汪枫,赵正予,常珊珊等.电离层人工调制在水平分层电离层中所激发的 ELF 波辐射.地球物理学报,2012,55(7):2167-2176, doi:10.6038/j.issn.0001-5733.2012.07.003.

Wang F, Zhao Z Y, Chang S S, et al. Radiation of ELF waves by ionospheric artificial modulation into a stratified ionosphere. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2012, 55(7):2167-2176, doi:10.6038/j.issn.0001-5733.2012.07.003.

# 电离层人工调制在水平分层电离层中 所激发的 ELF 波辐射

汪 枫<sup>1,2</sup>,赵正予<sup>1</sup>,常珊珊<sup>1</sup>,赵光欣<sup>2</sup>,青海银<sup>1</sup>

1 武汉大学电子信息学院空间物理系,武汉 430072

2 武汉纺织大学电子与电气工程学院,武汉 430200

摘 要 通过大功率 ELF/VLF 调幅高频波能有效地扰动低电离层,形成等效的 ELF/VLF 电离层虚拟天线,用来 辐射 ELF/VLF 波,所辐射出的低频信号可以进入中性大气层形成地球-电离层波导.本文基于调制加热模型,采用 全波有限元算法计算由人工调制电离层所形成的电偶极矩所辐射出的 ELF 波在水平分层电离层中的波场,计算 结果将与地面观测结果进行比较.模拟结果表明,所辐射出的 ELF 波在电离层中形成一个窄的准直波束,海面所 能接收到的 ELF 信号强度为 pT 量级,并且频率越低,海面所接收到的场强就越小,与 HAARP 实验数据一致.结 果还表明,低纬电离层对低频信号的传播衰减较大,并且所能透射出电离层的角度小,因此高纬地区更适合地球-电离层波导的激发.

**关键词** 电离层人工调制,ELF波,全波解,数值模拟,HAARP实验 doi:10.6038/j.issn.0001-5733.2012.07.003 **中图分类号** P352 **收稿日期** 2011-09-13

#### 收稿日期 2011-09-13,2012-02-29 收修定稿

# Radiation of ELF waves by ionospheric artificial modulation into a stratified ionosphere

WANG Feng<sup>1,2</sup>, ZHAO Zheng-Yu<sup>1</sup>, CHANG Shan-Shan<sup>1</sup>,

ZHAO Guang-Xin<sup>2</sup>, QING Hai-Yin<sup>1</sup>

1 Department of Space Physics, School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072, China 2 School of Electronic and Electrical Engineering, Wuhan Textile University, Wuhan 430200, China

Abstract Using powerful high-frequency radio waves modulated at ELF/VLF can efficiently modify the lower ionosphere which can act as an equivalent ELF/VLF virtual antenna for the generation of ELF/VLF waves which can propagate in the Earth-ionosphere waveguide. In this paper, based on the modulation model, a full-wave finite element method is used to calculate the field of the ELF waves radiated by the dipole moment which is produced by ionospheric artificial modulation in the stratified ionosphere and the calculated values are compared to the ground observation. The numerical modeling shows that these waves form a narrow collimated beam and the magnitude of field intensity of low frequency signals received on the sea is  $\sim pT$  which will become smaller when the frequency is lower and this result is in accordance with the laboratory

基金项目 国家自然科学基金项目(40804038)资助.

**作者简介** 汪枫,男,1983 年生,2011 年获得武汉大学电子信息学院空间物理专业理学博士学位,现为纺织大学电子与电气工程学院教师,主要从事电离层扰动方面的研究. E-mail: wangfeng\_whu@yahoo. com. cn

data from HAARP. The result also shows that it has stronger attenuation and small angel penetrating the ionosphere for the low signal at low latitude, so that the excitation of the Earthionosphere waveguide is easier at high latitude.

Keywords Ionospheric artificial modulation, ELF waves, Full wave method, Numerical simulation, HAARP experiment

## 1 引 言

ELF 和 VLF 波是无线电波频率中极具特点的频段.通过高频电波人工调制电离层电流所激发的 ELF/VLF 波一部分会进入地球-电离层波导,用以 实现对潜通信,地下目标探测等用途<sup>[1]</sup>,而另一部分 则会向上传播进入磁层,与磁层中的高能电子进行 相互作用<sup>[2-5]</sup>,使其沉降进入大气层.由于采用 ELF 调幅高频无线电波能更有效地对电离层进行调 制<sup>[6]</sup>,并由相关研究人员以及 DEMETER 卫星重点 采集并进行过研究分析<sup>[7-16]</sup>,所以本文将重点研究 所激发出的 ELF 波的传播问题.

因为低频波的一个波长很长,对于介质特性随 高度变化显著的低电离层来说,介质在一个波长范 围内的变化太大,因此,对于人工调制电离层激发的 低频信号,需要直接从 Maxwell 方程出发,来研究 低频波在不均匀介质中的传播问题,这一方法从理 论上能够给出任意介质中电磁波场的精细结构. Pitteway<sup>[17]</sup>(1965)曾用全波解的方法计算了电波在 低电离层中的波场、透射系数和反射系数,Wait<sup>[18]</sup> (1970)在《分层介质中的波》中系统地叙述了弹性波 和电磁波在分层介质中的传播理论,Tsuruda<sup>[19]</sup> (1973)则利用全波解的方法重点研究了 VLF 信号 在地面上所产生的效应, Nagano<sup>[20]</sup>(1975)利用改进 的矩阵运算方法来对不均匀介质中的波场进行求 解,Budden<sup>[21]</sup>(1985)对很多关于计算分层介质中场 的方法进行了总结,不过,其中有些方法都存在计算 不稳定性,这主要是由于全波解中存在消散波所造 成的,它们在垂直方向上的解都具有很大的虚部, Nygren<sup>[22]</sup>(1982)和 Lehtinen<sup>[23]</sup>(2007)采用递归的 方式计算反射系数从而克服了这个问题. 徐继生[24] (1989)通过全波解的方法研究过自然低纬哨声通过 低电离层传播的透射特性.

