文章编号:1003-207(2008)04-0030-06

不允许卖空情况下均值-方差和均值-VaR投资组合比较研究

张 鹏

(武汉科技大学管理学院,湖北武汉 430081)

摘 要:文章研究了不允许卖空情况的均值-方差和均值-VaR两种投资组合模型,并运用不等式组的旋转算法并结合序列二次规划法进行求解。最后,通过实证研究验证了上述算法的有效性。计算结果还表明,在不允许卖空情况下,均值-VaR投资组合的有效前沿为均值-方差投资组合有效前沿的子集;置信度越低,投资者越倾向于选择收益率大而风险也大的投资组合。

关键词:投资组合;不允许卖空;均值-VaR;序列二次规划;旋转算法

中图分类号:F830 文献标识码:A

1 引言

金融市场是一个极其复杂的系统,资产的收益和风险都是不确定的。如何实现收益最大化和风险最小化,从而实现资本的优化配置,历来都是受人关注的焦点。20世纪50年代,Harry. M. Markowitz (1952)使用方差度量投资的风险,提出了均值-方差投资组合模型[1-2]。但该模型不能够很好地满足实践的需求,许多学者试图寻求新的风险度量标准以及在新准则下的投资组合模型。20世纪80年代,针对不同类型的资产在度量风险时要使用不同方法这一缺陷,JP Morgan公司的风险管理人员提出了管理资产风险的VaR(Value at Risk)方法[3]。Alexander& Baptists(2002)将VaR与均值-方差联系起来分析,验证了均值-VaR投资组合选择标准与效用最大化的不一致性[4]。Consigli G(2002)研究了肥尾分布情况下均值-VaR投资组合模型[5]。国内也有许多学者,如,姚京和李仲飞(2004)[6],郭福华等(2004)[7],郭丹等(2005)[8],荣喜民等(2005)[9],安起光和王厚杰(2006)[10]等研究了均值-VaR投资组合模型,并探讨了其有效前沿的结构特征。

概括而言,这些研究都是针对允许卖空的情况。事实上,在投资过程中,允许卖空会加大投资者和金融市场的风险。因此一般情况下,不发达市场(如中国的证券市场)是不允许卖空的。此外,对于允许卖空的投资组合模型,采用解析的方法求解即可,但对于不允许卖空的模型,求解方法则要复杂得多。因此,针对中国证券市场的实际情况,研究不允许卖空投资组合模型及其最优化问题是很有必要的。在此,本文将运用不等式组的旋转算法并结合序列二次规划法求解不允许卖空情况下的均值-方差和均值-VaR两种投资组合模型。最后,通过实证研究验证算法的有效性以及比较两种模型的有效前沿。

2 符号及其说明

为了讨论问题的方便,我们在文中不考虑交易成本和税收,并假设资产无限可分。设有n种风险资产,第j种风险资产的收益率为R_j(随机变量),其期望值为$r_j = E(R_j)$,记$R = (R_1, R_2, \cdots, R_n)^T$,$r = (r_1, r_2, \cdots, r_n)^T$;协方差矩阵为$G = (\sigma_{ij})_{n\times n}$,$\sigma_{ij} = COV(R_i, R_j)$,$i, j = 1, 2, \cdots, n$。第$j$种风险资产的投资比例为$x_j$,$j = 1, 2, \cdots, n$,记$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$,$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$为资本预算约束;$e$表示分量全为1的$n$维列向量,则有$e^T x = 1$。在允许卖空情况下$x_j$可以小于0($i = 1, 2, \cdots, n$),在不允许卖空情况下$x_j$必须大于或等于0。投资组合的收益率为$R_p = R^T x = R_1 x_1 + R_2 x_2 + \cdots + R_n x_n$,其均值为$r_p$

收稿日期:2008-5-8;修订日期:2008-12-11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70471077);武汉科技大学校基金项目(2008XY33)
作者简介:张鹏(1975-),男(汉族),江西吉安人,武汉科技大学系管理学院讲师,工学博士,研究方向:投资分析与管理、最优化理论与方法.

