文章编号:1003－207(2008)03－0057－05

跳跃分形过程下欧式汇率期权的定价

张卫国,肖炜麟,徐维军,张惜丽

(华南理工大学工商管理学院,广东 广州 510640)

摘 要:假设汇率变化过程服从带跳跃的分形布朗运动,建立跳跃分形的汇率期权市场模型,利用分形 Girsanov 公式和自融资策略,推导出跳跃分形汇率市场中欧式未定权益在任意时刻的定价公式。然后,根据汇率期权定价原理得出跳跃分形过程下欧式汇率期权的定价公式。最后选取欧元/美元汇率期权进行实证分析,通过比较不同定价模型的结果说明了汇率市场兼具跳跃和分形的特性。

关键词:汇率期权;分形布朗运动;分形-Ito-积分;定价模型

中图分类号: F830.59 **文献标识码**:A

1 引言

汇率期权是一种以汇率或汇率相关产品为基础资产的合约。该期权的持有者有权利而非义务在合约规定的某一特定时间以约定的汇率用一定数量的一种货币买入或卖出另一种货币。汇率期权不仅具有非线性收益的特征,而且兼顾了投资、投机、保值和规避风险的功能,是一种较传统远期外汇交易更具灵活性的衍生工具。

期权价值的形成机理一直是金融工程的核心问题。自上世纪 Black－Scholes 期权定价模型[1]出来以来,期权定价理论得到了空前的发展。但是,大量的实证研究表明市场交易中的期权价格与定价模型的理论价值存在着差异,而又以汇率市场中的汇率期权是差异最为显著。Garman 和 Kohlhagen (1983)指出由于汇率期权的定价需要引用了多个无风险利率,这与 Black-Scholes 模型的假设相矛盾,由此,他们在假定汇率服从几何布朗运动下,首次给出了汇率期权的定价公式[2]。但该模型只描述了汇率在时间和空间上连续形式的变化情况,而无法解释由于市场中的异常情况(即非经济因素)引起的汇率的不正常变动。这些变动往往造成汇率的大幅"跳跃"。Merton(1976)用带跳跃的几何布朗运动来刻画风险资产价格变化过程,并推导出跳跃扩散模型下的期权定价公式[3]。然而近年来,对资本市场的大量研究表明金融资产的对数收益率并非服从正态分布,而是一种"尖峰厚尾"的分布,而且金融资产价格之间也并非随机游走,而是存在着长期相关性[4]。Peters(1989)提出分形市场假说,应用 R/S 分析法分析了不同资本市场(如股市收益率、汇率),都发现了分形结构和非周期循环的存在[5]。由于分形布朗运动是高斯过程的一种,其性质主要有加法不变性,自相似性,厚尾性,不连续性,长期相关性等,这些性质使得分形布朗运动成为刻画金融资产价格变化过程的良好工具。但分形布朗运动既不是马氏过程,又不是半鞅,故无法用通常定义的随机积分进行分析。Duncan 等(2000)[6]建立了一个关于分形布朗运动的分形-Ito-积分。在分形-Ito-积分下,Hu 等(2003)[7]证明了分形布朗运动下的期权市场是不存在套利机会的完备市场,并给出了欧式期权在任意时刻的定价公式。我国学者[11-16]在分形市场和期权定价方面也作了许多贡献。

本文将跳跃与分形布朗运动相结合,探讨了汇率变化服从跳跃分形过程的汇率期权定价问题。利用跳跃间的独立性及分形估值定理得出分形跳跃下的汇率市场是一个无套利的完备市场。继而利用汇率期权的定价原理,推导出跳跃分形下的期权定价公式,最后采用欧元/美元看涨期权进行了实证分析。

收稿日期:2007－10－08; **修订日期**:2008－01－25

基金项目:教育部新世纪优秀人才支持计划(06－0749);教育部人文社科基金(07JA630048,07JC630059)

作者简介:张卫国(1963－),男(汉族),宁夏中卫人,华南理工大学工商管理学院副院长,教授,研究方向:金融工程与风险管理.

