

王帮兵, 田 钢, 孙 波等. 南极冰盖内部结构特性研究——基于三维各向异性电磁波时域有限差分方法. 地球物理学报, 2009, 52(4): 966~975, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.04.013

Wang B B, Tian G, Sun B, et al. The study of the COF feature in the Antarctic ice sheet based on 3-D anisotropy FDTD method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(4): 966~975, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.04.013

## 南极冰盖内部结构特性研究 ——基于三维各向异性电磁波时域有限差分方法

王帮兵<sup>1</sup>, 田 钢<sup>1\*</sup>, 孙 波<sup>2</sup>, 崔祥斌<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 浙江大学理学院地球科学系, 杭州 310027

<sup>2</sup> 中国极地研究中心, 上海 200129

**摘 要** 冰雷达技术已成为目前探测南极冰盖内部结构的主要技术手段. 近年发展起来的多极化雷达技术可根据不同方向雷达反射功率的变化推断冰盖内部冰晶组构特征和变化规律, 进而推断冰盖内部应力应变历史, 这对于理解冰流机制和动力过程以及解释冰盖过去、现在和未来的变化规律具有非常重要的作用. 本文从 Maxwell 方程出发, 推导出适于介电常数各向异性的三维电磁波时域有限差分方程, 进而建立模型模拟各向异性介质的响应输出及其时空分布特征. 模拟结果表明: (1) 电磁波在各向异性介质中传播时, 波前面为椭圆形, 长轴位于介电常数小的主轴方向; (2) 横向各向异性介质反射波振幅在水平面内具有 180° 的变化周期. 通过对现场常用三种天线装置类型模拟对比分析发现, 不同天线类型各向异性层底界面反射波存在“时差”现象, 并且时差大小和正负与上下层介电常数差异以及同层各向异性差异有关. 在模拟计算的基础上, 作者讨论了由于介电常数各向异性导致的“时间延迟”和水平面内振幅“周期性变化”的原因. 模拟结果和结论对于南极冰盖冰雷达数据处理和解释工作具有指导意义.

**关键词** 各向异性, 电磁波时域有限差分, 南极冰盖, 冰雷达

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.04.013

中图分类号 P313

收稿日期 2008-01-03, 2008-05-08 收修定稿

### The study of the COF feature in the Antarctic ice sheet based on 3-D anisotropy FDTD method

WANG Bang-Bing<sup>1</sup>, TIAN Gang<sup>1\*</sup>, SUN Bo<sup>2</sup>, CUI Xiang-Bin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Earth Science, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China

<sup>2</sup> Polar Research Institute of China, Shanghai 200129, China

**Abstract** The application of RES technology is the most important method for the study of inner structure on Antarctic ice sheet. The multi-polarization radar method developed in recent years can deduce the feature and changing rule of COF in the ice sheet according to the variation of the reflecting power in different orientation, and determine the history of stain and stress in the ice sheet further. It's important to understand the flow mechanism and dynamic course and explain the changing law of the ice sheet in the past, present and future. This paper deduced the 3D FDTD equations which was derived from Maxwell equation and adapted to permittivity anisotropy

**基金项目** 国家自然科学基金项目(40874060, 40476005)、国家 863 项目(2006AA09Z152)和全国第四十三批博士后基金(20080431319)资助.

**作者简介** 王帮兵, 男, 1968 年生, 2007 年毕业于吉林大学地球探测与信息技术专业, 浙江大学博士后, 高级工程师, 主要研究方向是极地、工程和考古地球物理.

\* 通讯作者 田 钢, E-mail: tiangang@zju.edu.cn

medium. Then we simulated the response and spatio-temporal distributing feature. The simulating results showed that: (1) The wave front is ellipsoid and it's long axis lie in the axis of minimum permittivity while the radar wave propagating in the anisotropy medium. (2) The amplitude of the reflecting wave propagating in the traverse anisotropy medium have an 180 angle cycle in horizon plane. The author found the delay and periodical amplitude variation from the bottom of anisotropy layer between different antenna type, and the delay and periodical amplitude variation is relate to the permittivity difference between the different direction of anisotropy layer and between the adjacent layer. Then the author discussed the reason of the delay and periodical amplitude variation because of permittivity anisotropy. The results and conclusions help to instruct the data processing and interpretation from the Antarctic RES exploration.

**Keywords** Anisotropy, FDTD, Antarctic ice sheet, Radio echo sounding

## 1 引言

南极冰盖在全球气候系统中扮演着重要角色, 南极冰盖的物质平衡状态和变化趋势对于全球海平面变化和温盐环流变异具有举足轻重的影响. 因此理解冰流机制和动力过程对于解释冰盖过去、现在和未来的变化规律非常重要. 冰雷达 (Radio Echo Sounding, 简称 RES) 自从 20 世纪 60 年代开始被用于冰川和冰盖厚度测量. 由于其高效、快捷且探测精度高, 一直是冰盖考察中最重要的技术手段并取得了巨大成功.

自从冰雷达应用于南极冰盖考察开始, 针对冰盖内部雷达反射层的形成原因出现过多种假设, 多数认为密度、酸度和冰晶组构方向 (Crystal Orientation Fabric, 简称 COF) 变化是形成冰内雷达反射层的主要原因. 冰晶组构 (COF) 受控于冰盖内部动力作用过程, 使得在冰盖不同区域冰晶组构类型发生变化; 同时冰晶组构类型差异又反过来影响冰流状态和冰盖动力过程. Fujita 等<sup>[1]</sup>、Matsuoka 等<sup>[2]</sup>对冰晶组构的电磁特性进行系统研究, 在实验测量的基础上提出几种各向异性 COF 模型, 进而提出利用双频极化冰雷达技术区分密度、酸度和冰晶组构方向 (COF) 变化引起的雷达反射并应用于南极冰盖测量.

对冰盖雷达波传播特征的正演模拟, 出现过几种模拟方法: 基于利用介质参数对信号子波反褶积的方法<sup>[3~5]</sup>和基于 Maxwell 方程的数值模拟方法<sup>[6~9]</sup>. 这些方法都没有考虑冰介质的各向异性特征. Fujita 等<sup>[10]</sup>考虑了冰的各向异性和双折射特征, 利用传播矩阵法模拟了天线平行 (Co-polarized) 和天线垂直 (Cross-polarized) 两种情形雷达接收功率

随角度旋转的变化特征, 并将模拟结论应用于实际冰盖测量结果分析中, 将冰雷达探测结果与冰芯记录联系起来, 但该方法只是针对一维层状模型的模拟.

