

王文睿,李 斐,鄢建国等.月球重力异常的小波多尺度分析.地球物理学报,2009,52(7):1693~1699,DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.003

Wang W R, Li F, Yan J G, et al. Wavelet multi-scale analysis on gravity anomaly and inner structure of the Moon. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(7):1693~1699,DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.003

## 月球重力异常的小波多尺度分析

王文睿<sup>1</sup>,李 斐<sup>1,2\*</sup>,鄢建国<sup>2</sup>,柯宝贵<sup>3</sup>

1 武汉大学测绘学院,武汉 430079

2 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,武汉 430079

3 中国测绘科学研究院,北京 100039

**摘 要** 本文将小波多尺度分析引入月球重力场的研究,选取测量数据质量较好的月球近区作为实验区域,以“Clementine”探测器获得的自由空气重力异常作为原始数据对主要月海盆地进行了局部的重力异常分解,解释了月球内部基本分层结构,并利用主要月海盆地的实验结果分析了月海下部质量异常以及莫霍面的起伏形态,与已有研究成果进行比较证明了方法的适用性及结果的合理性.

**关键词** 多尺度分析,重力异常分解,月海盆地,莫霍面

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.07.003

中图分类号 P223

收稿日期 2008-09-30,2008-11-05 收修定稿

### Wavelet multi-scale analysis on gravity anomaly and inner structure of the Moon

WANG Wen-Rui<sup>1</sup>, LI Fei<sup>1,2\*</sup>, YAN Jian-Guo<sup>2</sup>, KE Bao-Gui<sup>3</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 State Key Laboratory for Information Engineering in Surveying,

Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100039, China

**Abstract** Wavelet multi-scale analysis is applied to the research on lunar gravity field and the explanation of lunar inner structure. In this paper, the nearside of the Moon with higher quality data is chosen as the test area, and free air gravity data from "Clementine" mission are used as original data to decompose gravity of some specific mare basins. With the results of numerical test, we also explain the hierarchical structure of the Moon, analyze the thickness of mare fillings and the Moho topography under mare basins, and verify the results by comparisons.

**Keywords** Multi-scale analysis, Decomposition of gravity anomaly, Mare basin, Moho

## 1 引 言

由于测量手段和测量精度的局限,重力异常成为月球探测最常用的数据源.目前月球重力数据主要来自于卫星测量,它们是月球各圈层结构及延拓效应的综合反映,因此不能直接与月球内部结构建

立明确的对应关系,要利用重力异常反演月球内部结构,必须引入其他类型的测量数据以及适宜的数据处理方法.

迄今为止,研究月球内部结构的手段主要包括月球热磁观测、对月激光测距、月震观测等<sup>[1]</sup>,其中以月震观测最为有效和直接.然而,月震具有开始突然、能量小、多集中于月球近区的中低纬度等局限

基金项目 国家自然科学基金项目(40674005)资助.

作者简介 王文睿,女,1984年生,主要研究方向为月球物理大地测量. E-mail: wangwruiyx@163.com

\* 通讯作者 李 斐, E-mail: fli@whu.edu.cn

性,并且由 Apollo11、12、14~17 号携带的测震仪组成的测震网覆盖范围及工作时间有限(截止至 1977 年)造成可用月震数据有限,这使得重力异常在内部构造研究中的潜力逐渐发挥出来.如果能够实现重力异常的合理分解,在月球内部圈层结构与重力异常分量之间建立较为准确的对应关系,则可能利用重力异常间接获得更为丰富的月球内部结构信息.

几十年来,位场的分离主要应用传统方法如趋势分析、滑动平均、带通滤波、解析延拓、导数法等<sup>[2]</sup>,这些方法多依赖于区域场和局部场的划分,而这种划分常常具有一定的主观随意性.因此,当需要对重力异常进行多尺度分解时,传统方法的不足即显现出来.