2 带跳跃的分形布朗运动下欧式汇率期权定价模型

金融系统是一个自由度极大的复杂系统，投资者一方面寻求规避风险策略，另一方面为了得到高额利润而追求风险。此外投资者不是在接受信息时立刻做出反映，而是在信息达到一定临界值时才做出决策，从而造成了收益率“有偏”和“尖峰厚尾”等现象。Mandelbrot 认为这些现象体现了长记忆性的存在，并提出用分形布朗运动来刻画金融资产的价格变化过程。同时，为了考虑由非经济因素引起的不连续变化—跳跃，本文将分形布朗运动与随机跳跃相结合，采用跳跃分形过程来描述汇率的变化过程，以期客观地反映汇率市场的真实情况。

2.1 模型假设

给定概率空间(Ω,F^H,F_t^H,P_H)及其上的分形布朗运动$B_H=\{B_H(t,\omega),t>0\}$，其中，$F_t^H=\sigma\{B_H(s),0\leqslant s\leqslant t\}$，且$F_T^H=F^H$。我们对汇率市场作如下假设：

(1) 市场是无摩擦，即交易费用为零，无税收，且不存在套利机会；

(2) 本国内的无风险利率r_d，国外利率r_f和汇率价格波动率σ都是常数；

(3) 无交易头寸方向的限制，无卖空限制，无头寸大小和时间限制，无流动性限制；

(4) 汇率变化动态过程服从带跳跃的分形布朗运动，即t时刻本币兑外币汇率动态过程$\{S(t):0\leqslant t\leqslant T\}$在风险中性测度$Q$下服从如下分布：

$$dS(t)=S(t)(\mu-\lambda\mu_{J(t)})dt+S(t)\sigma dB_H(t)+S(t)(e^{J(t)}-1)dN_t,S(0)=S. \tag{1}$$

其中：$S(t)$表示汇率的动态价格；σ表示汇率价格波动率；μ表示汇率的收益率；$J(t)$跳跃大小百分数，$e^{J(t)}-1$为跳跃幅度，且$e^{J(t)}\sim N(\mu_{J(t)},\delta^2)$；$N(t)(t\geqslant 0)$是强度为$\lambda$的泊松过程，并且分形布朗运动$B_H(t)$、泊松过程$N(t)$以及跳跃幅度$e^{J(t)}-1$之间相互独立。

2.2 跳跃分形过程下的定价模型

考虑一个资产组合$\theta(t)=\theta(t,\omega)=(u(t),\upsilon(t))$，其中$u(t)$，$\upsilon(t)$分别表示$t$时刻持有的外币和本币的数量，且均为$F_t^H$适应过程，则$t$时刻相应的资产组合用本币表示的价值$Z(t)=Z^\theta(t,\omega)$可以表示为：

$$Z^\theta(t,\omega)=\upsilon(t)+u(t)S(t) \tag{2}$$

定义 1 资产组合$\theta(t)=(u(t),\upsilon(t))$称为自融资的，如果满足：

$$dZ^\theta(t,\omega)=r_d\upsilon(t)dt+r_fu(t)S(t)dt+u(t)dS(t),0\leqslant t\leqslant T. \tag{3}$$

定理 1 若在$\tau_i(i=1,2,\cdots N_t)$时刻发生跳跃，则存在$(\Omega,F^H,F_t^H,\hat{P}_H)$下的分形布朗运动$\hat{B}_H(t)$，使得

$$dZ(t)=r_dZ(t)dt+\sigma\upsilon(t)S(t)d\hat{B}_H(t)+\sum_{i=1}^{N_t}u(\tau_i)S(\tau_i)(e^{J(\tau_i)}-1) \tag{4}$$

其中，$\hat{P}H$为(Ω,F^H)上的概率测度，$\hat{B}_H(t)=\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}t+B_H(t)$。

证明：因为跳跃发生在τ_i时刻，对将(1)代入(3)并做变换得

$$\begin{aligned}dZ^\theta(t,\omega)&=r_d\upsilon(t)dt+r_fu(t)S(t)dt+(\mu-\lambda\mu_{J(t)})u(t)S(t)dt\\&+\sigma S(t)dB_H(t))+\sum_{i=1}^{N_t}u(\tau_i)S(\tau_i)(e^{J(\tau_i)}-1)\\&=r_dZ^\theta(t,w)dt)+\sigma u(t)S(t)(\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}+dB_H(t))+\sum_{i=1}^{N_t}u(\tau_i)S(\tau_i)(e^{J(\tau_i)}-1)\end{aligned} \tag{5}$$