本文从 Maxwell 方程出发, 基于电磁波时域有限差分 (FDTD) 方法, 推导出面向横向各向异性介质的三维 FDTD 公式, 计算出含有各向异性层的多层介质模型计算响应输出, 同时也模拟比较三种极化天线的响应输出结果差异以及对各向异性的灵敏度, 为中国第 24 次南极考察中所使用的多极化冰雷达系统数据的处理和解释提供依据.

## 2 方法理论

### 2.1 冰盖冰的物理特性

#### 2.1.1 冰盖冰的密度和冰晶组构

冰芯研究表明冰盖内部冰密度变化的下限在 700~900 m 之间, 在重力作用下, 随着深度增加, 冰内气泡被孤立、压缩, 最后相变进入晶格内部形成笼形水合物, 冰密度也趋于稳定. 一般而言, 冰盖表面和近表层处, 应力作用微弱, 冰晶组构通常都是随机型, C 轴没有一个固定方向; 随着深度的增加, 应力作用越来越大, 冰晶组构方向逐渐趋于优势方向, Azuma<sup>[11]</sup>根据深冰芯研究提出一种各向异性冰流法则, 在冰川上游, 冰盖中等深度处的压力是单轴压力或纯剪切力, 将生成“单极型 COF”或“强单极型 COF”. 而在冰川中下游冰流汇聚区, “垂直带状 COF”占主导地位, C 轴集中在与冰流方向垂直的垂直平面内. 除了单极和垂直带状 COF, 也出现多极大型等复杂 COF 模式<sup>[12]</sup>.

#### 2.1.2 冰盖冰的电磁特性

作为一种有效工具, 几兆至几百兆雷达测深技

术用于冰川内部结构调查已有几十年的历史了. 自从第一篇有关冰盖内部反射层的报道<sup>[13]</sup>开始, 出现过多种内部反射层形成机制的假设和试验验证<sup>[3,4,14~16]</sup>.

Hargreaves<sup>[17]</sup>提出了一种根据冰晶组构(COF)类型计算介电常数张量的方法. 理想单极型 COF 其内部冰晶体 C 轴都沿着 Z 轴(垂向), 其介电常数张量为:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp c} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp c} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel c} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

此处, 我们用  $\epsilon_{\perp c}$  和  $\epsilon_{\parallel c}$  分别表示当电场方向垂直和平行于 C 轴时单晶冰的介电常数. 理想垂直带状

COF 的 C 轴在 YZ 平面内随机分布, 其介电常数张量为:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp c} & 0 & 0 \\ 0 & (\epsilon_{\perp c} + \epsilon_{\parallel c})/2 & 0 \\ 0 & 0 & (\epsilon_{\perp c} + \epsilon_{\parallel c})/2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

各向异性介电常数各分量存在一定的差异, Fujita 等<sup>[15]</sup>、Matsuoka 等<sup>[18]</sup>等通过试验精确测定了冰晶体垂直和平行于 C 轴时的介电常数值(表 1). 正演模拟时我们选用 900 MHz 天线, 与之频率较近的是 Matsuoka 等<sup>[18]</sup>试验所测得的 1MHz 频率对应的测量值(表 1), 制作模型时, 我们选用其测量的介电常数值代入公式(1)和(2)作为模型参数.

表 1 绝对温度 252K 时各向异性冰晶体不同方向介电常数的测定值

Table 1 The permittivity of anisotropy ice measured in different axis directions at absolute temperature 252K

	频率	$\epsilon_{\parallel c}$	$\epsilon_{\perp c}$	$\Delta\epsilon$
Matsuoka	39 GHz	3.1734±0.0055	3.1396±0.0049	0.0339±0.0007
Matsuoka	1 MHz	3.2182±0.0044	3.1828±0.0051	0.0354±0.0067
Fujita	9.7 GHz	3.169±0.006	3.134±0.003	0.035±0.007

2.2 横向各向异性介质的 FDTD 公式

冰雷达采用高频电磁波进行测量, 雷达波的传播特征可用 Maxwell 方程组来描述:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \epsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{E}, \quad (4)$$

公式(3)和(4)中  $\boldsymbol{E}$  和  $\boldsymbol{H}$  分别表示电场强度和磁场强度,  $\epsilon, \mu, \boldsymbol{\sigma}$  分别为介质的介电常数、磁导系数和电导率. 考虑横向各向异性介质的情形, 则测量坐标系  $xyz$  和介质坐标系  $x'y'z'$  中  $z$  轴与  $z'$  重合(假设垂直向下), 坐标系旋转角度为  $\theta$ (图 1). 若各向异性冰

的介电常数张量在介质坐标系  $x' y' z'$  中表示为  $\epsilon'$ (参见公式(1)和(2)), 而在测量坐标系  $xyz$  设为  $\epsilon$ , 则两者之间存在如下关系:

$$\epsilon = \boldsymbol{U} \cdot \epsilon' \cdot \boldsymbol{U}^T, \quad (5)$$

其中

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\epsilon' = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

公式(5)、(6)和(7)为坐标变换公式,  $\boldsymbol{U}$  为坐标变换矩阵, 上标 T 表示转置,  $\theta$  为坐标系绕  $z$  轴旋转的角度. 公式(1)和(2)为三阶对角阵, 三个对角分量中有两个相等, 考虑更一般的情形, 假设对角阵  $\epsilon'$  的三个对角分量分别为  $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$ , 将公式(6)、(7)代入公式(5)得到:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \cos^2\theta + \epsilon_2 \sin^2\theta & (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sin\theta \cos\theta & 0 \\ (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sin\theta \cos\theta & \epsilon_1 \sin^2\theta + \epsilon_2 \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