本文将在李凯<sup>[25]</sup> 通过解析解计算星载天线在 海面上产生的 VLF 波场强的方法基础上,结合 Nygren<sup>[22]</sup>和 Lehtinen<sup>[23]</sup>所给出的递归的方法来克 服消散波所引起的计算不稳定性,给出人工调制激 发 ELF/VLF 波在不均匀介质中的全波解数值模型.并通过与高纬地区电离层调制加热观测实验进行比较,验证该模型的正确性,模拟中还给出不同激发位置以及不用调制频率对所辐射出的低频波场的影响,从而分析低纬地区所辐射出的低频信号进入中性大气层形成地球-电离层波导的可能性.

#### 2 全波解计算模型

#### 2.1 背景模型

对于 65~120 km 的低电离层,电子密度与电子碰撞频率随高度变化十分显著,特别是对于低频 波段,在一个波长范围内变化很大,本文将低电离层 看成随高度变化的一维不均匀的各向异性的等离子 体.在 ELF 频段,海面接近于良导体,故把海面理想 化为导体,海面以及电离层中每层边界都理想化为 平行平面,将低电离层划分为 N 层,每层的边界为  $z_i$ , $i = 0,1, ..., M, z_0$  为海面, $z_1$  为电离层与中性大 气层的边界, $z_M$  为低电离层的上边界,每一层的厚  $b_i = z_{i+1} - z_i$ ,i = 0,1, ..., M - 1,且每一层  $F_i(z_i, z_{i+1})$ 的电离层参数,如介电张量  $\hat{\varepsilon}_i$  和电子碰 撞频率  $v_{ie}$ ,我们认为是均匀无变化的.本文所取的 相对磁导率  $\mu_r = 1$ ,电波时谐因子为  $e^{-i\omega t}$ .

模型中 z 轴为竖直向上,背景磁场 B 与 z 轴夹 角为 $\theta$ ,选取的 x 轴处于 z 轴与地磁场 B 所在的子 午面内,即南北向,由电离层加热所产生得辐射源理 想化为一水平电偶极矩,沿 y 轴方向,即东西向,该 背景模型的示意图如图 1 所示.

低电离层每一层*i*中的介电系数张量形式上相同,不同的是随高度变化:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i} = \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \left( I + \hat{\boldsymbol{\chi}}_{i} \right), \qquad (1)$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{\chi}}_{i} = -\frac{X_{e}}{U(U^{2} - Y^{2})}$$

$$\times \begin{bmatrix} U^{2} - Y^{2} \sin^{2}\theta & iYU\cos\theta & -Y^{2}\cos\theta\sin\theta \\ -iYU\cos\theta & U^{2} & iYU\sin\theta \\ -Y^{2}\cos\theta\sin\theta & -iYU\sin\theta & U^{2} - Y^{2}\cos^{2}\theta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\stackrel{\text{II}}{=} \Phi X = \omega^{2}/\omega^{2}, Y = \omega_{1}/\omega, Z = v_{1}/\omega, U = 1 + iZ.$$



图 1 背景模型示意图 Fig. 1 The background model scheme

ω 是电波的角频率,  $ω_p$  是等离子体频率,  $ω_H$  是电子的回旋频率,  $v_e$  是有效碰撞频率, i 表示虚部. (2)式 是第 *i* 层的电极化率矩阵. 它是由第 *i* 层的电子密 度、碰撞频率以及背景磁场的大小和方向所决定.

#### 2.2 人工调制所激发出的低频波场

调制加热电离层会引起电导率乃至电离层电流 的周期性扰动,从而在低电离层形成一个低频辐射 源来辐射调制频率及其频谱上的波.所以,需要考虑 源项来研究低频信号在低电离层中的传播问题.对 于任意指向的源来说,满足下式:

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_{i} = -i \hat{\omega} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i} \boldsymbol{E}_{i} + I dl \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_{0}) \\ \times [l_{i} \hat{x} + m_{i} \hat{y} + n_{i} \hat{z}], \qquad (3)$$

 $l_i, m_i, n_i$ 分别是 x, y, z 方向上的方向余弦, I 为电流.

这里将辐射源理想化为一东西向的水平电偶极 子,即沿 y 方向,取 z 轴为竖直向上方向, x 轴方向 使地磁场 B 在 x-z 平面,则  $l_i = 0, m_i = 1, n_i = 0$ , 所以 Maxwell 方程重新写成以下形式:

$$\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{E}_{i} = i \omega \mu_{0} \boldsymbol{H}_{i}, \\ \nabla \times \boldsymbol{H}_{i} = -i \omega \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{i} \boldsymbol{E}_{i} + \hat{y} I dl \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_{0}). \end{cases}$$
(4)

通过傅里叶变换然后展开消去 z 方向上的分量 的方法得到一个考虑了源项的矩阵形式<sup>[25-27]</sup>:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}_i}{\mathrm{d}\boldsymbol{z}} = -\mathrm{i}\boldsymbol{k}_0 \boldsymbol{T}_i \boldsymbol{V}_i + \boldsymbol{f}_{\mathrm{e}} \delta(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}_0), \qquad (5)$$

其中 $\mathbf{V}_i = [e_{ix}, e_{iy}, h_{ix}, h_{iy}]^T$ 表示 k 域中第 i 分层中 的波场分量. k<sub>0</sub> 是自由空间的波数,  $\mathbf{T}_i$  是一个 4×4 的矩阵,故有 4 个特征值和 4 个特征向量,它们由低 电离层第 i 分层的电参量决定<sup>[25-27]</sup>. 中性大气层将 它视为单独一层,介电系数不再是张量形式,即等于  $\varepsilon_0$ ,令所有的电极化率分量为 0,即可得到中性大气 层中的矩阵  $\mathbf{T}_0$ . 对于任意方向的源  $\mathbf{f}_e$  有<sup>[27]</sup>:

$$f_{e} = \frac{I dl \eta}{4\pi^{2}} \Big[ \frac{n_{i}k_{x}}{k_{0}(1+M_{zz})} \frac{n_{i}k_{y}}{k_{0}(1+M_{zz})} m_{i} - \frac{n_{i}M_{yz}}{1+M_{zz}} \Big]$$

$$l_i + \frac{n_i M_{xz}}{1 + M_{zz}} \Big]^{\mathrm{T}},$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}_{ks}}{\mathrm{d}\boldsymbol{z}} = -\mathrm{i}k_0 \boldsymbol{T}_k \boldsymbol{W}_{ks} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}\delta(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{z}_k), \qquad (6)$$

