势变化剧烈,价格波动幅度相对较大时,对应的 $f(\alpha)$ 分布就较为离散(对应上证综指 2002 年 6 月 4 日和深证成指 2003 年 4 月 24 日的情况)。因此,可以运用一天中奇异指数 $f(\alpha)$ 分布的离散程度来测度该天市场价格的波动程度,这一认识再次验证了以往很多金融波动多分形研究中的相关结论^[4,7-9,11-14]。

3.2 多分形波动率与真实波动率间的差异

3.2.1 多分形波动率的标度调整

为了验证两种多分形波动率测度 S 和 r_t^2 对于市场波动估计的有效性差异,需要事先确定市场真实波动率的大小。但是,由于市场真实波动率是无法观测的^[15],因此我们需要选择一个变量来作为真实波动率的代理(proxy)和比较基准。

金融计量研究中,日收益率 $r_t = \ln p_{t,n} - \ln p_{t-1,n}$ 往往被假定为服从以下过程^[16]:

$$r_t = \epsilon_t z_t \quad (10)$$

其中, z_t 是一个具有零均值且方差为 1 的随机变量, ϵ_t 是条件波动率。Andersen (1998)^[15] 指出,若能够正确指定 ϵ_t 所服从的动力学模型,则有 $E(r_t^2) = E(\epsilon_t^2 z_t^2) = \epsilon_t^2$ ($E(\cdot)$ 表示期望值),即平方收益率 r_t^2 是条件波动率 ϵ_t^2 (本文中, ϵ_t 和 ϵ_t^2 均指条

件波动率,由于两变量为单调变化关系,故并不会引起含义上的混淆)的无偏估计(unbiased estimate)。由此,将 r_t^2 作为市场真实波动率的代理变量已成为很多金融波动实证研究中的惯例^[17]。

需要指出的是,尽管许多研究者都将 r_t^2 作为真实波动率的代理变量,但也有学者对此提出质疑。如 Andersen and Bollerslev (1998)^[15] 指出,运用 r_t^2 作为真实波动率测度可能面临测量误差和噪声问题,而使用基于日内高频收益数据的实现波动率(realized volatility)作为日波动率的测度,可以降低这些可能的误差和噪声对真实波动率过程的影响;另外,Brandt and Jones (2006)^[18] 还建议使用日内价格极差(daily price range)来测度真实波动率。由此可见,究竟应该运用何种波动率测度作为真实波动率的代理仍是一个众说纷纭的问题。为了与现有的绝大多数文献保持一致并增强可比较性,本文选用了目前文献中最常使用的 r_t^2 。另外,真实波动率代理变量的悬而未决,也正是包括本文在内的若干文献尝试由对金融复杂系统的多分形分析出发,提出多分形波动率测度的研究出发点之一。

按照 r_t^2 和 S 的定义,我们分别运用每 5 分钟、10 分钟、20 分钟、40 分钟和 60 分钟的高频股价数据,计算了两种指数在样本期间内各天的 r_t^2 和 S 。图 3 显示了基于上证综指每 5 分钟数据的平方收益率 r_t^2 、 S 的计算结果。由图 3 可以看出,两种多分形波动率与市场真实波动率在统计意义上具有极强的相似性。研究表明,基于上证综指其它频率数据以及深证成指各频率数据的计算也可得到这样的结论,这说明两种多分形波动率对市场波动状况确实具有较好的反映。但也可以看出, S 的数值较小,与平方收益率 r_t^2 并不在同一个数量级上,因此为了使其能够正确度量市场波动率的真实程度,并便于将其与平方收益率 r_t^2 进行比较,我们