1987 年 Mallat 提出小波多尺度分析的思想,由于其能够将空间分解为一系列不同分辨率的子空间,并将原函数分解为不同子空间上的投影,因此为重力异常多尺度分解提供了有利的工具.1997 年,国内学者侯遵泽、杨文采对中国大陆的整体布格异常进行了多尺度分解及解释<sup>[3]</sup>,随后,针对不同区域的重力异常分解及地质解释相继被提出,小波多尺度分析在地球重力异常分解及内部构造的研究中已得到了很好的应用.

目前,广泛应用的月球重力数据主要来源于美国 1994 年发射的 Clementine 月球探测器以及 1998 年发射的 Lunar Prospector 探测器.其中,利用 Clementine 提供的测高数据计算得到的地形模型 GLTM 系列以及重力模型 GLGM 系列仍是科学界使用较普遍的模型,而利用 LP 数据计算所得的 LP165P 及 LP150Q 重力模型是迄今阶次及精度最高的月球重力场模型系列.由于月球重力异常是目前所能获得的了解月球构造的最重要信息源,因此,可以考虑将小波多尺度分析应用于月球重力场分析,以期获得较好的分解结果,进而为月球内部的地质分层结构提供对应的解释.

本文利用小波多尺度分析,并结合已有研究成果,对月球近区几个主要月海盆地的重力异常进行了分解,对实验结果进行了解释.

## 2 月球近区重力异常的小波多尺度分析

### 2.1 多尺度分析的概念及相关算法

多尺度分析的主要思想是将空间  $L^2(R)$  分解为一系列具有不同分辨率的子空间,该子空间序列的极限即为  $L^2(R)$ ,并将  $L^2(R)$  中的函数描述为一

系列近似函数的逼近极限,其中每个近似函数都是原函数在不同分辨率子空间上的投影.

目前应用于小波多尺度分析的常见算法为 Mallat 提出的塔式分解与重构算法,其地位相当于快速傅里叶变换在经典傅里叶分析中的地位. Mallat 算法的原理及流程在有关小波的文献中多有介绍<sup>[4]</sup>.

母函数的选取是小波分析的重点,选取不同的母函数可使相应的小波变换体现不同的信息特征.根据小波母函数的性质,一般希望选取紧支撑、对称、正则性好以及消失矩高的母函数,但基于 Heisenberg 测不准原理,严格满足这些要求的函数并不存在.因此,考虑到重力异常多尺度分解对小波母函数完备正交性的基本要求,兼顾局部分析中要求的紧支性和高消失矩等性质,参照李健等 2001 年对模拟实验结果进行分析提出一套重力场数据处理的小波母函数选择方案<sup>[5]</sup>,本文选取双正交小波 bior3.5 为母函数,并利用 Mallat 塔式算法进行多尺度分析.由于 Mallat 算法在相邻的离散逼近和离散细节之间建立起相应的双尺度方程,能够快速计算出各尺度下的逼近和细节,因此极大提高了多尺度分析的效率.

### 2.2 月球近区重力异常多尺度分析的模拟实验

为了讨论多尺度分析在月球上应用的可能性,首先利用理论模型进行了模拟实验.根据 Goins 等于 1981 年分析月球深震数据得到的月球内部构造模型<sup>[1]</sup>(图 1),以及 Wiczorek 和 Phillips 于 1997 年提出的月壳双层模型<sup>[6]</sup>,本文在月表以下 10 km、30 km、100 km 处分别设置密度异常为  $0.1 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$ 、 $0.2 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$  与  $0.7 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$  不规则形状异常体,代表上、下月壳及上月幔可能产生重力异常的来源,在 50 km 深度处设置密度  $0.5 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$  的界面作为产生区域重力场的莫霍面,利用 Geomodel 软件正演得

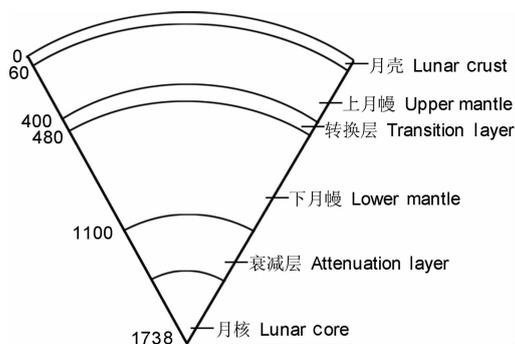


图 1 月球内部结构模型<sup>[1]</sup>(单位: km)