 $W_{ks}$  为在源高度  $z_{k}$  处的场满足傅里叶变换矢量式, 如下所示:

$$\begin{split} \mathbf{W}_{ks} &= U_{1ks} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{1k} (z-z_k)} \mathbf{W}^{(1)} \, u(z-z_k) \\ &+ U_{2ks} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{2k} (z-z_k)} \mathbf{W}^{(2)} \, u(z-z_k) \\ &+ D_{1ks} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{3k} (z-z_k)} \mathbf{W}^{(3)} \, u(z_k-z) \\ &+ D_{2ks} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{4k} (z-z_k)} \mathbf{W}^{(4)} \, u(z_k-z) \,, \end{split}$$

其中, u(x) 是 Heaviside 阶梯函数,  $n_{kj}$  和 $W^{(j)}$  是矩 阵  $T_k$  的特征值和特征向量,矩阵  $T_k$  不依赖于 z,当 存在损耗的时候,即碰撞频率不等于 0,这 4 个特征 值都是复数形式,根据复数的虚部对它们分类,虚部 为正的代表波在往上行方向传播中的衰减,虚部为 负的则表示波在下行方向传播中的衰减.根据这点,将每一层的波划分为两个上行波模和两个下行波 模,这里  $n_{k1}$  和  $n_{k2}$  对应上行波模,而  $n_{k3}$  和  $n_{k4}$  对应下 行波模,将(7)式带入(6)式有

 $U_{1ks}W^{(1)} + U_{2ks}W^{(2)} - D_{1ks}W^{(3)} - D_{2ks}W^{(4)} = f_{e},$ (8)

当矩阵  $T_k$  的特征值和特征向量确定后,即可由(14) 式求出这 4 个激励系数.  $U_{1k}$ , $U_{2k}$  对应于调制加热 所激发的上行波模的系数,记做  $U_{ks} = \begin{bmatrix} U_{1ks} \\ U_{2ks} \end{bmatrix}$ , $D_{1ks}$ ,  $D_{2ks}$  对应下行波模的系数,记做  $D_{ks} = \begin{bmatrix} D_{1ks} \\ D_{2ks} \end{bmatrix}$ .

另外,根据传播介质中的每一层都为4个特征 波的叠加,有

$$V_{i}(z) = U_{1i} W_{1i} e^{i k_{0} n_{1i}(z-z_{i})} + U_{2i} W_{2i} e^{i k_{0} n_{2i}(z-z_{i})}$$

+ $D_{1i}W_{3i}e^{ik_0n_{3i}(z=z_i)}$ + $D_{2i}W_{4i}e^{ik_0n_{4i}(z=z_i)}$ , (9) 其中 $n_{ji}$ 和 $W_{ji}$ 分别表示该层中矩阵 $T_i$ 的特征值和 特征向量(j=1,2,3,4). $U_{1i},U_{2i}$ 和 $D_{1i},D_{2i}$ 分别表 示第i层中的上行波模和下行波模的振幅.将(9)写 成矩阵形式为

$$V_i(z) =$$

$$\begin{bmatrix} W_{1i}^{(1)} & W_{2i}^{(1)} & W_{3i}^{(1)} & W_{4i}^{(1)} \\ W_{1i}^{(2)} & W_{2i}^{(2)} & W_{3i}^{(2)} & W_{4i}^{(2)} \\ W_{1i}^{(3)} & W_{2i}^{(3)} & W_{3i}^{(3)} & W_{4i}^{(3)} \\ W_{1i}^{(4)} & W_{2i}^{(4)} & W_{3i}^{(4)} & W_{4i}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1i} e^{ik_0 n_{i1}(z-z_i)} \\ U_{2i} e^{ik_0 n_{i2}(z-z_i)} \\ D_{1i} e^{ik_0 n_{i3}(z-z_i)} \\ D_{2i} e^{ik_0 n_{i4}(z-z_i)} \end{bmatrix} = W_i f_i,$$

(10)

其中, 
$$f_i = egin{bmatrix} U_{1i} \mathrm{e}^{\mathrm{i} k_0 n_{i1}(z-z_i)} \\ U_{2i} \mathrm{e}^{\mathrm{i} k_0 n_{i2}(z-z_i)} \\ D_{1i} \mathrm{e}^{\mathrm{i} k_0 n_{i3}(z-z_i)} \\ D_{2i} \mathrm{e}^{\mathrm{i} k_0 n_{i4}(z-z_i)} \end{bmatrix}$$
,  $W_{ji}^{(l)}$  是低电离层第  $i$  层

的第 j 个特征矢量的第 l 个分量.

由于电场强度 E 和电磁场强度 H 在每一层边 界处的水平分量是连续的,所以在  $z = z_i$  处,应有  $V_i(z)|_{z=z_{i+1}} = V_{i+1}(z)|_{z=z_i}$ ,故有

$$W_{i}f_{i}|_{z=z_{i+1}} = W_{i+1}f_{i+1}|_{z=z_{i+1}}, \qquad (11)$$

如果(11)两端乘以 $W_{i+1}$ ,则有

$$f_{i+1}|_{z=z_{i+1}} = W_{i+1}^{-1} W_i f_i|_{z=z_{i+1}}, \quad (12)$$
  
(12)表示由 *i* 层来计算第 *i* +1 层. 如果(17)两端

式(12)表示由 *i* 层来计算第 *i* +1 层. 如果(17)两端 乘以 *W*<sub>i</sub><sup>-1</sup>,则有

$$f_{i}|_{z=z_{i+1}} = W_{i}^{-1}W_{i+1}f_{i+1}|_{z=z_{i+1}}, \qquad (13)$$

式(13)表示由 *i*+1 层来计算第 *i* 层. 其中

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligne} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin$$