冰盖内冰介质的电导率  $\boldsymbol{\sigma}$  和磁导系数  $\mu$  未显示

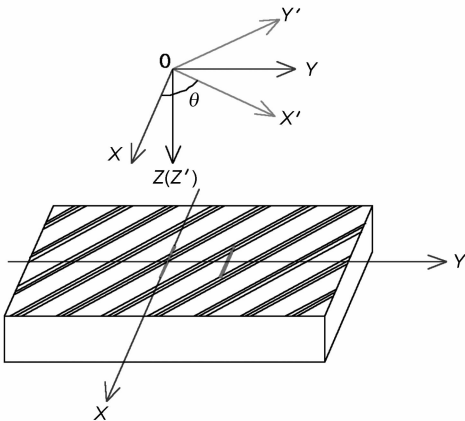


图 1 测量坐标系与介质坐标系关系示意图  
Fig. 1 The relationship sketch map between the survey and the medium coordinates

各向异性,坐标变换后形式不变. Maxwell 方程(公式(4))张量形式为:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}, \quad (9)$$

其中介电常数  $\epsilon$  和电导率  $\sigma$  皆为矩阵形式. 对(9)式作时域离散,得到:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2} &= \epsilon \frac{\mathbf{E}^{n+1} - \mathbf{E}^n}{\Delta t} + \sigma \frac{\mathbf{E}^{n+1} + \mathbf{E}^n}{2} \\ &= \left( \frac{\epsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right) \mathbf{E}^{n+1} - \left( \frac{\epsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2} \right) \mathbf{E}^n, \end{aligned} \quad (10)$$

整理后得到  $\mathbf{E}$  随时间的递推公式如下:

$$\mathbf{E}^{n+1} = \mathbf{P} \mathbf{E}^n + \mathbf{Q} \nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}, \quad (11)$$

式中

$$\mathbf{P} = \left( \frac{\epsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right)^{-1} \left( \frac{\epsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2} \right), \quad (12)$$

$$\mathbf{Q} = \left( \frac{\epsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right)^{-1}. \quad (13)$$

将公式(12)、(13)代入公式(11)得到电场  $\mathbf{E}$  的递推公式(以向量形式表示)如下:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x^{n+1} \\ \mathbf{E}_y^{n+1} \\ \mathbf{E}_z^{n+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{xx} & \mathbf{P}_{xy} & 0 \\ \mathbf{P}_{yx} & \mathbf{P}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x^n \\ \mathbf{E}_y^n \\ \mathbf{E}_z^n \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{xx} & \mathbf{Q}_{xy} & 0 \\ \mathbf{Q}_{yx} & \mathbf{Q}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nabla \times \mathbf{H})_x \\ (\nabla \times \mathbf{H})_y \\ (\nabla \times \mathbf{H})_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

磁场分量只与磁导系数  $\mu$  有关,递推公式与各向同性介质递推公式一致,限于篇幅,不作推导,有兴趣的读者可参阅相关资料<sup>[19,20]</sup>. 程序采用 C 语言实现,吸收边界采用 GPML 介质.

### 3 模拟结果

信号源为 X 方向水平电偶极子,信号脉冲为雷克子波,最大输入电压 1000 V,中心频率为 900 MHz,采样间隔  $dt$  是由程序根据 Courant 稳定性条件自动给出,对于本次模型( $dx=dy=dz=0.04$  m),则计算得到  $dt=0.03851666$  ns. 延迟时间为 1 ns,记录长度为 60 ns. 吸收边界为 GPML 介质,吸收层宽度为 10 个网格点. 测量坐标系和介质坐标系 Z 轴重合,都垂直向下,测量坐标系 X 轴水平向右, Y 坐标垂直纸面向外,符合右手螺旋定则. 介质坐标系 X'Y' 轴可绕 Z 轴自由旋转,与测量坐标系之间夹角为  $\theta$ .

#### 3.1 各向同性和各向异性介质正演结果对比

首先选择一个两层模型(上层为空气层,下层为半无限空间),用于比较各向同性和各向异性介质在

XY 面(地表)内输出结果的差异. 为了能使模拟结果对比明显,各向同性模型的第二层介质介电常数为 4,而各向异性模型第二层介质的介电常数则设置差异较大,分别为:3、4、6. 计算时,介质坐标系和测量坐标系夹角  $\theta$  为  $0^\circ$ .

图 2 是介质坐标系和测量坐标系重合时( $\theta=0^\circ$ )XY 面内电场各分量输出结果. 从图中可看出各向同性介质各分量波前为圆形,而各向异性介质各分量波前向介电常数数值小的方向拉伸,呈椭圆形.

#### 3.2 天线旋转时各向异性模拟结果对比

Matsuka 等<sup>[2]</sup>在 Dome Fuji 至 Mizuho 站之间多个点开展旋转极化测量,即从正北方向开始,每测量一次按  $22.5^\circ$  顺时针旋转天线,得到 16 个方向的雷达反射数据. 研究发现大于 900 m 深度,雷达反射功率随天线旋转而变化,有些具有  $90^\circ$  的变化周期;而另一些具有  $180^\circ$  的变化周期,极大值出现在垂直于冰流方向. 其中具有  $180^\circ$  变化周期主要出现在冰川中下游地区,他们推断由于应力应变导致冰晶组构发生变化,冰晶组构类型由随机型或单极性转变为垂直带状结构,从而使介电常数产生各向异性.

模型仍采用 3.1 节所述的两层模型,第二层为各向异性层,介电常数设置为(3,4,6). 为了计算方便,我们让介质坐标系逆时针旋转来模拟雷达天线顺时针旋转极化测量,测量坐标系不动,将介质坐标系从  $0^\circ$  开始,以  $15^\circ$  间隔按逆时针旋转测量,直至  $360^\circ$ ,这样就模拟得到雷达旋转极化测量结果. 图 3 是某一时刻 XY 面内  $E_x$  分量的波场快照. 由于  $180^\circ \sim 360^\circ$  和  $0^\circ \sim 180^\circ$  各图对应一致,  $180^\circ$  波场快照与  $0^\circ$  波场快照完全相同,故文中只显示  $0^\circ \sim 165^\circ$  各波场  $E_x$  分量. 从图中可看出  $E_x$  波场快照以  $90^\circ$  为对称点,两边图形镜像对称,如  $75^\circ \sim 105^\circ$ 、 $15^\circ \sim 165^\circ$  等.