$= r^T x$, 方差为 $\sigma_p^2 = x^T G x$。

3　不允许卖空情况下均值- 方差的投资组合优化

不允许卖空情况下均值- 方差投资组合模型为

$$\min x^T G x / 2$$

$$s.t.\begin{cases} r^T x \geqslant r_0 \\ e^T x = 1 \\ x \geqslant 0 \end{cases} \tag{1}$$

在模型(1) 中, 第一个约束条件表示投资者的期望收益率有一个最低标准, 也就是投资者有某个能够接受的最低收益率 r_0。第二个约束条件为资本预算约束, 即各资产投资比例之和为 1。第三个约束条件为非负约束条件, 即投资组合不允许卖空。由此可见, 模型(1) 的经济含义即是指, 在满足上述三个约束条件的前提下, 投资者应如何分配各种资产, 使投资组合的方差(风险) 最小。

模型(1) 为凸二次规划问题, 其库恩- 塔克(K - T) 条件为

$$\begin{cases} \sigma_{i1}x_1 + \cdots + \sigma_{in}x_n - \mu_1 r_i + \mu_2 \geqslant 0, i = 1, \cdots, n \\ r_1x_1 + \cdots + r_nx_n \geqslant r_0 \\ x_1 + \cdots + x_n = 1 \\ x_1 \geqslant 0, \cdots, x_n \geqslant 0, \mu_1 \geqslant 0 \\ (r_1x_1 + \cdots + r_nx_n)\mu_1 = 0 \\ (\sigma_{i1}x_1 + \cdots + \sigma_{in}x_n - \mu_1 r_i + \mu_2)x_i = 0, i = 1, \cdots, n \end{cases} \tag{2}$$

式中的 μ_1 和 μ_2 是模型(1) 的拉格朗日乘子。

不等式组(2) 的旋转算法的计算步骤如下[11- 13]:

步骤 1 建立初始表。初始基本不等式组由 $x_1 \geqslant 0, \cdots, x_n \geqslant 0, \mu_1 \geqslant 0, \mu_2 \geqslant 0$

构成, 其第 i 个系数向量是 $n+2$ 阶单位矩阵的第 i 行, 记为 e_i。初始基本解 $y^{(0)} = (0, \cdots, 0, 0, 0)^T$。其余(不) 等式是非基(不) 等式, 它们的系数向量 $g_i = (\sigma_{i1}, \cdots, \sigma_{in}, -r_i, 1)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$, $g_{n+1} = (r_1, \cdots, r_n, 0, 0)$, $g_{n+2} = (1, \cdots, 1, 0, 0)$。其偏差分别为: $\sigma_i = g_i y^{(0)} - 0 = 0$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$, $\sigma_{n+1} = g_{n+1}y^{(0)} - r_0 = -r_0$, $\sigma_{n+2} = g_{n+2}y^{(0)} - 1 = -1$。各非基向量的组合系数及其偏差如表 1 所示。

表 **1**　初始表

	e_1	…	e_n	e_{n+1}	e_{n+2}	σ_i
g_1	σ_{11}	…	σ_{1n}	$-r_1$	1	0
…	…	…	…	…	…	…
g_n	σ_{n1}	…	σ_{nn}	$-r_n$	1	0
g_{n+1}	r_1	…	r_n	0	0	$-r_0$
g_{n+2}	1	…	1	0	0	-1

步骤 2 预处理。进行两次旋转运算, g_1 入基 e_{n+2} 出基, g_{n+2} 入基 e_1 出基, 然后删掉入基向量 g_{n+2} 所在列和出基向量 e_{n+2} 所在行。

步骤 3 主迭代。

(i) 若所有非基向量的偏差为非负数, 停止计算, 当前基本解为最优解。否则

(ii) 以偏差最小的非基向量入基, 如果该行没有正元素, 原问题无可行解, 停止计算。若该行的对角元素为正, 以其为枢轴进行一次旋转运算, 转(i); 否则, 以该行的最大正元素及其对称元素为枢轴先后进行两次旋转运算, 转(i)。