从 $f_i|_{z=z_{i+1}}$ 的表达式可以得到

$$\begin{bmatrix} U_{1i} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{i1}h_i} \\ U_{2i} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{i2}h_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{i1}h_i} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 n_{i2}h_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1i} \\ U_{2i} \end{bmatrix} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{u}} \boldsymbol{U}_i,$$

$$\begin{bmatrix} D_{1i} e^{ik_0 n_{i3} h_i} \\ D_{2i} e^{ik_0 n_{i4} h_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ik_0 n_{i3} h_i} & 0 \\ 0 & e^{ik_0 n_{i4} h_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{1i} \\ D_{2i} \end{bmatrix} = \boldsymbol{F}_d \boldsymbol{D}_i,$$
(14b)

其中

$$\begin{split} \boldsymbol{F}_{u} &= \begin{bmatrix} e^{ik_{0}n_{i1}h_{i}} & 0\\ 0 & e^{ik_{0}n_{i2}h_{i}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{F}_{d} = \begin{bmatrix} e^{ik_{0}n_{i3}h_{i}} & 0\\ 0 & e^{ik_{0}n_{i4}h_{i}} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{U}_{i} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{1i}\\ \boldsymbol{U}_{2i} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D}_{i} = \begin{bmatrix} D_{1i}\\ D_{2i} \end{bmatrix}. \end{split}$$

我们令 $A_i = W_{i+1}^{-1}W_i$ , $B_i = W_i^{-1}W_{i+1}$ ,并将它们 分别表述为4个4×4的子矩阵构成的形式:

$$m{A}_i = egin{bmatrix} A_{1i}^{(1)} & A_{2i}^{(1)} & A_{3i}^{(1)} & A_{4i}^{(1)} \ A_{1i}^{(2)} & A_{2i}^{(2)} & A_{3i}^{(2)} & A_{4i}^{(2)} \ A_{1i}^{(3)} & A_{2i}^{(3)} & A_{3i}^{(3)} & A_{4i}^{(3)} \ A_{1i}^{(4)} & A_{2i}^{(4)} & A_{3i}^{(4)} & A_{4i}^{(4)} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} A_{i,UU} & A_{i,UD} \ A_{i,DD} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_{i} = \begin{bmatrix} B_{1i}^{(1)} & B_{2i}^{(1)} & B_{3i}^{(1)} & B_{4i}^{(1)} \\ B_{1i}^{(2)} & B_{2i}^{(2)} & B_{3i}^{(2)} & B_{4i}^{(2)} \\ B_{1i}^{(3)} & B_{2i}^{(3)} & B_{3i}^{(3)} & B_{4i}^{(3)} \\ B_{1i}^{(4)} & B_{2i}^{(4)} & B_{3i}^{(4)} & B_{4i}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{i,UU} & \boldsymbol{B}_{i,UD} \\ \boldsymbol{B}_{i,DU} & \boldsymbol{B}_{i,DD} \end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{split} \boldsymbol{A}_{i,UU} &= \begin{bmatrix} A_{1i}^{(1)} & A_{2i}^{(1)} \\ A_{1i}^{(2)} & A_{2i}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A}_{i,UD} &= \begin{bmatrix} A_{3i}^{(1)} & A_{4i}^{(1)} \\ A_{3i}^{(2)} & A_{4i}^{(2)} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{A}_{i,DU} &= \begin{bmatrix} A_{1i}^{(3)} & A_{2i}^{(3)} \\ A_{1i}^{(4)} & A_{2i}^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A}_{i,DD} &= \begin{bmatrix} A_{3i}^{(3)} & A_{4i}^{(3)} \\ A_{3i}^{(4)} & A_{4i}^{(4)} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{B}_{i,UU} &= \begin{bmatrix} B_{1i}^{(1)} & B_{2i}^{(1)} \\ B_{1i}^{(2)} & B_{2i}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{i,UD} &= \begin{bmatrix} B_{3i}^{(1)} & B_{4i}^{(1)} \\ B_{3i}^{(2)} & B_{4i}^{(2)} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{B}_{i,DU} &= \begin{bmatrix} B_{1i}^{(3)} & B_{2i}^{(3)} \\ B_{1i}^{(4)} & B_{2i}^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{i,DD} &= \begin{bmatrix} B_{3i}^{(3)} & B_{4i}^{(3)} \\ B_{3i}^{(4)} & B_{4i}^{(4)} \end{bmatrix}. \end{split}$$

通过(14)和(15),方程(12)和(13)可以重新写为下 面的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{i+1} \\ \boldsymbol{D}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{i,UU} & \boldsymbol{A}_{i,UD} \\ \boldsymbol{A}_{i,DU} & \boldsymbol{A}_{i,DD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} \\ \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{i,UU} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} + \boldsymbol{A}_{i,UD} \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i} \\ \boldsymbol{A}_{i,DU} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} + \boldsymbol{A}_{i,DD} \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i} \end{bmatrix}, \quad (16)$$
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} \\ \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{i,UU} & \boldsymbol{B}_{i,UD} \\ \boldsymbol{B}_{i,DU} & \boldsymbol{B}_{i,DD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{i+1} \\ \boldsymbol{D}_{i+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i,DU} & \mathbf{B}_{i,DD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{i+1} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i,UU} \mathbf{U}_{i+1} + \mathbf{B}_{i,UD} \mathbf{D}_{i+1} \\ \mathbf{B}_{i,DU} \mathbf{U}_{i+1} + \mathbf{B}_{i,DD} \mathbf{D}_{i+1} \end{bmatrix}.$$
(17)

对于从辐射源激发出的上行的波模会受到每一 分层的上边界的反射,而对于下行的波模则会受到 每一层的下边界的反射,如图2所示,源以上区域



图 2 反射系数和传播波模递归计算的示意图 R up, L up 表示上行的左旋波和右旋波, R down 和 L down 表示下行的左旋波和右旋波.

Fig. 2 The recursive relations of reflection coefficient and propagation mode

(15b)

每层上边界会分别反射右旋波和左旋波,源以下区 域每层则是每层下边界对两种波模进行反射,每层 都由4个特征波构成,图中还给出了文中反射系数 以及波模计算的递归方向,图中的 z,是源的高度.