为了解实际冰介质的输出响应,我们引用 Matsuoka 等<sup>[18]</sup>实验测定的介电常数,按照公式(2)构建出垂直带状冰介质介电常数作为多层模型中第三层介电常数值(表 2). 天线按  $15^\circ$  间隔逆时针旋转,读取各旋转角度时各向异性层顶界面和底界面反射波的最大振幅值,并按角度绘于图中(图 4). 从图中可看出:(1)各向异性层顶界面和底界面反射波振幅值随角度旋转而变化,在介电常数小的主轴方向具有极大值,在介电常数大的方向具有极小值.(2)各向异性层顶界面和底界面反射波振幅都具有  $180^\circ$  的变化周期.(3)底界面振幅极大值与极小值差异比顶界面处更大,与界面处介电常数差异显示出相关性. 后文对此将作进一步讨论.

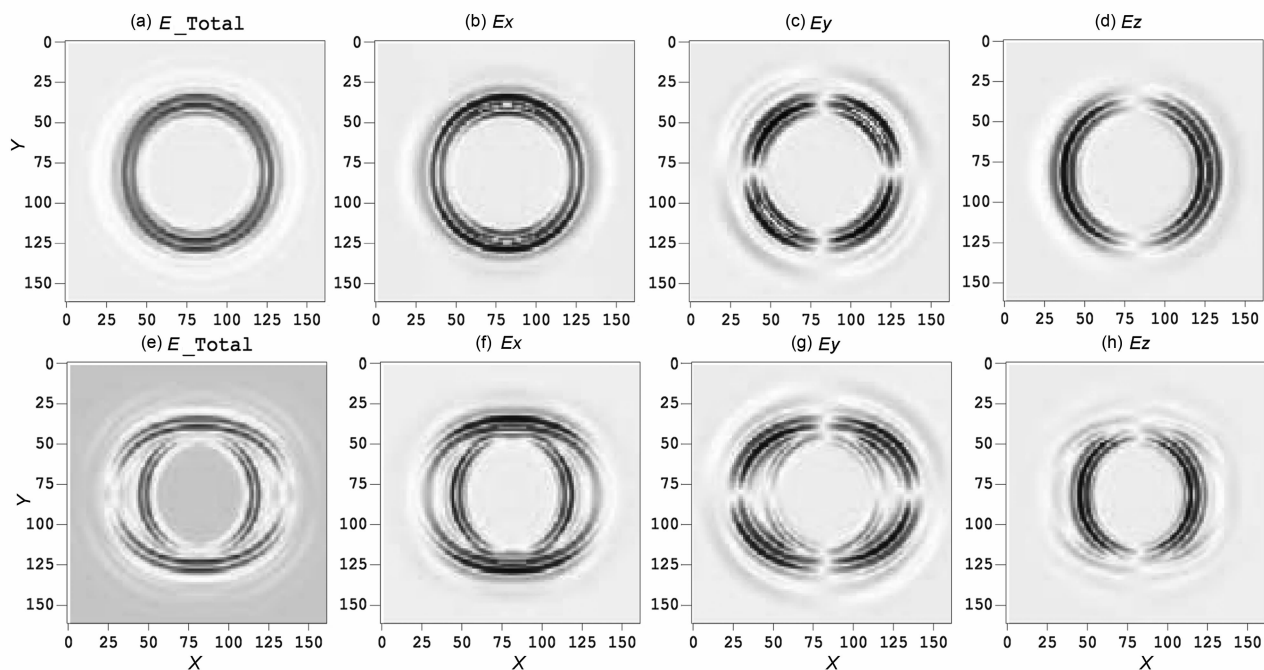


图 2 某一时刻两层模型 XY 面内电场分量对比图

其中(a~d)为各向同性介质电场总场及 X、Y、Z 方向电场分量, (e~h)为各向异性介质电场总场及为 X、Y、Z 方向电场分量

Fig. 2 The snapshots of electric field component in XY plane with two layer model

The figure (a) to (d) denote the total electric field and three orthogonal components of isotropy medium.  
The figure (e) to (h) denote the total electric field and three orthogonal components of anisotropy medium.