Fig. 1 Inner structure model of the Moon<sup>[1]</sup>(unit: km)

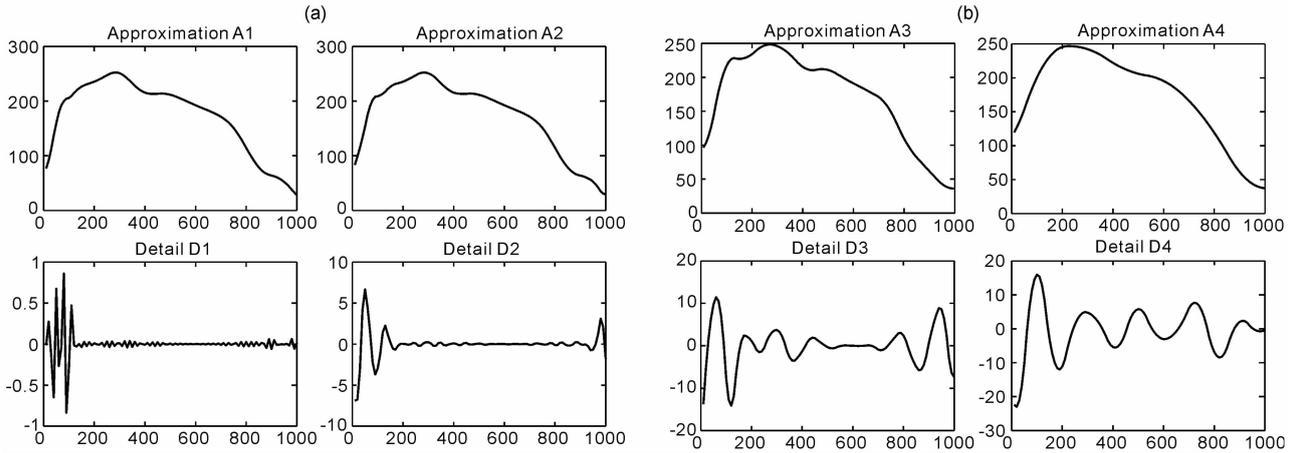


图3 (a)一阶、二阶小波逼近图像与细节图像;(b)三阶、四阶小波逼近图像与细节图像

Fig. 3 (a) The 1st and 2nd wavelet approximation and details; (b) The 3rd and 4th wavelet approximation and details

到该模拟区域的重力异常曲线(图2)。再利用一维小波多尺度分析进行尺度为4的分解重构得到小波逼近曲线和细节曲线(图3)。

图3a为一、二阶小波逼近图像和细节图像,图3b为三、四阶小波逼近图像和细节图像。从图中可以看出,一、二阶细节曲线振幅剧烈的位置分别对应于图2中上、下月壳质量异常体的位置,因此能够反映由上、下月壳质量异常体产生的重力异常,并且分解的尺度越低则反映的场源深度越浅;三阶细节图像中,曲线在上月幔质量异常体的对应位置出现了振动,反映出上月幔质量异常体产生的重力异常;四阶小波逼近图像的曲线走势与图2中模拟莫霍面的起伏形态非常接近,很好地反映出由莫霍面起伏产生的区域重力异常。对比三阶和四阶逼近图像还可看出,如果在深度较大的月幔层中不存在足以改变区域重力场的较明显的质量异常体,则三阶小波逼近图像已能够很好地反映出莫霍面的起伏形态。

对于二维平面条件下的重力异常小波多尺度分析,侯遵泽、杨文采<sup>[3]</sup>和陈冰<sup>[2]</sup>均在其论文中给出了模拟仿真实验,证明二维平面小波多尺度分析同样能够有效分解和重构三维空间地质体产生的重力异常。

上述一维直线与二维平面情况下的小波多尺度分析,仅适用于面积不大、曲率影响可以忽略的局部区域,而当区域面积增大须考虑曲率影响时,利用一维直线或二维平面小波分析将不可避免地产生边缘效应。固然可将大面积区域进行划分,进行逐个分解后合并,但有时为保持研究的整体性,须考虑引入更适合球面区域的小波分析方法。球面小波即为一种