接下来求取反射系数和传播波模,首先我们设 源以上每层的反射系数和源以下每层的反射系数分 别为 **R**<sub>ui</sub> 和 **R**<sub>di</sub>,所以

$$\boldsymbol{R}_{ui} = \boldsymbol{D}_i / \boldsymbol{U}_i \quad k \leqslant i \leqslant M \tag{18a}$$

$$\boldsymbol{R}_{di} = \boldsymbol{U}_i / \boldsymbol{D}_i \quad 0 \leqslant i \leqslant k \tag{18b}$$

i=0是海平面, M 是低电离层最上层. 我们假设第  $M 层没有上边界, 则值存在上行波模, 因此 <math>R_{uM} =$ 0. 通过(17)式得到

$$U_{i} = F_{u}^{-1} (B_{i,UU} U_{i+1} + B_{i,UD} D_{i+1})$$
  
=  $F_{u}^{-1} (B_{i,UU} + B_{i,UD} R_{u(i+1)}) U_{i+1},$  (19)  
 $D_{i} = F_{d}^{-1} (B_{i,DU} U_{i+1} + B_{i,DD} D_{i+1})$ 

 $= F_{d}^{-1}(B_{i,DU} + B_{i,DD}R_{u(i+1)})U_{i+1}.$  (20) 用(20)式除以(19)式就得到辐射源以上每层由反射 系数  $R_{u(i+1)}$ 来递归计算  $R_{ui}$ 的递归关系:

$$R_{ui} = \frac{F_d^{-1}(B_{i,DU} + B_{i,DD}R_{u(i+1)})U_{i+1}}{F_u^{-1}(B_{i,UU} + B_{i,UD}R_{u(i+1)})U_{i+1}}$$
  
=  $(B_{i,UU} + B_{i,UD}R_{u(i+1)})^{-1}F_uF_d^{-1}(B_{i,DU} + B_{i,DD}R_{u(i+1)}),$   
(21)

这样就可以通过 R<sub>um</sub> 从上往下计算出源以上每层的 反射系数.

而对于海面上,我们认为是良导体,在 z=0 处 电场 E=0.则通过(10)不难得到

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_{EU0} & \boldsymbol{W}_{ED0} \\ \boldsymbol{W}_{HU0} & \boldsymbol{W}_{HD0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_0 \\ \boldsymbol{D}_0 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

其中 $\begin{bmatrix} W_{EU0} & W_{ED0} \\ W_{HU0} & W_{HD0} \end{bmatrix}$ 是矩阵 $T_0$ 的特征向量阵,这里

将里面的元素写成了 4 个 2×2 的子矩阵的形式.根 据(22)式可以得到

$$\boldsymbol{R}_{d0} = \frac{\boldsymbol{U}_0}{\boldsymbol{D}_0} = -\boldsymbol{W}_{EU0}^{-1}\boldsymbol{W}_{ED0}, \qquad (23)$$

同样,通过(16)式我们有

$$\boldsymbol{U}_{i+1} = \boldsymbol{A}_{i,UU} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} + \boldsymbol{A}_{i,UD} \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i}, \qquad (24)$$

$$\boldsymbol{D}_{i+1} = \boldsymbol{A}_{i,DU} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} + \boldsymbol{A}_{i,DD} \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i}.$$
(25)

我们用(24)式除以(25)式就得到辐射源以下每 层由反射系数 **R**<sub>di</sub> 来递归计算 **R**<sub>d(i+1)</sub> 的计算式:

$$\mathbf{R}_{d(i+1)} = \frac{\mathbf{U}_{i+1}}{\mathbf{D}_{i+1}} = \frac{\mathbf{A}_{i,UU}\mathbf{F}_{u}\mathbf{U}_{i} + \mathbf{A}_{i,UD}\mathbf{F}_{d}\mathbf{D}_{i}}{\mathbf{A}_{i,DU}\mathbf{F}_{u}\mathbf{U}_{i} + \mathbf{A}_{i,DD}\mathbf{F}_{d}\mathbf{D}_{i}}$$
  
=  $(\mathbf{A}_{i,UU}\mathbf{F}_{u}\mathbf{R}_{di}\mathbf{F}_{d}^{-1} + \mathbf{A}_{i,UD})(\mathbf{A}_{i,DU}\mathbf{F}_{u}\mathbf{R}_{di}\mathbf{F}_{d}^{-1} + \mathbf{A}_{i,DD})^{-1},$   
(26)

这样通过 R<sub>40</sub> 就可以从下往上计算出源以下每一层

的反射系数.通过获得的反射系数就可以计算每一层的波模振幅 $U_i$ 和 $D_i$ .对于源所在的第k层,通过(18)我们有

 $D_{uk} = R_{uk}U_{uk}$ ,  $U_{dk} = R_{dk}D_{dk}$ , (27) 其中 $U_{uk}$ ,  $D_{uk}$ 和 $U_{dk}$ ,  $D_{dk}$ 分别对应在 k 层由下往上 和由上往下传播所对应的波模, 它们分别会被每层 的上边界和下边界反射, 在无源的情况下,  $U_{uk} = U_{dk}$ , 当有源的时候, 还得考虑源的激励 系数, 于是我们有

 $U_{uk} = U_{dk} + U_{ks}, D_{dk} = D_{uk} + D_{ks},$  (28) 将(27)带人(28)我们可以得到

 $U_{uk} = (I - R_{dk}R_{uk})^{-1}(U_{ks} + R_{dk}D_{ks}),$  (29) 其中  $R_{dk}$  和  $R_{uk}$  已经通过前面反射系数的递归关系 求出,  $U_{ks}$  和  $D_{ks}$  根据人工调制模型<sup>[28]</sup>所形成的水 平电偶极矩也可以解出,因此就得到了  $U_{uk}$ , 再通过 (27),(28)和(29)就可以求出  $U_{dk}$ ,  $D_{uk}$  和  $D_{dk}$ . 另 外,通过(24)我们知道

$$\boldsymbol{U}_{i+1} = \boldsymbol{A}_{i,UU} \boldsymbol{F}_{u} \boldsymbol{U}_{i} + \boldsymbol{A}_{i,UD} \boldsymbol{F}_{d} \boldsymbol{D}_{i}$$