对 r_t 和 S 进行适当的标度调整。注意,经过调整后的 r_t 和 S 的变化趋势保持不变,即可以用来刻

画波动状况的统计信息保持不变,只是数量级发生了变化。

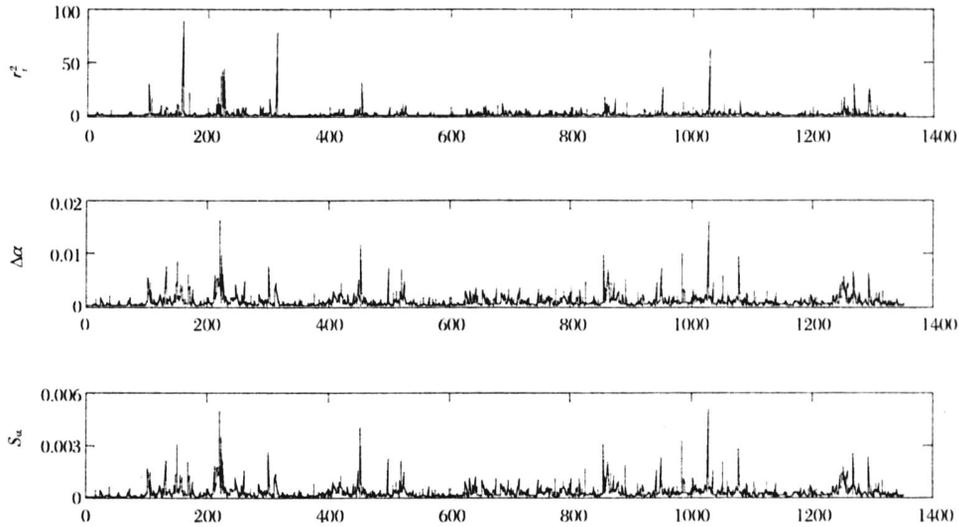


图 3 基于上证综指 5 分钟数据的多分形波动率与平方收益率的比较

定义 2 标度调整后的多分形波动率 r_t 定义如下:

$$r_t = \frac{r_t}{E(r_t^2)} \quad (11)$$

其中, $r_t = \frac{E(r_t^2)}{E(r_t)}$ 。由于 $E(r_t) = E(r_{t-1}) = \dots = E(r_1) = E(r_t^2) = E(r_t^2)$, 故 r_t 仍可保持对条件波动率 r_t^2 的无偏估计。

定义 3 标度调整后的 S 定义如下:

$$S = \frac{S}{E(S)} \quad (12)$$

其中, $S = \frac{E(S^2)}{E(S)}$ 。与 r_t 一样, S 也可保持对条件波动率 r_t^2 的无偏估计。

3.2.2 多分形波动率测度精度的评判方法:SPA 检验

有了对条件波动率的估计值 r_t 和 S 后,就可以比较这两种多分形波动率测度与市场真实波动率 r_t^2 之间的差异(或损失)有多大了。然而,至于用哪一种损失函数作为衡量估计误差标准最为合理,学术界至今仍未达成共识。本文考虑两种常用的损失函数:平均绝对误差(MAE)和平均误差平方(MSE)。以 r_t 为例,这两种损失函数的定义如下:

$$L_1: MAE = T^{-1} \sum_{t=1}^T |r_t^2 - r_t| \quad (13)$$

$$L_2: MSE = T^{-1} \sum_{t=1}^T (r_t^2 - r_t)^2 \quad (14)$$

其中, $t = 1, 2, \dots, T = 1354$, 这两种损失函数分别标记为 $L_i (i = 1, 2)$ 。

需要指出的是,如果在一次研究中发现采用某

种损失函数 L_i 作为判断标准,得到了波动率甲比波动率乙的损失函数值小的话,那么我们只能得出这样的结论:在这样一个特定的数据样本中,采用这一特定的损失函数 L_i 时,甲对真实波动率的测度精度比乙高。很明显,这一判断是不稳健的,且无法推广到其它类似的数据样本或者其它的损失函数标准。

为了解决这一问题, Hansen and Lunde (2005)^[19]提出了一种正式的检验方法:SPA (superior prediction ability) 检验法。他们的研究证明,因为采用了所谓的“自举法”(bootstrap), SPA 检验法比单纯使用损失函数方法具有更加优异的误差判别能力,且结论具有更好的稳健性。也就是说,与基于一个单一样本的其他检验法相比, SPA 检验得到的结论更加可靠并且可以推广到其它类似的数据样本中去。

如果用 V_A 表示作为 SPA 检验的基础波动率 (base volatility, 即用该波动率作为与其它波动率的测度表现进行对比检验的基础), 对于另一种波动率 V_B , 可以计算其相对于基础波动率 V_A 的“相对损失函数值”(relative loss function value), 记为:

$$X_t = L_{A,t} - L_{B,t} \quad (15)$$

接下来,定义这样的零假设 H_0 : 与 V_B 相比, 基础波动率 V_A 是一种与真实波动率更为接近的波动率测度。这一零假设可以用数学表达式表示为:

$$\max E(X_t) \leq 0 \quad (16)$$

Hansen and Lunde (2005)^[19]证明了这一假设检验的检验统计量可以表示为:

$$U = \max \sqrt{T\bar{X}} \tag{17}$$

其中 $\bar{X} = T^{-1} \sum_{t=1}^T X_t$, $\sigma^2 = \text{var}(\sqrt{T\bar{X}})$ 。