4　不允许卖空情况下均值- VaR 的投资组合优化

VaR 即风险价值, 是指在一定的置信度下(概率水平), 某一金融资产或投资组合在未来特定的一段时间内最大的可能损失[4]。

定义 1　设投资组合的期望收益率为 r_p, 称

$$P(r_p < -\mathrm{VaR}) \leqslant 1 - c \tag{3}$$

为 VaR 约束, 其中 c 为常数$(1/2 \leqslant c \leqslant 1)$。

式(3) 表示投资组合的收益率超过- VaR 的概率不低于 c。

定理 1　当投资组合中的 n 种资产的收益率服从正态分布时, (3) 式可转变为

$$\mathrm{VaR} \geqslant \Phi^{-1}(c)\,\sigma_p - r_P \tag{4}$$

其中 $\Phi(\cdot)$ 是标准正态分布函数, $\Phi^{-1}(c)$ 是置信度为 c 的正态分布函数的下分位点。

证明: 由 $P\{r < -VaR\} = P\{\frac{r - r_p}{\sigma_p} < \frac{-VaR - r_p}{\sigma_p}\}$

可以得到 $\Phi(\frac{-VaR - r_p}{\sigma_p}) \leqslant 1 - c$, $\frac{VaR + r_p}{\sigma_p} \geqslant \Phi^{-1}(c)$

即 $VaR \geqslant \Phi^{-1}(c)\sigma_p - r_P$。

定理证毕。

不允许卖空情况下均值– VaR 投资组合模型为:

$$\min \Phi^{-1}(c)\sqrt{x^TGx} - r^Tx$$
$$s.t.\begin{cases} r^Tx \geqslant r_0 \\ e^Tx = 1 \\ x \geqslant 0 \end{cases} \tag{5}$$

该模型表示, 在满足最低收益率约束、资本预算约束和非负约束的前提下, 投资者应如何分配各种资产, 使投资组合的风险价值(VaR) 最小。

$f(x) = \Phi^{-1}(c)\sqrt{x^TGx} - r^Tx$ 为凸函数, 则 $f(x)$ 在 x^k 的二阶泰勒展开式为

$$g(x) = f(x^k) + f'(x^k)(x - x^k) + (x - x^k)^T f''(x^k)(x - x^k)/(2!) \tag{6}$$

其中, $f(x^k) = \Phi^{-1}(c)\sqrt{(x^k)^TGx^k} - r^Tx^k$, $f'(x^k) = \Phi^{-1}(c)\dfrac{(x^k)^TG}{\sqrt{(x^k)^TGx^k}} - r^T$,

$$f''(x^k) = \Phi^{-1}(c)\frac{(x^k)^TGx^kG - (Gx^k)(Gx^K)^T}{[(x^k)^TGx^k]^{\frac{3}{2}}}。$$

则(6) 式可以转化为:

$$g(x) = \Phi^{-1}(c)\sqrt{(x^k)^TGx^k} + \Phi^{-1}(c)\frac{(x^k)^TG}{\sqrt{(x^k)^TGx^k}}(x - x^k) + (x - x^k)\frac{\Phi^{-1}(c)}{2}\Phi^{-1}(c)\frac{(x^k)^TGx^kG - (Gx^k)(Gx^K)^T}{[(x^k)^TGx^k]^{\frac{3}{2}}}(x - x^k) - r^Tx \tag{7}$$

令 $b^k = \Phi^{-1}(c)\dfrac{(x^k)^TG}{\sqrt{(x^k)^TGx^k}}$, $A^k = \Phi^{-1}(c)\dfrac{(x^k)^TGx^kG - (Gx^k)(Gx^k)^T}{[(x^k)^TGx^k]^{\frac{3}{2}}}$

其中 $b^k = (b_1^k, \cdots, b_n^k)$, $A^k = (a_{ij}^k)_{n\times n}$

则模型(5) 的二次规划子问题为

$$\min b^k(x - x^k) + (x - x^k)^TA^k(x - x^k) - r^Tx$$
$$s.t.\begin{cases} r^Tx \geqslant r_0 \\ e^Tx = 1 \\ x \geqslant 0 \end{cases} \tag{8}$$