 $= (\boldsymbol{A}_{i,UU}\boldsymbol{F}_{u} + \boldsymbol{A}_{i,UD}\boldsymbol{F}_{d}\boldsymbol{R}_{ui})\boldsymbol{U}_{i}, \quad (30)$ 

根据(29)中的 *U*<sub>uk</sub> 就可以向上递归得到源以上 每层中的 *U*<sub>i</sub>.再利用(18a)就可以算出源以上每层 中的 *D*<sub>i</sub>.同样,我们可以根据(20)得到

$$\boldsymbol{D}_{i} = \boldsymbol{F}_{d}^{-1}(\boldsymbol{B}_{i,DU}\boldsymbol{U}_{i+1} + \boldsymbol{B}_{i,DD}\boldsymbol{D}_{i+1})$$

 $= \mathbf{F}_{d}^{-1}(\mathbf{B}_{i,DU}\mathbf{R}_{d(i+1)} + \mathbf{B}_{i,DD})\mathbf{D}_{i+1}.$  (31)

根据所求出的 **D**<sub>dk</sub> 就可以向下递归出源以下每 层中的 **D**<sub>i</sub>.再利用(18b)算出源以下每层中的 **U**<sub>i</sub>. 这样我们就得到了求解区域内每一层当中的 **U**<sub>i</sub> 和 **D**<sub>i</sub>,再通过(10)便可以求出每一层中的电场和磁场 强度的傅里叶变化,再对其作反傅里叶变换则可以 得到在 *r* 域中每一层当中的电场和磁场强度.

#### 2.3 相关处理

辐射源仅位于高度处所在的平面上,低电离层 上边界为 120 km,低频辐射源所在的高度为人工调 制电离层的中心高度 75 km<sup>[28-30]</sup>.对于这种算法,源 的位置可以位于电离层中的任意高度.模拟中我们 选取的变量不是传播矢量 k,而是 k/k₀,另外,由于 需要用到反傅里叶变换,所以得到的函数会是个周 期函数,为了能很好地反映场强的变化,k 的步长不 能取得太大,而且,由于在中性大气层中,如果 k 的 水平分量与 k₀ 相等时,会出现共振的情况,计算无 法进行,因此取的步长还得跳过 k₀ 这个点.本文的 背景磁场由国际地磁场模型确定,我们认为磁场强 度只和地理经纬度有关,不随高度变化,且认为磁场 只在 x=z 平面内,电子密度模型由 IRI2001 给出,碰 撞频率可以由调制加热模型<sup>[28]</sup>给出.

#### 3 数值模拟结果

#### 3.1 传播衰减

图 3 给出了  $k_x = 0$  时所计算出来的 4 个特征波 的  $n_z$  的情况,其中第一行分别是  $n_z(1)$  和  $n_z(2)$  的 实部和虚部,它们代表上行波,而第二行分别是  $n_z(3)$  和  $n_z(4)$  的实部和虚部,代表下行波, Im( $n_z$ ) 表示特征波的衰减情况.图中  $n_z(1)$  和  $n_z(3)$  的实 部相对于虚部来说要大很多,这两种波模可以有效 地向上以及向下传播,而对于  $n_z(2)$  和  $n_z(4)$  来说, 虚部很大,在传播过程中这两个波模很容易被衰减. 因此,对于在不均匀电离层中传播的四种波模来说, 只有  $n_z(1)$  和  $n_z(3)$  能有效地传播,它们传播方向 不一样,但是波模一致,这里重点讨论  $n_z(1)$ .图 4 给出了  $n_z(1)$  的虚部在不同加热地点随高度的变 化,四种不同颜色所代表的线段是背景磁场与 z 轴 的夹角 $\theta, \theta$ 越大也就意味着越接近赤道地区,故从 图中不难看出,随着纬度的降低, $n_z$ (1)的虚部越来 越大,即波的衰减越来越大.图5给出了在碰撞频率  $v=10^3$  s<sup>-1</sup>,D层平均电子浓度取 $N_e=2.5\times10^9$  m<sup>-3</sup>所 计算出的 $n_z$ (1)的虚部随 $\theta$ 角从0到180°的变化. 当 $\theta$ 角接近90°时,即背景磁场与水平面接近平行的 时候,电波将处于赤道地区附近, $n_z$ (1)的虚部急剧 增大,呈现一个峰值,也就是说,波在低纬地区电离 层中会受到急剧的衰减,很难向下传播到大气层.所 以,虽然赤道地区存在赤道电急流,能够形成低频辐 射源<sup>[28]</sup>,但辐射出的低频信号很难被地面接收到. 这可能也是电离层人工调制实验主要集中在中高纬 度地区的主要原因之一.

#### 3.2 海面上所能接收到的磁场强度

图 6 给出了在 x-z 平面内,0~120 km 的磁场 分布情况.可以看出,所激发的低频信号的能量主要 集中在 r=0 的附近,呈波束状,另外,整个波束的宽 度约等于 20 km,这与模拟中所选取的人工调制电 离层所形成的调制电流的典型尺度一致,并与实验 观测吻合<sup>[9,29]</sup>,说明调制的电流尺度与所激发的低



图 3  $k_x = 0$  时 4 个特征波在 z 方向上复折射指数  $n_z$  的实部和虚部随高度的变化 Fig. 3 The real part and the imaginary part of the complex refraction index change for altitudes at  $k_x = 0$ 



图 4  $n_z(1)$ 的虚部在不同加热地点随高度的变化 Fig. 4 The imaginary part of  $n_z(1)$  changes for altitude at different heating area







频信号波束宽度相关.从图中还可以看出,在 60 km 以下的中性大气层,磁场在源正下方一定范围内还 呈现出了强弱变化,这是由于地球-电离层波导所导 致的,随着传播距离的增加,波逐渐衰减,所以在较 远处磁场强度的强弱变化就不再明显.