为了获得公式 (17) 定义的 U 检验量的分布状况及其 p 值, Hansen and Lunde (2005)^[19] 建议可以采用自举法来取得: 首先, 我们需要获得一个长度为 T 的 X_t 新样本。要获得这样一个样本, 先要从 $\{X_t\}$ 的集合中随机抽取一个新的子样本, 该子样本的长度来自一个服从均值为 q 的几何分布 (geometric distribution) 的随机数, 同时控制这些子样本的组合长度为所要求的 T 。

重复这样的 bootstrap 过程 M 次, 可以获得 M 个长度为 T 的 X_t 新样本, 记为 $X_{t,i}, i = 1, 2, \dots, M$ 。在本文的实证研究中, 我们选取 $q = 0.5$ 和 $M = 1000$ 次作为这一 bootstrap 过程的控制参数。每个 bootstrap 样本的均值表示为:

$$\bar{X}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T X_{t,i}, i = 1, 2, \dots, M \tag{18}$$

而所有 M 个 bootstrap 样本均值的方差估计表示为:

$$\hat{\sigma}^2 = M^{-1} \sum_{i=1}^M (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2 \tag{19}$$

其中, $\bar{\bar{X}} = M^{-1} \sum_{i=1}^M \bar{X}_i$ 。然后, 定义 \bar{Z}_i 为:

$$\bar{Z}_i = (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}}) \times I\{\bar{X}_i > \bar{\bar{X}} + A\} \tag{20}$$

其中, $A = \frac{1}{4} T^{-4} \hat{\sigma}^2$ 。 $I\{\cdot\}$ 为一哑变量 (dummy variable), 即当 $\{\cdot\}$ 中的条件成立时, 其取值为 1, 否则取值为 0。最后可以得到如下的实证统计量:

$$U_i = \max \frac{\sqrt{T\bar{Z}_i}}{\hat{\sigma}}, i = 1, 2, \dots, M \tag{21}$$

Hansen and Lunde (2005)^[19] 的研究表明, 在 (16) 式所示的零假设条件下, 公式 (21) 所示的实证统计量收敛于公式 (17) 所定义的统计检验 U 。因此该统计检验的 p 值可以从下式得出:

$$p = M^{-1} \sum_{i=1}^M I\{U_i > U\} \tag{22}$$

SPA 检验的 p 值越大 (越接近于 1), 则表明越不能拒绝公式 (16) 所定义的零假设 H_0 : 与 V_B 相比, 基础波动率 V_A 是一种与真实波动率更为接近的波动率测度, 即基础测度 V_A 的波动率测度精度更高。

3.2.3 实证研究结果

表 1 和表 2 分别是上证综指和深证成指的两种

多分形波动率与市场真实波动率差异的 SPA 检验结果。两表中, 第 1 列表示的是基础测度, 第 2 列是 2 种损失函数 L_i , 其余各列为不同时间标度下 $\sim S$ SPA 检验的 p 值。在某一损失函数标准下, 若基础测度相对于对比测度 S 的检验 p 值较大 (接近于 1), 则说明与真实波动率 r_t^2 的差异较 S 更小; 反之, 若 $\sim S$ 的检验 p 值较小 (接近于 0), 则说明 S 是一种更为精准的波动率测度。

表 1 上证综指 $\sim S$ 的 SPA 检验结果

基础测度	损失函数	对比测度 S				
		5 分钟	10 分钟	20 分钟	40 分钟	60 分钟
	MAE	0.007	0.009	0.050	0.054	0.384
	MSE	0.032	0.035	0.043	0.050	0.326

表 2 深证成指 $\sim S$ 的 SPA 检验结果

基础测度	损失函数	对比测度 S				
		5 分钟	10 分钟	20 分钟	40 分钟	60 分钟
	MAE	0.012	0.024	0.026	0.040	0.289
	MSE	0.054	0.061	0.070	0.078	0.457

由表 1 和表 2 可以看出:

(1) 无论是对于上证综指还是深证成指, 在 5 种数据频率和 2 种损失函数下, $\sim S$ 的 SPA 检验的所有 p 值都小于 0.5, 说明 S 与市场真实波动率 r_t^2 间的差异确实小于 $\sim S$ 的对应值;

(2) 观察数据频率不同对 SPA 检验 p 值的影响可以发现, 两种指数 $\sim S$ SPA 检验的最小 p 值均出现在 5 分钟频率上, 说明 S 在 5 分钟频率上体现出了较最大的对真实波动率的估计优势;

(3) 对两种指数来讲, 随着数据频率的降低, $\sim S$ SPA 检验的 p 值呈现单调增加态势, 即数据频率降低使得 $\sim S$ 估计真实波动率的差异不断缩小, 但 p 值在 40 分钟以上频率增加的速度缓慢, 说明在较高数据频率上 (40 分钟以上), S 测度始终保持了对 $\sim S$ 测度的较大优势。