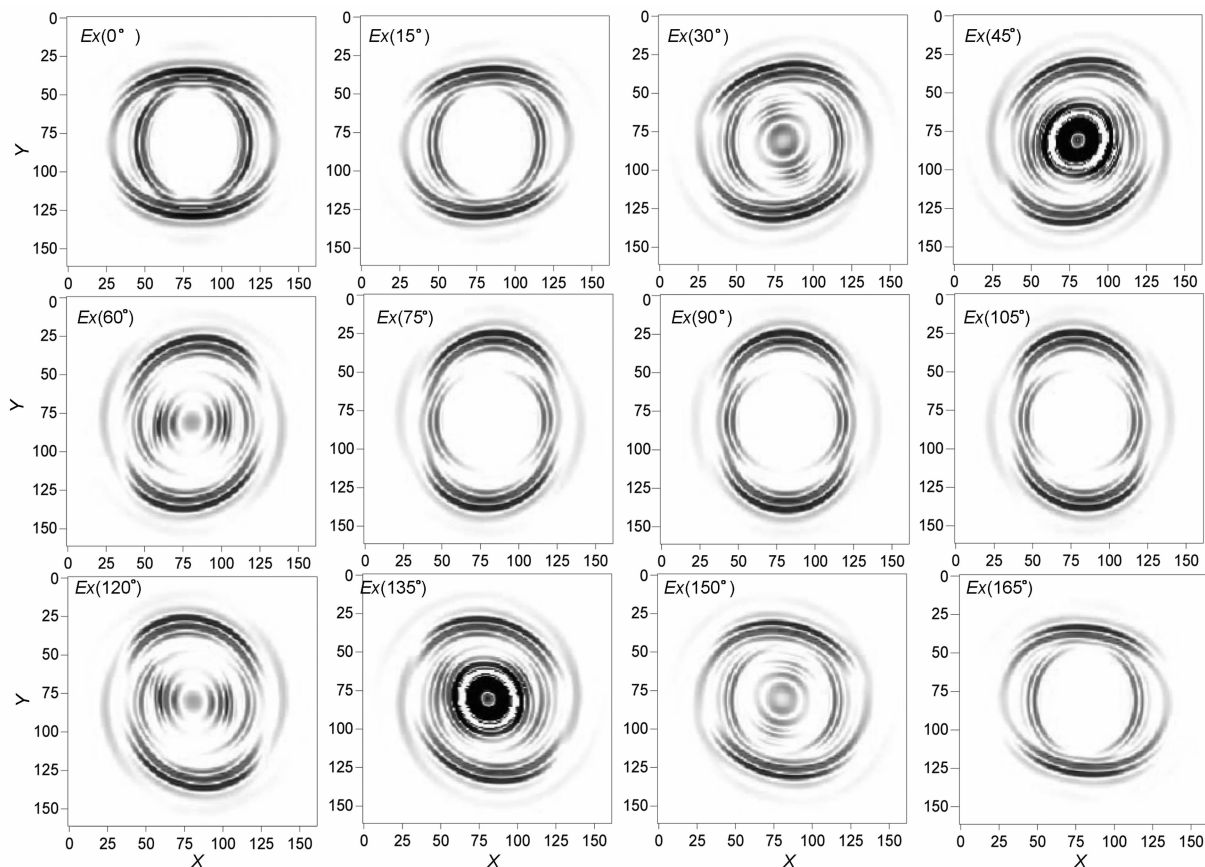


图 3 各向异性介质坐标系旋转时 XY 面内电场分量对比图

Fig. 3 The snapshots of electric field component while the coordinates rotating in XY plane

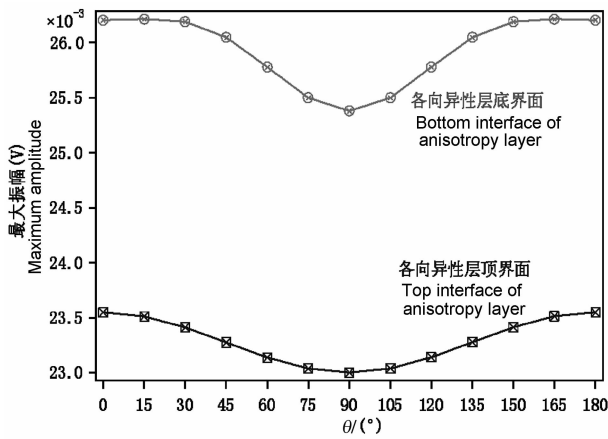


图4 各向异性介质层顶底界面反射波振幅( $E_x$ )随旋转角度 $\theta$ 的变化关系

Fig. 4 The relationship between rotating angle  $\theta$  and reflecting amplitudes from the top and bottom interface of anisotropy layer

表2 4层各向异性介质模型

Table 2 The parameters of anisotropy model with four layers

编号	高度 (m)	导电率 (S/m)	介电常数(X)	介电常数(Y)	介电常数(Z)	备注
1	2	0	1	1	1	空气
2	1.2	0	4	4	4	各向同性冰
3	2	0	3.183	3.20	3.20	各向异性冰
4	1.2	0	6	6	6	冰床

### 3.3 三种天线装置对各向异性灵敏度分析

中国第21次南极考察所使用的极化冰雷达常用三种天线装置类型进行测量,图5中黑粗线所示为天线方向,箭头指向为雪地车前进方向.为了便于模拟,我们对天线装置进行一些简化和假定:假设测量坐标系为 $XYZ$ ,介质坐标系为 $X'Y'Z'$ ,其中 $X'$ 对应雪地车前进方向(箭头方向),介质坐标系 $X'Y'Z'$ 与测量坐标系 $XYZ$ 之间旋转角为 $\theta$ .发射天线简化为 $X$ 方向或 $Y$ 方向水平电偶极子,位于坐标原

点,根据其在 $XYZ$ 坐标系中的方向,分别用 $T(E_x)$ 或 $T(E_y)$ 表示.接收天线测量值则是距离发射天线距离为 $D$ 的位置处 $E_x$ 值,用 $R(E_x)$ 表示.为了描述方便,下文中我们将图5(a、b、c)所示装置类型分别称为Type A、Type B和Type C.

三种装置类型由于空间位置和天线方向的不同导致输出响应存在差异.我们将表2所示的各向异性模型和一个各向同性模型(第三层介电常数都为3.2)对应位置输出结果放在一起比较.图6是三种装置类型各向同性和各向异性对比图,图中可看出:每一道大致有四个波组,其中10 ns左右为空气波和直达波,由于距离 $D$ 设置得较小,未能完全分开.三种装置类型比较,振幅存在差异,Type A能量最强,Type B次之,Type C能量最弱.20~30 ns为第一组反射波,来自于第三层顶界面处,40 ns后为第二组反射波,来自于第三层底界面处,Type B与Type A反射波振幅差异较小,而Type C反射波振幅衰减更快.除了能量差异外,各向同性和各向异性介质的底界面反射波(第二组反射波)存在着时差,且不同装置类型时差大小有差别,其中Type C时差最大,Type A次之,Type B最小.时差越大说明装置对于介质各向异性越灵敏,因此Type C灵敏度最高,Type A次之,Type B最小.由于Type C反射波能量最弱,勘探深度相对也受影响.因此需要根据现场情况综合考虑,选择合适的装置类型.

### 3.4 各向异性介质介电常数差异模拟结果分析

对于表2所示四层模型,我们尝试改变第三层(各向异性层) $X$ 方向的介电常数,模拟计算三种天线装置的输出响应.图7是测量坐标系和介质坐标系夹角 $\theta$ 为0、 $X$ 方向介电常数分别为3.2、4和5时Type A和Type B的输出对比结果.图中可看出当 $\theta$ 为零时,各向异性层 $X$ 方向介电常数的变化只对Type A输出结果有影响,对Type B输出结果没有