图 7 给出的是海面上在水平方向上所能接收到 的磁场强度分布,第一副图是在 x 方向,即南北方 向上磁场强度 B<sub>x</sub> 的振幅,下面一副图则是 y 方向, 即东西方向上磁场强度 B<sub>y</sub> 的振幅,可以看出在加 热源的正下方约 40 km 左右所能接收到的磁场强 度较大,这是因为,当水平波数 k<sub>x</sub> 或 k<sub>y</sub> 增加时,波 从电离层向下边界的入射角增加,由于电离层的折 射指数远大于空气中的折射指数,当入射角增加,容 易产生"全反射",透射至中性大气层中的能量也会 大大减少<sup>[26]</sup>,所以,只有从辐射源垂直向下传播的 低频波比较容易透过低电离层到达中性大气层被地 面或者海面上的接收设备所接收到,所透射出的波 束能量通过反傅里叶变换转化到 r 域后,已在水平 尺度上展开,且磁场强度约在 pT 量级,这与 HAARP



Fig. 7 The magnetic field intensity on the sea

实验地面观测到的结果一致<sup>[29]</sup>.不过这并不意味着 只有在辐射源几乎正下方的位置才能接收到该低频 波,因为透射到中性大气层的低频信号可以在"地 球-电离层波导"中经多次反射传播到较远的区域.

#### 3.3 不同加热位置以及不同调制频率对磁场强度 的影响

根据 HAARP 实验描述的辐射源高度为 75 km<sup>[29]</sup>, 正处于电离层 D 层,通过电离层人工调制的模拟得 到的水平电偶极矩强度为  $Idl = 3.27 \times 10^5$  A · m,这 里假设它不随纬度变化,因为从低纬到高纬,自然电 场  $E_0$  变大,而电导率 Δσ 变小,综合后认为电流密度 随纬度的变化不大.

图 8 是频率 1875 Hz 时,在不同加热位置下模 拟计算得到海面上所能接收到的磁场幅度  $|B_x|$  和  $|B_y|$ ,这里  $\theta$ 选取了 4 个值,30°,45°,60°和 75°.从 图中可以看到,能量都是主要集中在辐射源正下方 的附近.另外,随着磁场 B 与 z 轴的夹角越来越大, 即随着加热位置越来越靠近低纬地区,海面上所产 生的场越来越小,这和之前得到的衰减的变化刚好 相吻合,因为越靠近低纬和赤道地区,波的衰减就越 强烈,磁场的强度都在 pT 量级,与实验观测到的数 量级相一致.

图 9 是  $\theta$ 选取 30°时,不同频率下辐射源在海面 上产生的磁场幅度  $|B_x|$  和  $|B_y|$ ,距辐射源相同 距离,频率较高的低频信号强度较大,这种变化趋势 在更远的距离下更为显著,可以看出 2000 Hz 的时 候,相对于 500 Hz 时的磁场幅度几乎增大了一个量 级,根据文献[9]和[29],HAARP 在 2005 和 2007 年两次实验中,位于辐射中心 36 km 的地基接收 站,接收到的低频信号,频率从0.5到2 kHz,磁感



(a) $B_x$ ; (b) $B_y$ .

Fig. 6 Distribution of the magnetic field intensity from south to north at  $0 \sim 120$  km



at different heating spots

应强度为 0.1pT 到 pT 量级,信号强度增加了约一 个量级,与本文的模拟结果一致.

### 4 结论和讨论

本文根据全波解理论建立了全波解数值模型, 并对由高频电波人工调制电离层所激发的 ELF 信 号在低电离层以及中性大气层中的波场进行了分



析.结果表明,文中所建立的全波解模型能较好地和 实验结果相吻合,在海面上所激发的低频信号的波 场振幅约在 pT 量级,对于激发出的向上传播的 ELF 波会形成波束,波束的宽度与调制电流的尺度 相当,对于所激发出的向下传播的 ELF 波会在中性 大气层中形成地球-电离层波导.随着纬度的降低, 电波的衰减越来越大,所能接收到的场也就越来越 小,另外,对于相同地理位置所激发出的 ELF 频段 的电磁波,频率越低,损耗越大,而且,在低纬地区, 低频信号所能透射出低电离层的角度十分有限,所 以,虽然低纬地区上空有天然形成的赤道电急流,通 过调制加热可以形成有效的辐射源,但是由于衰减 很大,所以能量损失很剧烈,因而也很难向下传播进 入地球-电离层波导.

本文的全波解模型中认为辐射源只处于某一平 面内,实际上辐射源在各个有效的加热区域层面上 都应该存在,应该考虑它们的叠加效应.而且辐射源 不仅仅是在东西方向上,在南北向同样应该存在,因 为加热所引起的调制区域是在空间上都有分布.另 外,虽然该模型能够给出南北向波场强的分布情况, 但是并没有考虑地球曲率的影响,并且认为电离层 参数只随高度变化,在今后的研究中,都需要重点考 虑,另外在地球-电离层波导中如何克服 *k*=*k*。的共 振情况还需要进一步改进.

#### 参考文献(References)

- [1] 夏明耀,陈志雨. 电离层人工调制的极低频辐射和在潜艇通信中的应用探讨. 电子科学学刊, 1995, 17(2): 125-133.
   Xia M Y, Chen Z Y. Investigation of ELF radiation generated by artificially modulated ionosphere and its applicability to communication to submarines. *Journal of Electronics* (in Chinese), 1995, 17(2): 125-133.
- [2] Inan U S, Bell T F, Helliwell R A. Nonlinear pitch angle scattering of energetic electrons by Coherent VLF waves in the magnetosphere. J. Geophys. Res., 1978, 83 (A7): 3235-3253.
- [3] Inan U S, Golkowski M, Carpenter D L, et al. Multi-hop whistler-mode ELF/VLF signals and triggered emissions excited by the HAARP HF heater. *Geophys. Res. Lett.*, 2004, 31(24): L24805, doi:10.1029/2004GL021647.
- [4] James H, Inan U S, Rietveld M T. Observations on the DE-1 spacecraft of ELF/VLF waves generated by an ionospheric heater. J. Geophys. Res., 1990, 95(A8): 12187-12195.
- [5] 李柳元,曹晋滨,周国成.哨声模波对高能电子槽区和外辐射带的调节作用.地球物理学报,2008,51(2):316-423.
  Li L Y, Cao J B, Zhou G C. Whistler-mode waves modify the high-energy electron slot region and the outer radiation belt. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, 51(2): 316-423.
- [6] Stubbe P, Kopka H, Dowden R L. Generation of ELF and VLF waves by polar electrojet modulation: Experimental results. J. Geophys. Res., 1981, 86(A11): 9073-9078.
- [7] James H G, Dowden R L, Rietveld M T, et al. Simultaneous observations of ELF waves from an artificially modulated auroral electrojet in space and on the ground. J. Geophys. Res., 1984, 89(A3): 1655-1666.
- [8] Rietveld M T, Stubbe P, Kopka H. On the frequency dependence of ELF/VLF waves produced by modulated