4 结论及研究展望

本文基于多分形理论分析提出了一种新型的金融市场多分形波动率测度 S 。与传统的多分形波动率测度 $\sim S$ 相比, 该测度更为充分地利用了多分形分析中产生的对于描述金融价格波动有益的统计信息。利用上证综指和深证成指 1354 个交易日内 5 个不同数量级的高频数据研究表明, 在经过合适的尺度调整后, S 对中国股市的真实波动率提供了更为精准的测度。由于本文考察了 5 个不同的时间标

度,并运用了具有 bootstrap 特性的 SPA 检验方法,因此所得结论具有相当的稳健性。

目前,已有学者开始将多分形波动率测度运用于风险管理^[11]、价格波动预测^[12,13]等领域,本文提出的 S (或 S) 可以为这些领域提供更为合理的波动率测度选择。同时,本文也可为后续的金融波动多分形研究提供了理论铺垫,即在本文研究结论的基础上,可以有如下若干研究方向:深入考察 S (或 S) 的统计性质,运用合适的时间序列模型描述其动力学特征并运用于风险管理或衍生产品定价等金融实践领域等等。

参考文献:

- [1] Matteo T. D. Multi - scaling in finance[J]. Quantitative Finance, 2007, (7) : 21 - 36.
- [2] Mandelbrot B B. Fractals and Scaling in Finance[M]. New York: Springer, 1997.
- [3] Mandelbrot B B. A multifractal walk down Wall Street [J]. Scientific American, 1999, (298) : 70 - 73
- [4] Sun X. , Chen H. , Wu Z. , Yuan Y. Multifractal analysis of Hang Seng index in Hong Kong stock market[J]. Physica A, 2001, (291) : 553 - 562.
- [5] Ausloos M, Ivanova K. Multifractal nature of stock exchange prices [J]. Computer Physics Communications, 2002, (147) : 582 - 585.
- [6] Cajueiro D. O. , Tabak B. M. Long - range dependence and multifractality in the term structure of LIBOR interest rates[J]. Physica A, 2007, (373) : 603 - 614.
- [7] Lim G. , Kim S. Y. , Lee H. , Kim K. , Lee D. I. Multifractal detrended fluctuation analysis of derivative and spot markets[J]. Physica A, 2007, (386) : 259 - 266.
- [8] Ho D. S. , Lee C. K. , Wang C. C. , Chuang M. Scaling characteristics in the Taiwan stock market[J]. Physica A, 2004, (332) : 448 - 460.
- [9] Wei Y. , Huang D. Multifractal analysis of SSEC in Chinese stock market: A different empirical result from Heng Seng index [J]. Physica A, 2005, (355) : 497 - 508.
- [10] 何建敏, 常松. 中国股票市场多重分形游走及其预测[J]. 中国管理科学, 2002, 10(3) : 11 - 17.
- [11] 魏宇, 黄登仕. 基于多标度分形理论的金融风险测度指标研究[J]. 管理科学学报, 2005, 8(4) : 50 - 59.
- [12] 周孝华, 宋坤, 杨秀苔. 股票价格持续大幅度波动前后多重分形谱的异常及分析[J]. 管理工程学报, 2006, 20(2) : 92 - 96.
- [13] 周孝华, 宋坤. 高频金融时间序列的异象特征分析及应用[J]. 财经研究, 2005, 31(7) : 123 - 132.
- [14] 苑莹, 庄新田. 股票市场多重分形性的统计描述[J]. 管理评论, 2007, 19(12) : 3 - 8.
- [15] Andersen T. G. , Bollerslev T. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. International Economic Review, 1998, (39) : 885 - 905.
- [16] Christofferson P F. Elements of financial risk management[M]. San Diego: Academic Press, 2003.
- [17] 郑梅, 苗佳, 王升. 预测沪深股市市场波动性[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(11) : 41 - 45.
- [18] Brandt M. , Jones C. Volatility forecasting with range - based EGARCH models[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2006, (4) : 470 - 486.
- [19] Hansen P. R. , Lunde A. A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1) [J]. Journal of Applied Econometrics, 2005, (20) : 873 - 889.

Multifractal Volatility Measure of China's Stock Market and Its Validity

WANG Peng, WANG Jian - qiong

(School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract : According to the multifractal theory, a new multifractal volatility measure of financial market, S , is presented in this paper. In comparison with conventional volatility measure, S uses more statistical information about market volatility characteristics included in multifractal analysis. Empirical research on China's stock market shows that S provides more accurate measure to market volatility and is closer to real volatility than after appropriate scale adjustment.

Key words : multifractal volatility; real volatility; SPA test