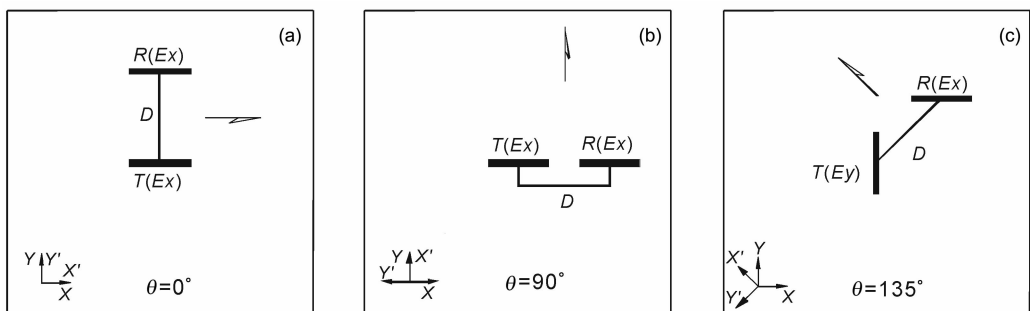


图5 天线装置类型及其与FDTD模拟分量关系示意图

Fig. 5 The relationship sketch map of radar antenna setting and FDTD simulation components

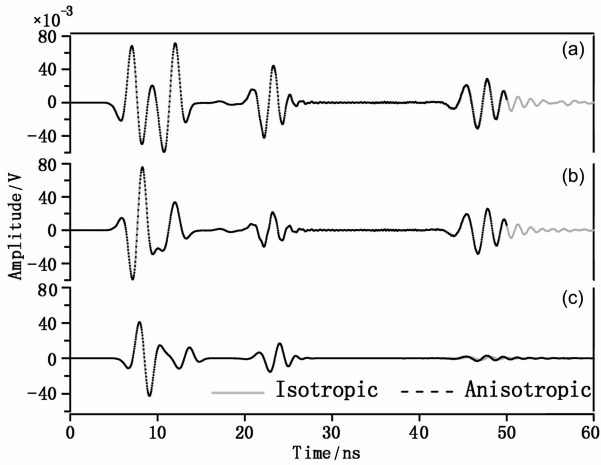


图 6 三种装置中各向同性和各向异性输出结果对比图  
其中(a)为 Type A 对比曲线,(b)为 Type B 对比曲线,(c)为 Type C 对比曲线。

Fig. 6 Comparison of simulating results from different antenna type in isotropy and anisotropy media  
(a) The Type A contrast map; (b) corresponds to Type B, and (c) corresponds to Type C.

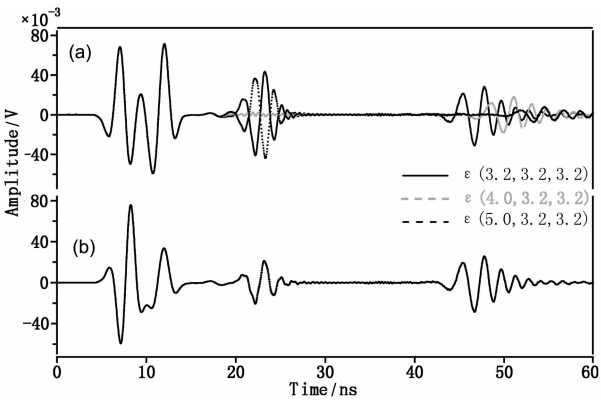


图 7 各向异性介质 X 方向介电常数变化正演输出结果

(a) 为 Type A 两种介电常数对比曲线,(b)为 Type B 两种介电常数对比曲线,模型设置只有 X 方向介电常数发生变化,测量坐标系和介质坐标系夹角  $\theta$  为  $0^\circ$ 。

Fig. 7 Simulating contrast map of anisotropy medium when the X-direction permittivity changing  
(a) The Type A contrast map, and figure (b) corresponds to Type B. In the model setting, we just changed the X-direction permittivity. The rotation angel  $\theta$  between survey and medium coordinates is zero degree.

影响. 对 Type A 输出结果的影响表现为各向异性层顶界面和底界面反射波出现变化,其中顶界面处反射振幅和相位发生变化,但起跳时间未变;底界面反射波振幅、相位和起跳时间都发生变化,介电常数越大,起跳时间越往后延。

图 8 是不同介电常数 Type A 和 Type B 的对比

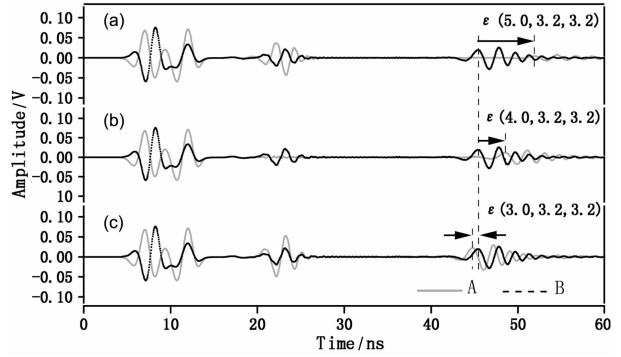


图 8 各向异性介质 X 方向介电常数变化 Type A 和 Type B 正演结果对比

Fig. 8 Simulating comparison of Type A and Type B in anisotropy medium when the X-direction permittivity changing

结果,从图中可看出:当  $\theta$  为零时 X 方向的介电常数变化只对 Type A 输出结果有影响,Type B 输出结果不随 X 方向介电常数发生变化.若以 Type B 输出结果(图中虚线)为对比标准作比较,各向异性层顶界面反射振幅和相位都随介电常数发生变化,并与界面上下层介电常数差异存在相关性.而底界面反射不仅振幅有变化,还存在明显的时移现象,这种时移现象与冰流方向存在一定联系,可用于判断冰流方向,这将在后文讨论。

从电磁场理论可知,电磁波在分界面的反射波强度除了与入射波电场强度有关外,还与反射系数有关.垂直入射时反射系数  $\Gamma$  定义为:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (\theta_i = \theta_t = 0) \quad (15)$$

其中  $E_r$  为反射波电场强度, $E_i$  为入射波电场强度; $Z$  为介质本征阻抗, $\theta_i$  为入射角, $\theta_t$  为折射角.理想介质的本征阻抗  $Z$  可表示为:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (16)$$

将(16)式代入(15)式可得:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} \quad (17)$$