适用于球面有限域的小波。

球面小波母函数是由小波母函数经过球面上的旋转和伸缩形成:

$$\psi_{j,\eta} = D_j R_\eta \psi_1, \quad (1)$$

其中,  $\{D_j | j \in \mathbf{N}\}$  和  $\{R_\eta | \eta \in \Omega\}$  分别为伸缩算子和旋转算子,  $\psi_1$  为原始小波母函数,  $\psi_{j,\eta}$  为球面小波母函数。

重力异常的球面小波多尺度分解可以表示为

$$g = \bar{g} + \sum_{i=i'}^l \omega g_i, \quad (2)$$

其中,  $g$  为原始重力异常,  $\bar{g}$  和  $\omega g_i$  分别为球面小波的逼近部分和细节部分。

由公式(2)可以看出,除了小波母函数外,球面小波多尺度分解与平面小波具有相近的表达形式。根据 Schmidt 等利用地球重力场数据进行的球面小波多尺度分解实验<sup>[7~9]</sup>,可以证明球面小波对于曲率影响不可忽略的大面积区域内的重力位及重力异常的分解是有效的。

### 3 月海盆地重力异常的小波多尺度分析

为了利用小波对月球表面重力异常进行分解并研究月球内部结构,我们分别以月球正面四个具有代表性的月海盆地作为实验区域,选择  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  Clementine 自由空气重力异常作为原始数据,根据李健等于2001年提出的重力场数据处理的小波母函数选择方案<sup>[5]</sup>,以 bior3.5 为母函数,对不同面积的月海盆地,分别进行不同阶次的小波多尺度分解,直到分解后的逼近图像中不再包含小尺度的局部重力异常信息。四个月海盆地中,面积较大的

Imbrium 和 Serenitatis 盆地对应的分解截止阶次为 5, 面积较小的 Crisium 和 Humorum 盆地对应的分解截止阶次为 4. 四个月海盆地在月固坐标系中的平均经纬度以及直径见表 1.

表 1 月海盆地经纬度及覆盖范围

Table 1 The locations and diameters of the maria referred

名称	纬度	经度	直径(km)
Imbrium	32.8°N	15.6°W	1123.0
Serenitatis	28.0°N	17.5°E	707.0
Crisium	17.0°N	59.1°E	418.0
Humorum	24.4°S	38.6°W	389.0

月球近区的原始重力异常分布及四个月海盆地的小波多尺度分解结果见图 4 和图 5. 其中, 图 4 为 Clementine 探测器测得的  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  自由空气重力异常分布图. 图 5(a~d) 分别为月球近区 Imbrium, Serenitatis 盆地的五阶小波逼近图像和五阶细节图像以及面积较小的 Crisium 和 Humorum 盆地的四阶小波逼近图像和四阶细节图像.

由于月表的自由空气重力异常可看作是上、下月壳质量异常体引起的局部重力异常以及莫霍面起伏产生的区域重力异常的综合, 因此, 对于自由空气重力异常的多尺度分解即为对月球重力场的三重分解. 依据杨文采等 2001 年的论文阐述<sup>[10]</sup>, 下月壳异常体产生的重力异常将比上月壳异常体产生的重力异常尺度大一个阶次, 而莫霍面起伏产生的重力异常至少比下月壳异常体产生的重力异常大一个阶次, 由此可以对图 5(a~d) 进行定性分析. 由于分解后得到的四阶、五阶逼近图像不再包含小尺度的局部信息, 因此能够反映莫霍面起伏产生的区域重力异常; 而与此对应的同阶次细节图像则基本反映出下月壳异常体产生的局部重力异常.

然而, 仅根据多尺度分解所得的小波逼近图像与细节图像, 无法直观准确地反映场源的深度信息, 也无法对内部结构进行进一步解释. 依据 Cianciara 于 1976 年提出的理论<sup>[11]</sup>, 在满足一定假设条件的前提下, 场源深度与功率谱之间存在一定的相关关系, 从而可以由功率谱曲线的斜率计算出相应场源的平均埋深.