模型(8) 为一个凸二次规划问题, 其库恩– 塔克条件为

$$\begin{cases} a_{i1}^kx_1 + \cdots + a_{in}^kx_n - \sum_{j=1}^n a_{ij}^kx_j^k + \\ b_i^k - r_i - \mu_1r_i + \mu_2 \geqslant 0, i = 1, \cdots, n \\ r_1x_1 + \cdots + r_nx_n \geqslant r_0 \\ x_1 + \cdots + x_n = 1 \\ [a_{i1}^kx_1 + \cdots + a_{in}^kx_n - \mu_1r_i + \mu_2 - \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}^kx_j^k + b_i^k - r_i]x_i = 0, i = 1, \cdots, n \\ (r_1x_1 + \cdots + r_nx_n - r_0)\mu_1 = 0 \\ x_1 \geqslant 0, \cdots, x_n \geqslant 0, \mu_1 \geqslant 0 \end{cases} \tag{9}$$

其中 μ_1 和 μ_2 为模型(8) 前两个约束对应的拉格朗日乘子。

设第 k 个子问题的初始解为 x^k。不等式组(9) 的旋转算法的计算步骤如下:

步骤 1　确立初始表。以 $x_1 \geqslant 0, \cdots, x_n \geqslant 0, \mu_1 \geqslant 0, \mu_2 \geqslant 0$ 为初始基本不等式, $e_1, e_2, \cdots, e_{n+2}$ 为初始基向量, $y^{(0)} = (0, \cdots, 0, 0, 0)^T$ 为初始基本解。其余线性(不) 等式是非基(不) 等式, 它们的系数向量 $g_i = (a_{i1}^k, \cdots, a_{in}^k, -r_i, 1)(i = 1, 2, \cdots, n)$, $g_{n+1} = (r_1, r_2, \cdots, r_n, 0, 0)$, $g_{n+2} = (1, 1, \cdots, 1, 0, 0)$ 是初始非基向量, 其偏差分别为 $\sigma_i = g_iy^{(0)} - \sum_{i=1}^n a_{ij}^kx_j^k + b_i^k - r_i = -\sum_{i=1}^n a_{ij}^kx_j^k + b_i^k - r_i, i = 1, 2, \cdots, n$, $\sigma_{n+1} = g_{n+1}y^{(0)} - r_0 = -r_0$, $\sigma_{n+2} = g_{n+2}y^{(0)} - 1 = -1$, 列出表 2 所示的初始表。

表 2　初始表

	e_1	…	e_n	e_{n+1}	e_{n+2}	σ_i
g_1	a_{11}^k	…	a_{1n}^k	$-r_1$	1	σ_1
…	…	…	…	…	…	…
g_n	a_{n1}^k	…	a_{nn}^k	$-r_n$	1	σ_n
g_{n+1}	r_1	…	r_n	0	0	$-r_0$
g_{n+2}	1	…	1	0	0	-1

步骤 2　预处理。与不等式组(2) 的步骤 2 相同。

步骤 3　主要迭代(按最小偏差规则)。与不等式组(2) 的步骤 3 相同。

在以上算法中 $x^0 = (1/n, \cdots, 1/n)^T$。如果前后两个子问题的解 x^k 和 x^{k+1} 满足条件 $|x^{k+1} - x^k| \leqslant \varepsilon, \varepsilon = 10^{-4}$, 则 x^{k+1} 是模型(3) 的最优解。否则令 $x^k := x^{k+1}$, 再运用以上算法求解。

5 实证研究

从上证 50 中选择 8 只权重股票, 分别为 S_1(武钢股份, 600005)、S_2(民生银行, 600016)、S_3(中国石化, 600028)、S_4(中国联通, 600050)、S_5(上海汽车, 600104)、S_6(国电电力, 600795)、S_7(保利地产, 600048)、S_8(方正科技, 600601), 以 2006 年 4 月至 2008 年 3 月每一季度末收益率为样本数据, 如表 3 所示(数据来源于广发证券至强版基本资料数据库)。分别从 8 只股票中随机选择 6 只组成三组, 第一组为 S_1、S_2、S_4、S_5、S_6 和 S_8; 第二组为 S_2、S_3、S_4、S_6、S_7 和 S_8; 第三组为 S_1、S_3、S_5、S_6、S_7 和 S_8。当置信度 c 分别为 97.5% 和 95%, r_0 分别为 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10, 0.11, 0.12, 0.13, 0.13619 时, 在不允许卖空情况下, 均值- 方差和均值- VaR 投资组合的最优投资策略分别为多少?