ionospheric heating. Radio Sci., 1989, 24(3): 270-278.

- [9] Platino M, Inan U S, Bell T F, et al. DEMETER observations of ELF waves injected with the HAARP HF transmitter. *Geophys. Res. Lett.*, 2006, 33(16): L16101, doi: 10. 1029/2006GL026462.
- [10] Papadopoulos K, Chang C L, Vitello P, et al. On the efficiency of ionospheric ELF generation. *Radio. Sci.*, 1990, 25(6): 1311-1320.
- [11] Barr R, Stubbe P. ELF radiation from the Tromsø "Super Heater" facility. Geophys. Res. Lett., 1991, 18(6): 1035-1038.
- [12] Barr R, Stubbe P. ELF harmonic radiation from the Tromsø heating facility. Geophys. Res. Lett., 1993, 20(20): 2243-2246.
- Barr R, Stubbe P. The 'Polar Electrojet Antenna' as a source of ELF radiation in the Earth-ionosphere waveguide.
   J. Atmos. Terr. Phys., 1984, 46(4): 315-320.
- [14] Barr R, Rietveld M D, Kopha H, et al. Extra-Low-Frequency radiation from the polar electrojet antenna. *Nature*, 1985, 317(6033): 155-157.
- [15] Ferraro A J, Lee H S, Allshouse R, et al. Characteristics of ionospheric ELF radiation generated by HF heating. J. Atmos. Terr. Phys., 1984, 46(10): 855-865.
- [16] Milikh G, Papadopoulos K, McCarrick M, et al. ELF emission generated by the HAARP HF-heater using varying frequency and polarization. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1999, 42(8): 639-646.
- [17] Pitteway M L V. The numerical calculation of wave-fields, reflexion coefficients and polarizations for long radio waves in the lower ionosphere I. *Phil. Trans. R. Soc. London, Ser.* A, 1965, 257(1079): 219-241.
- [18] Wait J R. Electromagnetic Waves in Stratified Media. 2nd ed. New York: Pergamon, 1970.
- [19] Tsuruda K. Penetration and reflection of VLF waves through the ionosphere: Full Wave calculations with ground effect.
   J. Atmos. Terr. Phys., 1973, 35(7): 1377-1405.
- [20] Nagano I, Mambo M, Hutatsuishi G. Numerical calculation of electromagnetic waves in an anisotropic multilayered medium. *Radio Sci.*, 1975, 10(6): 611-617.
- [21] Budden K G. The Propagation of Radio Waves, Press Syndicate of the University of Cambridge. 32 East 57th Street, New York, NY 10022, USA, 1985.
- [22] Nygre'n T. A method of full wave analysis with improved stability. *Planet. Space Sci.*, 1982, 30(4): 427-430, doi: 10. 1016/0032-0633(82)90048-4.
- [23] Lehtinen N G, Inan U S. Emission of ELF/VLF waves by a modulated electrojet upwards into the ionosphere and into the earthionosphere waveguide. *Eos. Trans. AGU*, 2007, 88 (52), Fall Meet. Suppl., Abstract SA11A-0297.
- [24] 徐继生,莫启绪.低纬哨声通过低电离层传播的透射特征——全波解.地球物理学报,1989,32(3):257-261.
   Xu J S, Mo Q X. Transmission characteristic of low latitude

whistlers through the lower ionosphere-Full wave method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1989, 32(3): 257-261.

- [25] 李凯,潘威炎. 非均匀电离层中 VLF 辐射源在海面上产生的场. 电波科学学报, 1998, 13(3): 265-269.
  Li K, Pan W Y. The VLF field on the sea surface generated by the transmitter antenna in the inhomogeneous ionosphere. *Chinese Journal of Radio Science* (in Chinese), 1998, 13 (3): 256-269.
- [26] 潘威炎. 卫星上的 VLF 发射装置在海面上产生的场. 空间科 学学报, 1996, 16(1): 62-70.
  Pan W Y. The VLF field on the surface of the sea generated by the spaceborne transmitter and antenna. *Chinese Journal* of Space Science, 1996, 16(1): 62-70.
- [27] 潘威炎. 长波超长波极长波传播. 成都: 电子科技大学出版 社, 2004.

Pan W Y. LF/VLF/ELF Wave Propagation (in Chinese).

Chengdu: Published by University of Electronic Science and Technology, 2004.

- [28] 汪枫,赵正予,张援农.低纬地区电离层电流的人工调制数 值模拟.地球物理学报,2009,52(4):887-894.
  Wang F, Zhao Z Y, Zhang Y N. Numerical modeling of ionospheric current artificial modulation at low latitude. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(4):887-894.
- [29] Piddyachiy D, Inan U S, Bell T F, et al. DEMETER observations of an intense upgoing column of ELF/VLF radiation excited by the HAARP HF heater. J. Geophys. Res., 2008, 113: A10308, doi: 10. 1029/2008JA013208.
- [30] Budilin L V, Getmantsev G G, Kapustin P A, et al. Localization of the altitude of nonlinear currents responsible for low- frequency emission in the ionosphere. *Radiofizika*, 1977, 20(1): 83-86.

(本文编辑 胡素芳)