将功率谱计算公式用于对各盆地的逼近图像及细节图像进行定量分析, 结果表明, Crisium 和 Humorum 盆地的四阶小波逼近图像反映出深度约 60 km 的质量异常体, 对应于 Goins 模型中的莫霍面起伏<sup>[1]</sup>; 而四阶细节图像则反映出约 33 km 的质

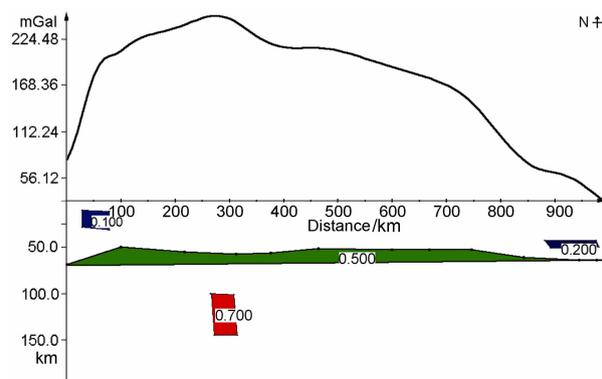


图 2 模拟区域重力异常

横坐标代表剖面的水平距离, 横坐标上部为重力异常坐标系, 纵坐标数值对应于各点的重力异常; 横坐标下部为质量异常埋深坐标系, 纵坐标数值对应于各点的埋深.

Fig. 2 Simulated local gravity anomaly

The horizontal axis represents the horizontal distances. The solid line above horizontal axis represents the gravity anomaly of each point, valued by vertical axis above. The vertical axis below the horizontal axis represents the depth of mass anomalies.

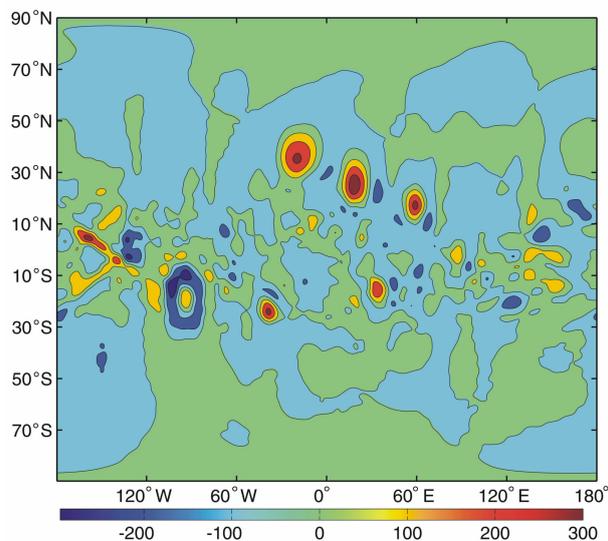


图 4 原始自由空气重力异常图(单位: mGal)

Fig. 4 Original free air gravity anomaly map (unit: mGal)

量异常体, 对应于 Wieczorek 和 Phillips 月亮双层模型中的下月壳深度<sup>[6]</sup>. Imbrium 和 Serenitatis 盆地的五阶逼近图像对应着深度大于 61 km 的异常体, 五阶细节图像对应着深度约 34.3 km 的异常体, 与 Crisium 和 Humorum 盆地的四阶分解结果基本实现了统一, 同时验证了 2.2 节的定性分析结论.

图 5(a1~d1) 的四张小波逼近图像中, 在月海盆地位置均出现了明显的等值线圈闭, 说明至少在实验涉及到的四个月海盆地以下的莫霍面存在较剧烈的起伏, 整体趋势与重力异常圈闭的分布状态吻