表 3 八种股票三年的季度收益率(%)

股票 \ 时期	1	2	3	4	5	6	7	8
S_1	6.4500	12.4030	17.5170	6.0290	14.5950	19.9560	24.5830	7.4190
S_2	10.4400	14.5600	19.8400	5.4100	6.5600	9.4700	12.5500	5.0600
S_3	9.1600	14.3600	19.0580	7.0300	12.2850	16.5600	16.4900	- 0.1000
S_4	3.4500	5.4000	7.3500	2.2000	4.9700	6.7000	7.8900	2.2000
S_5	4.2900	6.3900	4.3700	2.9500	6.5000	9.5800	11.9200	3.2700
S_6	4.9140	8.0500	10.6540	2.8800	6.3780	11.7740	12.4900	1.2800
S_7	19.0900	9.3600	18.2500	2.1200	7.1400	5.1300	10.3600	1.1700
S_8	4.5100	7.1100	9.2100	1.8200	3.4100	5.3800	7.5200	1.7300

解: 可以计算出每一种股票收益率的算术平均数, 如表 4 所示:

表 4 股票收益率的算术平均数

证券	1	2	3	4	5	6	7	8
均值	0.13619	0.1049	0.1186	0.0502	0.0616	0.0721	0.0908	0.0509

可以分别计算出三组样本协方差矩阵。其结果分别如下:

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.0046 & 0.0017 & 0.0014 & 0.0019 & 0.0027 & 0.0013 \\ 0.0017 & 0.0026 & 0.0008 & 0.0003 & 0.0014 & 0.0013 \\ 0.0014 & 0.0008 & 0.0005 & 0.0005 & 0.0009 & 0.0005 \\ 0.0019 & 0.0003 & 0.0005 & 0.0010 & 0.0011 & 0.0004 \\ 0.0027 & 0.0014 & 0.0009 & 0.0011 & 0.0018 & 0.0010 \\ 0.0013 & 0.0013 & 0.0005 & 0.0004 & 0.0010 & 0.0007 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0.0026 & 0.0024 & 0.0008 & 0.0014 & 0.0026 & 0.0013 \\ 0.0024 & 0.0039 & 0.0013 & 0.0025 & 0.0022 & 0.0015 \\ 0.0008 & 0.0013 & 0.0005 & 0.0009 & 0.0006 & 0.0005 \\ 0.0014 & 0.0025 & 0.0009 & 0.0018 & 0.0010 & 0.0010 \\ 0.0026 & 0.0022 & 0.0006 & 0.0010 & 0.0045 & 0.0012 \\ 0.0013 & 0.0015 & 0.0005 & 0.0010 & 0.0012 & 0.0007 \end{bmatrix}$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 0.0046 & 0.0034 & 0.0019 & 0.0027 & 0.0008 & 0.0013 \\ 0.0034 & 0.0039 & 0.0012 & 0.0025 & 0.0022 & 0.0015 \\ 0.0019 & 0.0012 & 0.0010 & 0.0011 & 0.0000 & 0.0004 \\ 0.0027 & 0.0025 & 0.0011 & 0.0018 & 0.0010 & 0.0010 \\ 0.0008 & 0.0022 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0045 & 0.0012 \\ 0.0013 & 0.0015 & 0.0004 & 0.0010 & 0.0012 & 0.0007 \end{bmatrix}$$

在不允许卖空情况下, 运用不等式组(2) 的算法, 计算出当 r_0 分别为 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10, 0.11, 0.12, 0.13, 0.13619 时第一组样本数据的均值- 方差投资组合模型的最优投资策略, 如表 5 所示。