令$\gamma(t)=\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}$，$0\leqslant t\leqslant T$，显然$\gamma(t)$为$[0,T]$上的连续函数，则由分形 Girsanov 公式知存在(Ω,F^H)上的测度PH使得

$$\hat{B}_H(t)=\int_0^t\gamma(s)ds+B_H(t)=\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}t+B_H(t),0\leqslant t\leqslant T$$

为分形布朗运动。将$d\hat{B}_H(t)=\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}dt+dB_H(t)$代入式(5)，定理得证。

引理 1[8] 任意有界且F_T^H可测的未定权益$Z(T,\omega)\in L^2(\hat{P}_H)$在$t\in[0,T]$时刻的价值为：

$$Z(t,\omega)=e^{-r(T-t)}\tilde{E}_{P_H}[Z(T,\omega)\mid F_t^H],$$

其中$\tilde{E}_{P_H}[Z(T,\omega)\mid F_t^H]$表示$Z(T,\omega)$在测度$\hat{P}_H$下关于$F_t^H$的似条件期望[7]。

定理 2 对于任意有界且F_T^H可测的未定权益$Z(t,\omega)\in L^2(\hat{P}_H)$，若令$\tilde{Z}(t,\omega)=e^{-rt}Z(t,\omega)$，则$\tilde{Z}(t,\omega)$是一个似鞅，且跳跃分形汇率市场在测度$\hat{P}_H$下无套利。

定理的证明由引理 1 以及跳跃之间的独立性立即得到。

引理 2[8] 设f是一个满足$E[f(B_H(T))]<\infty$的函数，则对任意$t\in[0,T]$都有下式成立，

$$E[f(B_H(T))\mid Ft]$$
$$=\int_R \frac{1}{\sqrt{2\pi(T^{2H}-t^{2H})}}\exp\left(-\frac{(x-B_H(t))^2}{2(T^{2H}-t^{2H})}\right)f(x)dx.$$

考虑到期日为 T,执行价格为 K 的欧式汇率期权,且记此欧式汇率期权在 t 时刻的价格为 $V(S(t),K,T,t,\sigma,r_d,r_f,\varphi)$,则下面定理给出了跳跃分形下的汇率期权定价模型。

定理 3 $t(t\in[0,T])$ 时刻欧式汇率期权的价格 $V(S(t),K,T,t,\sigma,r_d,r_f,\varphi)$ 由以下方程组确定:

$$\begin{cases} V(S(t),K,T,t,\sigma,r_d,r_f,\varphi)=\varphi\{\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\lambda(T-t)}\frac{\lambda^n(T-t)^n}{n}E_n[S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}e^{-(r_f-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)}N(\varphi d_1)-Ke^{-r_d(T-t)}N(\varphi d_2)]\}, \\ d_1=\dfrac{\ln(S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}/K)+(r_d-r_f-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)+\dfrac{\sigma^2}{2}(T^{2H}-t^{2H})}{\sigma\sqrt{T^{2H}-t^{2H}}},d_2=d_1-\sigma\sqrt{T^{2H}-t^{2H}} \end{cases} \tag{6}$$

其中:看涨期权 $\varphi=+1$,看跌期权 $\varphi=-1$;En 为 $\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}$ 分布的期望算子;$N(\cdot)$ 正态分布的累积函数。

证明:由定理 1 知 $\hat{B}_H(t)=\frac{\mu-\lambda\mu_{J(t)}+r_f-r_d}{\sigma}t+B_H(t)$ 为 $\hat{P}_H$ 下的分形布朗运动,故

$$S(T)=S(t)\prod_{i=1}^{N_{T-t}}e^{J(t_i)}\exp((\mu-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)+\sigma(\hat{B}_H(T)-\hat{B}_H(t))-\frac{\sigma^2}{2}(T^{2H}-t^{2H})),$$

令 $S^n(T)=S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}\exp((\mu-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)+\sigma(\hat{B}_H(T)-\hat{B}_H(t))-\frac{\sigma^2}{2}(T^{2H}-t^{2H}))$.