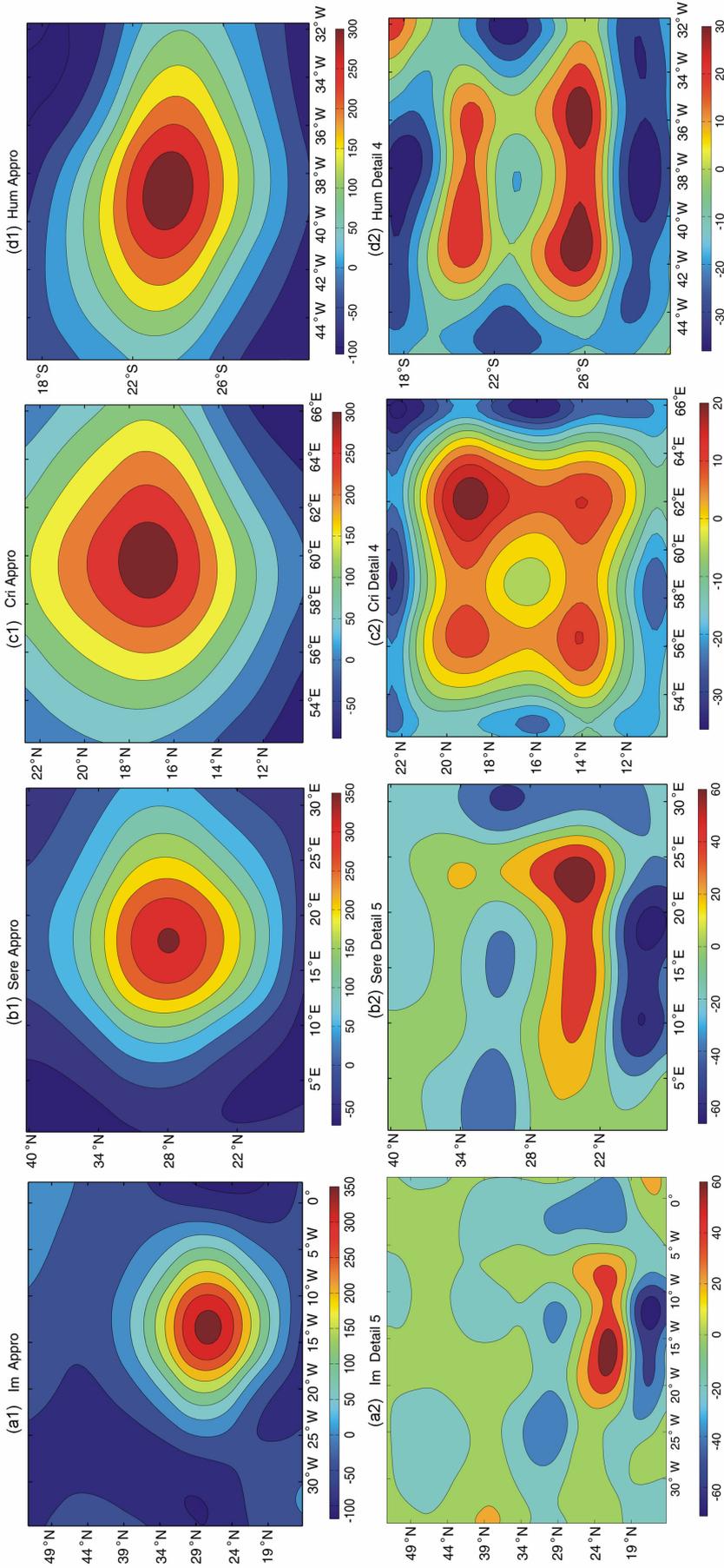
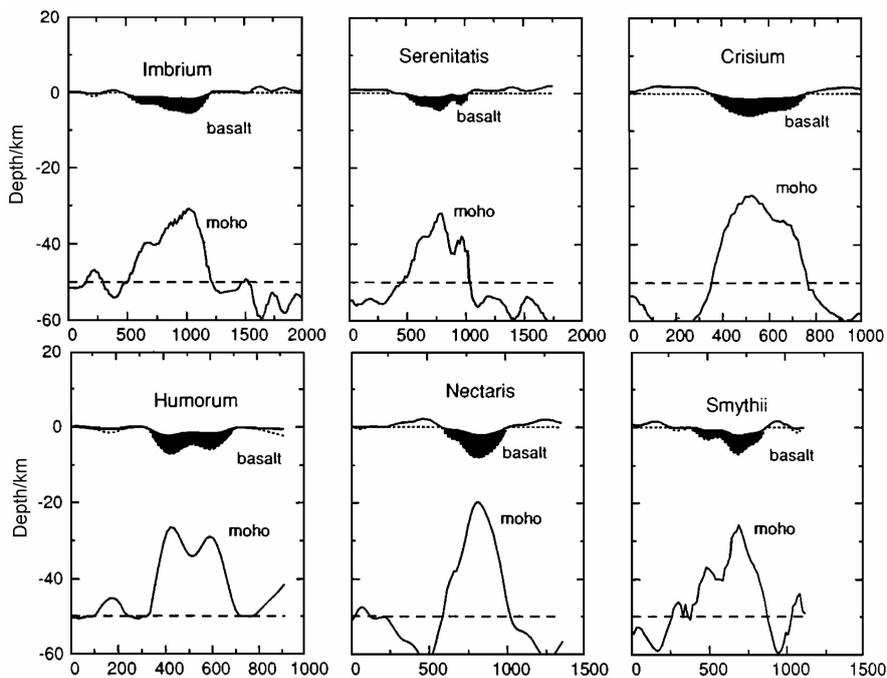