表 5 第一组样本数据的均值- 方差投资组合的最优投资策略

r_0	最优解						r_p	σ_p
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
0.05	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0502	0.0224
0.06	0.0000	0.1288	0.6287	0.2425	0.0000	0.0000	0.0600	0.0249
0.07	0.0000	0.2685	0.2814	0.4501	0.0000	0.0000	0.0700	0.0278
0.08	0.0000	0.4255	0.0000	0.5745	0.0000	0.0000	0.0800	0.0310
0.09	0.1056	0.4744	0.0000	0.4199	0.0000	0.0000	0.0900	0.0357
0.10	0.2233	0.5027	0.0000	0.2740	0.0000	0.0000	0.1000	0.0407
0.11	0.3409	0.5310	0.0000	0.1281	0.0000	0.0000	0.1100	0.0458
0.12	0.4832	0.5168	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1200	0.0510
0.13	0.8024	0.1976	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1300	0.0602
0.13619	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.13619	0.0682

其中 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5 和 x_6 均表示股票 S_1、S_2、S_4、S_5、S_6 和 S_8 的投资比例。

从表 5 可知, 在不允许卖空情况下, 投资者的最优决策为, 对于一个最低收益率为 0.09 的投资者来说, 他对六种股票的最优购买比例应分别为 10.56%、47.44%、0%、41.97%、0% 和 0%, 而对后两种资产, 则不购买。同样地, 也可以得到其他投资组合期望收益率所对应的最优投资策略。

当置信度 c 分别为 97.5% 和 95% 时, 在不允许卖空情况下, 结合序列二次规划和不等式组的旋转算法, 计算出当 r_0 分别为 0.09, 0.1233, 0.1238, 0.1242, 0.1250, 0.1300, 0.135, 01360, 0.13619 时均值- VaR 投资组合模型的最优投资策略, 如表 6 所示。

表 6 第一组样本数据的均值- **VaR** 投资组合的最优投资策略

c	r_0	最优解						r_p	σ_p
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
97.5%	≤0.1037	0.2664	0.5131	0.0000	0.2206	0.0000	0.0000	0.1037	0.042542
当 $0.1037 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									
95%	≤0.11995	0.4819	0.5181	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.11995	0.002600
当 $0.11995 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									

其中 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5 和 x_6 均表示股票 S_1、S_2、S_4、S_5、S_6 和 S_8 的投资比例。从表 6 可知, 均值- VaR 投资组合有效前沿为均值- 方差有效前沿的子集。

依照同样的方法可以分别计算出第二组和第三组样本数据的均值- 方差和均值- VaR 投资组合的最优投资策略。表 7 和表 8 给出了不同置信度 c 所对应的均值- VaR 投资组合模型的最优投资策略。

表 7 第二组样本数据的均值- **VaR** 投资组合的最优投资策略

c	r_0	最优解						r_p	σ_p
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
97.5%	≤0.06	0.0767	0.0592	0.7898	0.0000	0.0742	0.0000	0.0600	0.0007
当 $0.06 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									
95%	≤0.1091	0.2702	0.6823	0.0000	0.0000	0.0475	0.0000	0.1091	0.0548
当 $0.1220 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									

其中 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5 和 x_6 均表示证券 S_2、S_3、S_4、S_6、S_7 和 S_8 的投资比例。

表 8 第三组样本数据的均值- **VaR** 投资组合的最优投资策略

c	r_0	最优解						r_p	σ_p
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
97.5%	≤0.1186	0.6302	0.0000	0.0268	0.0000	0.3431	0.0000	0.1186	0.0526
当 $0.1186 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									
95%	≤0.1220	0.6869	0.0000	0.0000	0.0000	0.3131	0.0000	0.1220	0.0544
当 $0.1220 \leqslant r_0 \leqslant 0.13619$ 时, 其结果与均值- 方差投资组合的最优结果相同									

其中 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5 和 x_6 均表示证券 S_1、S_3、S_5、S_6、S_7 和 S_8 的投资比例。