则根据 N_{T-t} 与 $J(t_i)$ 相互独立及参数为 $\lambda(T-t)$ 的泊松分布理论有

$$S(T)=\sum_{n=0}^{\infty}P(N_t=n)S^n(T)=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\lambda(T-t)}\frac{\lambda^n(T-t)^n}{n!}S^n(T).$$

令 $d_2^*=\dfrac{\ln(K/S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)})-(r_d-r_f-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)+\frac{\sigma^2}{2}(T^{2H}-t^{2H})+\sigma\hat{B}_H(t)}{\sigma}$,

从而结合引理 2 且用 $1_{[a<x<b]}$ 代表 $[a,b]$ 上的示性函数,则有:

$$\widetilde{E}_{P_H}[1_{[K<S^n(T)<+\infty]}(B_H(T))\mid F_t^H]$$
$$=\widetilde{E}_{P_H}[1_{[d_2^*<x<+\infty]}(\hat{B}_H(T))\mid F_t^H]$$
$$=\int_{d_2^*}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi(T^{2H}-t^{2H})}}\exp\left(-\frac{(x-\hat{B}_H(t))^2}{2(T^{2H}-t^{2H})}\right)dx$$
$$=\int_{-\infty}^{\frac{\hat{B}_H(t)-d_2^*}{\sqrt{T^{2H}-t^{2H}}}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz=N(d_2) \tag{7}$$

令 $B_H^*(t)=\hat{B}_H(t)-\sigma t^{2H}$,由分形 Girsanov 公式知存在 (Ω,F^H) 上的测度 P_H^* 使得 $B_H^*(t)$ 为 P_H^* 下的分形布朗运动。再令 $Z(t)=\exp(\sigma\hat{B}_H(t)-\frac{\sigma^2}{2}t^{2H})$,结合引理 1 和引理 2 得

$$\widetilde{E}_{P_H}[Z(T)1_{[d_2^*<x<+\infty]}(\hat{B}_H(T))\mid F_t^H]$$
$$=Z(t)\widetilde{E}_{P_H^*}[1_{[d_1^*<x<+\infty]}(B_H^*(T))\mid F_t^H]$$
$$=Z(t)\int_{-\infty}^{\frac{B_H^*(t)-d_1^*}{\sqrt{T^{2H}-t^{2H}}}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz=Z(t)N(d_1).$$

其中,$d_1^*=\dfrac{\ln(K/S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)})-(r_d-r_f-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)-\frac{\sigma^2}{2}(T^{2H}-t^{2H})+\sigma\hat{B}_H(t)}{\sigma}$。

从而 $\widetilde{E}_{P_H}[S^n(T)1_{[K<S^n(T)<+\infty]}(B_H(T))\mid F_t^H]=\widetilde{E}_{P_H}[S^n(T)1_{[d_2^*<x<+\infty]}(\hat{B}_H(T))\mid F_t^H]$

$$=\widetilde{E}_{P_H}[S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}\exp\left((\mu-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)-\sigma\hat{B}_H(t)+\frac{\sigma^2t^{2H}}{2}\right)Z(T)1_{[d_2^*<x<+\infty]}(\hat{B}_H(T))\mid F_t^H]$$
$$=E_n[S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}\exp\left((\mu-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)-\sigma\hat{B}_H(t)+\frac{\sigma^2t^{2H}}{2}\right)Z(t)N(d_1)]$$
$$=E_n[S(t)\prod_{i=1}^{n}e^{J(t_i)}N(d_1)\exp((\mu-\lambda\mu_{J(t)})(T-t))] \tag{8}$$

根据引理 1 和定理 2 的结论,并将(7)、(8)代入可知 t 时刻的欧式看涨汇率期权的价值为

$$V(S(t),K,T,t,\sigma,r_d,r_f,1)=e^{-r_d(T-t)}\widetilde{E}_{P_H}[(S(T)-K)^+\mid F_t^H]$$
$$=e^{-r_d(T-t)}(\widetilde{E}_{P_H}[S(T)1_{\{S(T)>K\}}(B_H(T))\mid F_t^H]-K\cdot\widetilde{E}_{PH}[1_{\{S(T)>K\}}(B_H(T))\mid F_t^H])$$

$$
\begin{aligned}
&= e^{-r_d(T-t)} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda(T-t)\frac{\lambda^n (T-t)^n}{n!}} (\widetilde{E}_{P_H}[S^n(T) 1_{[K<S_n(T)<+\infty]}(B_H(T)) \mid F_t^H] \\
&- K\widetilde{E}_{P_H}[1_{[K<S^n(T)<+\infty]}(B_H(T)) \mid F_t^H]) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda(T-t)} \frac{\lambda^n (T-t)^n}{n!} E_n[S(t) \prod_{i=1}^{n} e^{J(t_i)} e^{-(r_f-\lambda\mu_{J(t)})(T-t)} N(d_1) - K_e{}^{-r_d(T-t)} N(d_2)].
\end{aligned}
$$