图5 (a1, a2) Imbrium 盆地重力异常的五阶小波逼近图像和五阶细节图像; (b1, b2) Serenitatis 盆地重力异常的五阶小波逼近图像和五阶细节图像; (c1, c2) Crisium 盆地重力异常的四阶小波逼近图像和四阶细节图像; (d1, d2) Humorum 盆地重力异常的四阶小波逼近图像和四阶细节图像 (单位: mGal)

Fig.5 (a1, a2) The 5th approximation and 5th details of gravity anomalies in Imbrium Basin; (b1, b2) The 5th approximation and 5th details of gravity anomalies in Serenitatis Basin; (c1, c2) The 4th approximation and 4th details of gravity anomalies in Crisium Basin; (d1, d2) The 4th approximation and 4th details of gravity anomalies in Humorum Basin (unit: mGal)

图 6 月海盆地剖面构造模型 (Arkani-Hamed, 1998)<sup>[12]</sup>Fig. 6 Thickness of mare fillings and structure beneath the maria (Arkani-Hamed, 1998)<sup>[12]</sup>

合,这与 Arkani-Hamed 利用月面地形、月壳和重力进行三维解析延拓给出的莫霍面起伏形状图(图 6)一致<sup>[12]</sup>.这些等值线圈内重力异常值迅速增大,最大值达到 300~350 mGal,与月球表面自由空气重力异常具有相同量级,并且大于下月壳中异常体产生的重力异常的量级,说明在月海盆地所处区域的月表重力异常主要受莫霍面起伏的影响.而在图 5(a2~d2)的四张细节图像中,重力异常分布状态较为复杂.等值线圈闭数量增加,圈闭面积与内部重力异常数值都有大幅度衰减,重力异常绝对值均小于 100 mGal.对比图 5(a~d)四个盆地的小波逼近图像与细节图像还可看出,在月海下部莫霍面起伏最为剧烈的区域,其相应位置周围的下月壳中均分布有质量异常体.这在下月壳和莫霍面之间形成极为特殊的对应关系. Arkani-Hamed 在其示意图(图 6)中同样显示了这种对应关系,这也为我们采用的多尺度分析方法提供了一定的理论支持.

## 4 结 论

本文利用小波多尺度分析的方法,针对月球重力异常的特点,选择了目前有可靠数据的月球近区四个主要月海盆地作为研究对象,对月球重力异常在不同覆盖范围进行了解析,并针对实验结果进行了分析,得到如下结论:

(1)对月球近区参与实验的四个主要月海盆地内部的分层结构、质量异常以及莫霍面起伏进行了解释,并与目前已有的研究成果进行了比对.

(2)初步证实实验涉及的月球近区的四个主要月海盆地,浅层月壳密度分布不均匀,重力异常出现的范围较小且多为小尺度异常;盆地下部的质量异常体主要分布于下月壳的深度范围内.