从表 6、表 7、表 8 可知, 均值- VaR 投资组合有效前沿为均值- 方差有效前沿的子集, 此时排除了有效前沿中期望收益率较小的一些投资组合。因此, 均值- VaR 投资组合实际上缩小了投资者的选择范围, 提高了投资决策的速度和效率。此外, 还可以看出, 置信度 c 越低, 其投资组合的有效前沿越少, 即置信度 c 为 95% 的投资组合的有效前沿是置信度 c 为 97% 时的子集。当置信度越低时, 投资者越倾向于选择收益率大而风险也大的投资组合, 即对置信度的选择也反映投资者的风险态度。

6 结论及展望

文章运用不等式组的旋转算法求解不允许卖空情况下均值- 方差投资组合的最优策略, 还提出了序列二次规划法结合不等式组的旋转算法求解不允许卖空情况下均值- VaR 投资组合的最优策略。最后, 通过实证研究验证了算法的有效性, 并比较了两种模型的有效前沿, 并得到以下结论: 均值- VaR 投资组合有效前沿为均值- 方差有效前沿的子集; 置信度 c 越低, 其投资组合的有效前沿越少, 而且投资者越倾向于收益率大而风险也大的投资组合。

对于投资者来说, 本文的方法具有良好的可操作性和实用价值。通过旋转算法和自编程序可以很快地计算出投资组合的有效前沿, 投资者可以根据自己的风险偏好在有效前沿中选择最优投资策略。

另外, 本文的投资组合模型是静态的, 目前也只是比较了两种风险计量方法下的最优投资策略。进一步的研究可考虑在动态环境下, 分析不同风险计量方法的最优投资策略变化, 并试图提出一套适合于中国证券市场投资决策模型。

参考文献:

[1] Markowitz, H. Portfolio selection[J]. The Journal of Finance 1952, 7(1): 77- 91.
[2] Markowitz, H. The optimization of a quadratic function subject to linear constraints[J]. Naval Research Logistics Quarterly, 1956, 3: 111- 133.
[3] Joseph Twagilimana. Mean- variance model in portfolio analysis[D]. M. A thesis, University of Louisville, 2002
[4] Alexandre G, and A. Baptisa. Economic implications of using mean- VaR model for portfolio selection comparison with mean- variance analysis[J]. Joural of Economic Dynamic and Control, 2002, 26: 115- 126.
[5] Consigli G. Tail estimation and mean- VaR portfolio selection in markets subject to financial instability[J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26: 1355 - 1382
[6] 姚京, 李仲飞. 基于 VaR 的金融资产配置模型[J]. 中国管理科学, 2004, 12(1): 8- 16
[7] 郭福华, 彭大衡, 吴健雄. 机会约束下的均值- VaR 投资组合模型研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 28- 34
[8] 郭丹, 徐伟, 雷佑铭. 机会约束下的均值- VaR 组合投资问题[J]. 系统工程学报, 2005, 20(3): 256- 260.
[9] 荣喜民, 武丹丹, 张奎廷. 基于均值- VaR 的投资组合最优化[J]. 数理统计与管理, 2005, 25(5): 96- 103
[10] 安起光, 王厚杰. 引入无风险证券的均值- VaR 投资组合模型研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(2): 12- 15
[11] 张鹏, 张忠桢, 岳超源. 基于效用最大化的投资组合旋转算法研究[J]. 财经研究, 2005, 12: 117- 126
[12] 张鹏, 张忠桢, 岳超源. 限制性卖空的均值- 半绝对偏差投资组合模型及其旋转算法研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(2): 7- 11.
[13] 张鹏, 张忠桢, 曾永泉. 限制性卖空的均值- 方差投资组合优化[J]. 数理统计与管理, 2008, (1): 124－129.

The Comparison between Mean-Variance and Mean-VaR Portfolio Models without Short Sales

ZHANG Peng
(School of Management, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

Abstract: The paper studied mean-variance and mean-VaR models without short sales respectively, then used pivoting algorithm and sequence of quadratic programming method to solve those models. The algorithms were proved efficient by the empirical research. The result indicated that the efficient frontiers of mean-VaR model were the subset of the efficient frontiers of mean-variance model. The smaller the credit value was, the more the investors were interested in the portfolio that the expected return and variance were all big.

Key words: portfolio selection; without short sales; mean-VaR; sequence of quadratic programming; pivoting algorithm