利用看涨一看跌平价关系得到欧式看跌汇率期权在 t 时刻的价格。定理证毕。

3 实证分析

为了评价定价模型的性能，本文以金融时报网站(FT)和英国银行家协会网站(BBA)上欧元/美元汇率和欧元/美元看涨期权的报价数据为例，在标的资产欧元/美元汇率变化的情况下，通过采用不同的定价模型对期权进行定价，比较定价结果。

根据金融时报网的数据知该欧元/美元看涨期权是一个有效期为三个月、执行价格为 1.21 的欧式汇率期权，且美元的 3 个月利率(国内利率)为 4.93%且欧元的 3 个月利率(国外利率)为 2.71%，进一步根据欧元/美元汇率的历史数据得到汇率的波动率。根据以上分析所得的参数值如表 1 所示。然而在实际计算中，跳跃—分形模型的参数估计问题是一个相当棘手的问题。目前研究中关于跳跃过程的参数估计有多种方法，例如累积量拟合法(Cumulants matching)、矩方法或广义矩估计方法(GMM)和最小化惩罚函数(Penalty function)法等。本文采用 Press 和 Beckers 提出的累积量拟合法对跳跃过程的参数进行估计[9-10]。而对于分形布朗运动中赫斯特指数 H 的估计，我们采用改进的 R/S 算法[14]。基于以上方法，并结合欧元/美元汇率和欧元/美元看涨期权的历史数据，求得跳跃—分形模型的参数值也由表 1 给出。

表 1 欧元/美元看涨期权的跳跃—分形模型参数估计

r_d	r_f	K	σ^2	λ	$\mu_{J(t)}$	δ^2	H
4.93%	2.71%	1.21	11.2632	0.51363	0.0023	0.0009	0.5500

同时在欧元/美元的汇率价格变化时，对应于不同到期日，采用不同定价模型计算所得结果如表 2 所示。表 2 中，P_{G-K}、P_{M-C}、P_{J-D}、P_{J-} F 分别表示采用 Garman 和 Kohlhagen 的汇率期权定价模型[2]、蒙特卡罗模拟(模拟 100000 次)、Merton 提出的跳跃扩散模型[3]、本文的跳跃分形模型计算的结果，且用 Pactual 表示期权的真实市场报价。由表中数据可以看出传统模型的定价结果与期权的实际情况有较大冲突，Garman 和 Kohlhagen 的汇率期权定价模型、蒙特卡罗模拟都没有体现汇率市场的跳跃性，Merton 的跳跃扩散模型虽然在一定程度上反映了汇率市场跳跃性，但由于模型假设跳跃是幅度是一个常数，且没有体现金融资产的长记忆性，使得定价结果也未尽人意。而采用本文的跳跃分形定价模型得到的期权价值与实际价值最为接近，充分说明了国内汇率市场的分形和跳跃的特性，同时也说明了本文提出的模型的合理性。

表 2 汇率变化时不同定价模型下欧元/美元看涨期权的定价结果(单位:美分)

日期	剩余期限(年)	汇率(美元)	P_{G-K}	P_{M-C}	P_{J-D}	P_{J-F}	P_{actual}
3/16/06	0.249315	1.2144	2.0400	2.0402	2.2381	2.6437	2.7537
3/21/06	0.235616	1.2094	1.7639	1.7631	1.9843	2.0927	2.1816
3/24/06	0.227397	1.2015	1.4042	1.4035	1.4118	1.4209	1.4237
3/29/06	0.213699	1.2001	1.3047	1.3051	1.6328	1.6491	1.6589
4/04/06	0.197260	1.2256	2.4795	2.4813	2.6921	2.7643	2.8749

4 结语

本文探讨了带跳跃的分形布朗运动下欧式汇率期权的定价模型，并进行了实证检验。由于金融资产对数收益率的赫斯特指数直接反映该时间序列所属的类型：$H\in[0,\frac{1}{2})$，表示这类系统是反持久性的或遍历性的时间序列。通常称此类型为“均值回归”；$H=\frac{1}{2}$，表示此时间序列是随机的不相关的，此类型服从几何布朗运动；$H\in(\frac{1}{2},1)$，表示此类序列具有持久性或趋势增强性，而且这种趋势随着 H 的增大而增强，此类型我们用分形布朗运动来描述。本文虽未明确指出赫斯特指数的范围，实际上分形