(17)式说明当  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时反射系数为正,当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  时反射系数为负,当  $\epsilon_1 = \epsilon_2$  时反射系数为零.由于上层介质介电常数  $\epsilon_1$  为 4,当下层介质介电常数  $\epsilon_2$  从 3.2、4 到 5 变化时,反射系数由正数到零再变为负值,这就解释了图 7 和图 8 中第一层反射波振幅由正数到零再变为负值的原因了.(17)式还可看出,上下层介电常数差值越大则反射系数  $\Gamma$  越大,反射波

振幅极大值越大。

## 4 讨论

### 4.1 传播速度与各向异性介电常数的关系

从前面模拟结果可看出横向各向异性介质中雷达波波前不再呈圆形而是椭圆形,在介质坐标系不同坐标轴方向的波前到达时间有差异,这可用速度与介电常数的关系公式来解释:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}, \quad (18)$$

式中  $v$  为雷达波传播速度. 介电常数越大,传播速度越小,相同的距离走时越长,所以图 2 中波前椭圆长轴位于介电常数小的方向. 图 7 和图 8 中各向异性层底界面的反射波由于介电常数差异出现不同程度的时差现象,介电常数越大,“滞后”现象越明显. 当  $\epsilon_x < \epsilon_y$ ,  $T_A - T_B < 0$  ( $T_A$  表示装置 A 的目标反射波到达时间,这里取第一个正极值;同理  $T_B$  表示装置 B 的目标反射波到达时间). 当  $\epsilon_x > \epsilon_y$ ,  $T_A - T_B > 0$ ,而且延迟时间的差值  $\Delta T$  随着  $X$  和  $Y$  方向介电常数差值增大而增大.

由公式(18)和速度公式  $H = v \times T/2$ ,得到两种速度的电磁波传播相同距离的双程时差为:

$$\Delta T = 2 \times H \times \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \times (\sqrt{\epsilon_x} - \sqrt{\epsilon_y}), \quad (19)$$

式中  $H$  为厚度(m),  $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向介电常数,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m,  $\epsilon_0 = 1/(4\pi \times 9 \times 10^9)$  F/m. 若不考虑衰减等因素,按照公式(19)计算,当各向异性层( $\epsilon_x = 3.20$ ,  $\epsilon_y = 3.183$ )厚度为 1000 m 时,理论双程时差达到 33.84 ns. 受模型尺寸限制,上述模拟计算只是针对多极化测量不同天线类型数据对比解释的一种初步尝试,有待进一步深入研究.

### 4.2 接收功率变化与各向异性介电常数的关系

Matsuka 等<sup>[2]</sup>在 Dome Fuji 至 Mizuho 站之间多个点开展旋转极化点测工作,结果表明在水平面内不同方向雷达接收功率有差异是一种普遍现象,南极冰盖不同区域、不同深度处雷达接收功率在水平方向都存在变化:在冰川上游(内陆区域),以  $90^\circ$  变化周期为主,而在冰川中下游,以  $180^\circ$  变化周期为主. 对于  $180^\circ$  变化周期类型,反射功率在垂直于冰流方向有极大值,而平行于冰流方向具有极小值. Matsuka 等推测是垂直带状结构类型冰的各向异性导致上述现象的出现.

从 3.2 节模拟结果可知,垂直带状结构的各向异性冰振幅在水平面内具有  $180^\circ$  的变化周期,且最

大振幅出现在介电常数小的方向;现场观测结果<sup>[1,2]</sup>表明最大振幅出现在垂直于冰流方向,递推可得出沿冰流方向介电常数最大.

本文从理论上验证了冰盖中反射波振幅以  $180^\circ$  周期变化的原因是由于介电常数各向异性造成的,这对实际工作具有指导意义,可根据多极化雷达数据判断古冰流方向;也可用反射波振幅水平面内具有  $180^\circ$  变化周期对应垂直带状结构冰这一特征判别冰晶组构类型.

中国第 21 次南极考察期间,受时间限制,只在 Dome A 顶部宿营点附近做了一个旋转极化测量点,以了解雷达在水平面内接收功率的变化情况. 测量用 Type A 天线类型,从正北方向开始,按顺时针旋转,每隔  $22.5^\circ$  测量一次,得到水平面内共 16 个方向的测量结果. 考虑图像显示效果,我们将十六个方向雷达数据采用隔一抽一,共 8 个方向雷达数据绘于同一图中(图 9). 从图中可看出冰床以上不同深度的冰层反射在不同方向功率都存在差异,在小于 800 m 深度,反射波不仅功率有差异,而且相位也存在差异,没有一定规律性,与冰盖浅部由于密度变化导致的介电常数差异存在相关性;在大于 800 m 深度,反射波相位基本一致,只是反射功率幅度存在差异,最大有近 15 dB 的差值;同时对应 T1~T10 各反射波组,最大值出现的方向不一致(以不同颜色箭头表示),隐含着不同时期的古冰流方向可能不一致. 进一步研究表明该点大于 800 m 深度,反射波振幅近似具有  $90^\circ$  的变化周期,冰芯研究表明  $90^\circ$  变化周期特征与拉伸单极大型冰组构存在对应关系. 本文使用的横向各向异性模型(假定的介质坐标系  $Z'$  轴和测量坐标系  $Z$  重合的情形)只是一种特例,需要发展针对更一般情形的方位各向异性介质的数值模拟技术.

## 5 结论

本文从 Maxwell 方程出发,推导出适用于介电常数各向异性的电磁波时域有限差分公式. 用实验室测定的冰介质介电常数制作模型模拟介电常数各向异性的响应结果. 模拟结果显示横向各向异性介质中雷达波的波前呈椭圆形,长轴位于介电常数小的方向. 对于冰盖考察中常用的三种天线装置类型,Type C 灵敏度最高. 模拟结果也说明随着天线在水平方向旋转,各向异性层顶底界面反射波具有  $180^\circ$  的变化周期,且振幅极大值位于介电常数最