(3)月海盆地下部的莫霍面起伏趋势与 Arkani-Hamed 1998 年给出的起伏趋势图较为吻合;而在月海盆地下部莫霍面起伏最为剧烈的地区,在相应位置的下月壳中均分布有形状相似的质量异常体.

(4)验证了小波多尺度分析在月球上的适用性以及实验结果的合理性.

(5)虽然小波多尺度方法在母函数选取以及截止阶次的确定方面还需要进一步研究,且利用多尺度分析的结果解释月球内部构造所能达到的精度有限,但相对于一些传统的反演方法,小波多尺度分析具有传统方法不具备的优势,尤其适用于具有多尺度特性的重力场分解及地质解释的研究中.另外,在重力场信息较为缺乏的月球大地测量及月球物理领域,小波多尺度分析也提供了一种可行性较高的研究手段.

## 参考文献(References)

- [1] 占 伟.应用 LP165P 模型研究月球内部构造[硕士学位论文].中国科学院研究生院,2007  
Zhan W. Studying the inner structure of the moon by LP165P

- [Master's thesis] (in Chinese). Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2007
- [2] 陈冰. 南海东北部新生代沉积盆地基底的地球物理特征及其地质解释[博士论文]. 同济大学, 2004  
Chen B. Geophysical features and geological interpretation of Cenozoic sedimentary basin basement in the northeast area of South China Sea [Ph. D. thesis] (in Chinese). Tongji University, 2004
- [3] 侯遵泽, 杨文采. 中国重力异常的小波变换与多尺度分析. 地球物理学报, 1997, **40**(1): 86~95  
Hou Z Z, Yang W C. Wavelet transform and multi-scale analysis on gravity anomalies of China. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1997, **40**(1): 86~95
- [4] Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Trans., Acoustic Signal Speech Process*, 1989, **37**: 2091~2110
- [5] 李健, 周云轩, 许惠平. 重力场数据处理中小波母函数的选择. 物探与化探, 2001, **25**(6): 410~417  
Li J, Zhou Y X, Xu H P. The selection of wavelet generating functions in data-processing of gravity field. *Geophysical and Geochemical Exploration* (in Chinese), 2001, **25**(6): 410~417
- [6] Wiczorek M A, Phillips R J. The structure and compensation of the Lunar highland crust. *Journal of Geophysical Research*, 1997, **102**(E5): 10933~10943
- [7] Schmidt M, Fabert O, Shum C K, et al. Gravity field determination using multiresolution techniques. [http://earth.esa.int/workshops/goce04/participants/126/paper\\_schmidt\\_et\\_al.pdf](http://earth.esa.int/workshops/goce04/participants/126/paper_schmidt_et_al.pdf)
- [8] Schmidt M, Fabert O, Shum C K. On the estimation of a multi-resolution representation of the gravity field based on spherical harmonics and wavelets. *Journal of Geodynamics*, 2005, **39**: 512~526
- [9] Schmidt M, Fengler M, Mayer-GuRR T, et al. Regional gravity modeling in terms of spherical base functions. *Journal of Geodesy*, 2007, **81**: 17~38
- [10] 杨文采, 施志群, 侯遵泽等. 离散小波变换与重力异常多重分解. 地球物理学报, 2001, **44**(4): 534~541  
Yang W C, Shi Z Q, Hou Z Z, et al. Discrete wavelet transform for multiple decomposition of gravity anomaly. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2001, **44**(4): 534~541
- [11] Cianciara B, Marcar H. Interpretation of gravity anomalies by means of local power spectra. *Geophysical Prospecting*, 1976, **24**: 273~286
- [12] Arkani-Hamed J. The Lunar mascons revisited. *Journal of Geophysical Research*, 1998, **103**(E2): 3709~3739
- [13] 邱宁, 何展翔, 昌彦君. 分析研究基于小波分析与谱分析提高重力异常的分辨能力. 地球物理学进展, 2007, **22**(1): 112~120  
Qiu N, He Z X, Chang Y J. Ability of improving gravity anomaly resolution based on multiresolution wavelet analysis and power spectrum analysis. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2007, **22**(1): 112~120

(本文编辑 何燕)