布朗运动就隐含了 $H\in(\frac{1}{2},1)$ 的条件。同时为了反映金融市场突发的暴涨暴铁现象,本文在分形布朗运动的基础上加上跳跃,以期客观描绘金融资产变化的现实情况。在定价公式(6)中,若令 $H=\frac{1}{2}$ 且无跳跃发生,则与文献[2]的定价公式是一致的,这说明了本文定价公式的普遍性,同时也说明了几何布朗运动只是分形布朗运动的一个特例。

采用带随机跳跃的分形布朗运动刻画金融资产的变化过程在一定程度上比以往模型有所改进,但是整个理论模型始终没有脱离 Garman-Kohlhagen 模型理论框架,为简化模型而进行的众多假设显然与现实有出入,且模型中没有考虑人的行为以及个人的风险偏好等因素。所以模型有待进一步改进和修正,采用新的柔性理论框架来定价期权迫在眉睫,比如国外有些学者将行为人的风险偏好因素引入到期权定价理论,为期权定价提供了新的方法途径。

参考文献

[1] Black F,Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy,1973,81:637-659.

[2] Garman M. B. ,S. W. Kohlhagen. Foreign Currency Option Values[J]. Journal of International Money and Finance,1983,2(12):231-237.

[3] Merton, M. C. Option Pricing when Underlying Stock Returns Are Discontinuous[J]. Journal of Financial Economics,1976,3:125-144.

[4] Duan Jin-Chuan, Jacobs K. Is long memory necessary? An empirical investigation of nonnegative interest rate processes[J]. Journal of Empirical Finance,2008,15(3):567-581.

[5] Peters E . E. Fractal structure in the capital markets [J]. Financial analyst Journal,1989,7:434-453.

[6] Duncan T . E,Hu Y. ,Pasik-Duncan B. Stochastic calculus for fractional Brownian motion [J]. I. Theory: SIAM J. Control Optim,2000,38:582-612.

[7] Hu Y. , ksendal B. Fractional white noise calculus and applications to finance[J]. Infintite Dim. Anal. Quantum Probab. Related Topics,2003,6:1-32.

[8] Necula,C. Option Pricing in a Fractional Brownian motion Environment[J]. Working paper of the Academy of Economic Studies, Bucharest (Romania), 2002, 27: 8079-8089.

[9] Press J. A compound events model for security prices [J]. Journal of Business,1967,40:317-335.

[10] Beckers S. A note on estimating the parameters of the diffusion-jump model of stock returns[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1981, 16(1): 127-140.

[11] 胡彦梅,张卫国,陈建忠. 中国股市长记忆的修正 R/S 分析[J]. 数理统计与管理,2006,25(1):73-77.

[12] 陈占锋,章珂. 期权定价原理的数理逻辑探析[J]. 中国管理科学,2001,9(2):10-15.

[13] 郑德渊. 基于跳跃过程的复合期权定价模型[J]. 中国管理科学,2004,12(1):15-19.

[14] 安宁,刘志新. 商品期货便利收益的期权定价及实证检验[J]. 中国管理科学,2006,14(6):119-123.

[15] 赵巍,何建敏. 股票价格遵循分数 Ornstein-Uhlenback 过程的期权定价模型[J]. 中国管理科学,2007,15(3):1-4.

[16] 张慧,陈晓兰,聂秀山. 不确定环境下再装股票期权的稳健定价模型[J]. 中国管理科学,2008,16(1):25-31.

Pricing European Foreign Currency Option under Jump Fractional Brownian Motion

ZHANG Wei-guo, XIAO Wei-lin, Xu Wei-jun, ZHANG Xi-li

(School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Assuming that the exchange rate fllows jump fractional Brownian motion, by constructing foreign currency option market under jump fractional Brownian environment, a pricing formula for a European contingent claim is derived by using fractional Girsanov formula and self-financing strategy. Moreover, a pricing formula of a European foreign currency option is obtained based on the principle of option pricing. At last, we give an empirical analysis of EUR/USD option, the results of different pricing models show that foreign currency market has both jump and fractal properties.

Key words: foreign currency options; fractional brownian motion; fractional-Ito-Integration; pricing model