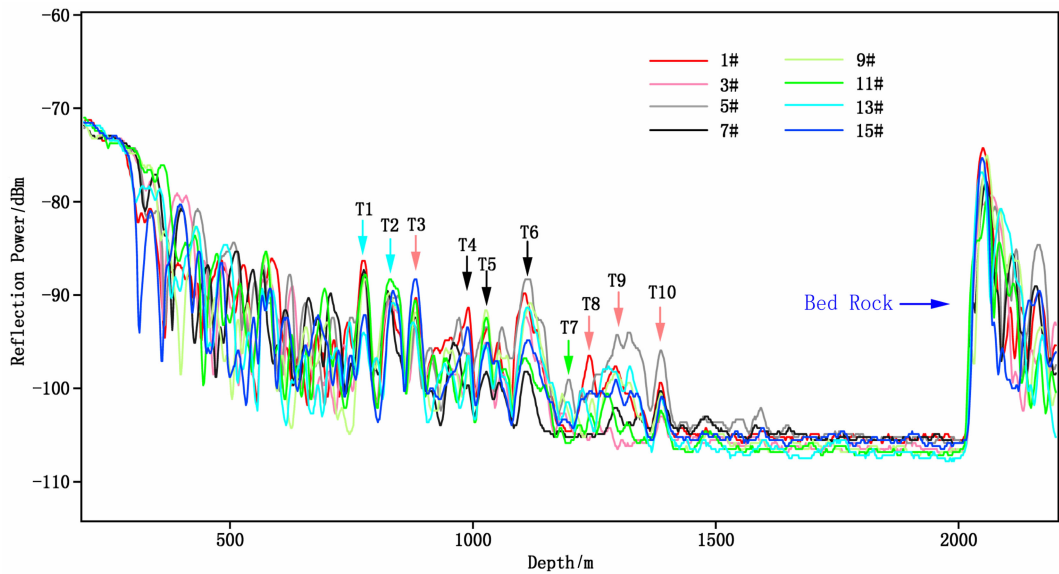


图9 多极化测量8个方向雷达接收功率随时间变化曲线图

Fig. 9 The time and receiving power curve of eight directions from multi-polarizing survey

小的方向,根据前人现场观测结果,递推可得到沿冰流方向介电常数最大。Type A 和 Type B 对比结果显示两种装置各向异性层底界面反射波存在时差,时差的正负与冰流方向存在相关性。这些模拟结果对于多极化雷达数据处理和解释具有指导意义。

**致谢** 感谢参加中国 21 次南极考察的同事们,也得到中国极地考察办公室、中国极地研究中心专家、学者的帮助支持,在此一并表示感谢。

#### 参考文献(References)

- [1] Fujita S, Maeno H, Uratsuka S. Nature of radio echo layering in the Antarctic ice sheet detected by a two-frequency experiment. *Journal of Geophysical Research*, 1999, **104** (B6):13013~13024
- [2] Matsuoka K, Furukawa T, Fujita S. Crystal orientation fabrics within the Antarctic ice sheet revealed by a multipolarization plane and dual-frequency radar survey. *Journal of Geophysical Research*, 2003, **108**(B10), 2499, doi: 10.1029/2003JB002425
- [3] Moore J C. Dielectric variability of a 130 m Antarctic ice core: Implications for radar sounding. *Annals of Glaciology*, 1988, (11):95~99
- [4] Miners W D, Hildebrand A, Gerland S, et al. Forward modeling of the internal layers in radio echo sounding using electrical and density measurements from ice cores. *Journal of Physical Chemistry B*, 1997, **101**(32):6201~6204
- [5] Kohler J, Moore J C, Isaksson E. Comparison of modelled and observed responses of a glacier snowpack to ground-penetrating radar. *Annals of Glaciology*, 2003, **37**:293~297
- [6] Kanagaratnam P, Gogineni S P, Gundestrup N, et al. High-

resolution radar mapping of internal layers at the North Greenland Ice Core Project. *Journal of Geophysical Research*, 2001, **106**(D24):33799~33811

- [7] Miners W D, Wolff E W, Moore J C, et al. Modeling the radio echo reflections inside the ice sheet at Summit, Greenland. *Journal of Geophysical Research*, 2002, **107** (B8), 2172, doi:10.1029/2001JB000535
- [8] Eisen O, Wilhelms F, Nixdorf U, et al. Identifying isochrones in GPR profiles from DEP-based forward modeling. *Annals of Glaciology*, 2003, **37**:344~350
- [9] Arcone S A, Spikes V B, Hamilton G S. Phase structure of radar stratigraphic horizons within Antarctic firn. *Annals of Glaciology*, 2005, **41**:10~16
- [10] Fujita S, Maeno H, Matsuoka K. Radio-wave depolarization and scattering within ice sheets: a matrix-based model to link radar and ice-core measurements and its application. *Journal of Glaciology*, 2006, **52**(178):407~424
- [11] Azuma N. A flow law for anisotropic ice and its application to ice sheets. *Earth and Planetary Science Letters*, 1994, **128**: 601~614
- [12] Budd W F, Jaeka T H. A review of ice rheology for ice sheet modeling. *Cold Regions Science and Technology*, 1989, **16** (2):107~144
- [13] Bailey J T, Evans S, Robin G de Q. Radio echo sounding of polar ice sheets. *Nature*, 1964, **204**:420~421
- [14] Ackley S F, Keliher T E. Ice sheet internal radio-echo reflections and associated physical property changes with depth. *Journal of Geophysical Research*, 1979, **84** (B10): 5675~5680
- [15] Fujita S, Mae S, Matsuoka T. Dielectric anisotropy in ice Ih at 9.7GHz. *Annals of Glaciology*, 1993, **17**:276~280
- [16] Paren J G, Robin G de Q. Internal reflections in polar ice

- sheets. *Journal of Glaciology*, 1975, **14**(71):251~259
- [17] Hargreaves N D. The radio-frequency birefringence of polar ice. *Journal of Glaciology*, 1978, **21**(85):301~313
- [18] Matsuoka T, Fujita S, Morishima S, et al. Precise measurement of dielectric anisotropy in ice Ih at 39GHz. *Journal of Applied Physics*, 1997, **81**(5):2344~2348
- [19] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法(第二版), 西安电子科技大学出版社, 2005
- Ger D B, Yan Y B. Finite-difference time-domain method for electromagnetic waves (second edition). Xidian University Press, 2005
- [20] Fang J, Wu Z. Generalized perfectly matched layer—an extension of berenger's perfectly matched layer boundary condition. *IEEE Microwave and Guide Wave Letters*, 1995, **5**(12):451~453

(本文编辑 胡素芳)