文章编号:1003 - 207(2008) 01 - 0180 - 07

破解“蜈蚣博弈”悖论:“灰数规整”顺推归纳法研究

方志耕 ,刘思峰 ,施红星 ,徐正栋

(南京航空航天大学经济与管理学院 ,江苏 南京 210016)

摘　要:动态博弈分析的中心内容是子博弈完美纳什均衡分析 ,子博弈完美纳什均衡分析的核心方法是逆推归纳法[1,2] 。长期以来 ,逆推归纳法悖论与现实严重不符的现象困扰着学术界。本文揭示了逆推归纳悖论产生的根源:首先是其所犯的微观逻辑推理对整体宏观逻辑观忽略的错误;或者说只重视眼前(近期)利益 ,而忽略长远利益;其次是经典的多阶段动态博弈模型的结构形式无法满足人们对整体的和长远的利益考虑与均衡分析。本文构建了一种新型的基于未来博弈引导值的动态博弈模型的结构形式;设计了多阶段动态博弈的逆推“灰数规整”算法;构建多阶段动态博弈的“终止”和“引导”纳什均衡解的概念体系 ,并提供了方便有效的均衡分析方法;从而较好地破解了“蜈蚣博弈”的悖论。

关键词:蜈蚣博弈; 灰数规整;“终止”纳什均衡;“引导”纳什均衡

中图分类号:C931　　**文献标识码**:A

1 引言

“蜈蚣博弈”(centipede game) 是由罗森塞尔(Rosenthal)在 1981 年提出的一个动态博弈问题。由于这个博弈的扩展形很像一条蜈蚣 ,因此被称为“蜈蚣博弈”。“蜈蚣博弈悖论”(简称“蜈蚣悖论”)是在博弈论及博弈逻辑的研究中发现的悖论 ,是一种合理行为选择的悖论。

逆推归纳法从动态博弈的最后一个阶段博弈方的行为开始分析 ,逐步倒推回前一个阶段相应博弈方的行为选择 ,一直到第一个阶段。其完全的归纳 ,演绎的推理 ,清晰的思路 ,高效的速度 ,成为博弈论及博弈逻辑研究中常用的一种方法。但逆推归纳法有两个基本假设:一是理性人假设(每个决策者都是理性的) ,一是一致预期(每个人对别人行为的预期都是正确的) 。这与人们的有限理性不相一致 ,在现实中很难得到保证 ,有着明显的弱点 ,也因此遭到了一些批评 ,其中著名的蜈蚣博弈(Rosenthal , 1981) [1]就是这种逆推归纳法的一个重要的悖论。

长期以来 ,逆推归纳法的悖论困扰着学术界 ,许多学者也都认识到了这一悖论所揭示的结论与现实之间存在着较严重的差异;学者们也从各种不同的学术角度对这一问题进行了有益的探讨。自 1913 年 Zermelo 首先提出逆推归纳法以后 , Selten 在 1965 年和 1975 年加以了完善和推广[2] 。并引起了国内外众多学者的高度关注和广泛兴趣 ,如张峰在《逆推归纳法悖论探析》[2]中分析了逆推归纳法悖论产生的原因 ,在《蜈蚣博弈悖论引发的思考》[3]中探讨了逆推归纳法的局限性和有效性;潘天群在《交流理性与逆向归纳法悖论的消解》[1]通过引进新的合作性的均衡解概念 ,试图消解其悖论;高鸿桢、王家辉在《实验博弈论研究的若干进展》[4]中研究了蜈蚣博弈实验的最新进展;何伟、徐飞、陈洁在《蜈蚣博弈新视角 —预期心理的应用》[5]一文中研究采用预期心理的方法预测蜈蚣博弈最有可能出现的结果;而 Gary Bornstein 等人设计了“七节点增和蜈蚣博弈”实验 ,认为群体比较缺乏利他精神 ,相对个体而言更为自私。

纵观上述研究成果 ,在目前有关涉及到蜈蚣博弈的几乎所有的文献均认为 ,导致这种最优选择的最终结果却是一种人们最不愿看到的极差结果的根本原因是个体理性与集体理性的矛盾 ,是这种理性

收稿日期:2007 - 05 - 23; **修订日期**:2007 - 12 - 21

基金项目:国家自然科学基金项目(70473037、70701017) ;江苏省高等学校首批优秀科技创新团队;教育部哲学社会科学研究后期资助项目(07JHQ0053) ;灰色博弈理论及其应用研究; 江苏省软科学研究基金项目(BR2007003、BR2007020); 南京市软科学(200702008) ;南京市软科学招标项目(20060216) ;江苏省哲学社会科学基金项目成果(07EYA017) ;南京航空航天大学“十一五学科建设项目

作者简介:方志耕(1962 -) ,男(汉族) ,安徽人 ,南京航空航天大学经济与管理学院 ,教授 ,博士生导师 ,研究方向:管理工程、灰色系统理论.

的冲突发展到极至所致;而对于这种结果与实验结果和人们直觉的不一致,都未能给出合理的解释。更重要的是既然这种博弈的最糟糕和最理想的结果(如图 1 中所示的(1,1)和(100,100))可能都不是这种博弈的均衡点,那么这种“纳什均衡点”(暂且这样称呼)是否存在?更进一步地,如何对这种均衡进行方便地求解?到目前为止,学术界还没有能够较好地认识和解决这一问题,尚无法对这一问题作出令人信服的回答,该悖论使得逆向归纳法的逻辑受到怀疑[1]。

笔者认为:逆推归纳法悖论与现实不符的主要原因在于以下 3 个方面:

第一,现实中,在多阶段动态博弈的当前博弈期内,人们决策习惯是,若不能对未来某确定的博弈局势作出有把握的预测,则他需要对未来的这种可能的博弈收益值进行一种范围的估计(比如,能够用区间灰数进行表征);然后,将当前博弈收益值与可能的未来收益值进行比较、权衡与决策;

第二,决策者在多阶段动态博弈当前阶段的决策是将其当期博弈收益值与未来可能收益值相比较;而逆推归纳法却忽略了这一问题,只是将本期博弈收益值与紧邻过去局势的博弈收益值相比较;

第三,经典的多阶段动态博弈结构表征形式,因为在其引导策略上没有未来可能博弈收益值的标注,这就决定了当前博弈决策者无法将其当前博弈收益值与未来可能博弈收益进行比较分析。

也正是因为如此,逆推归纳法悖论与现实不符的现象揭示了:逆推归纳法忽略整体观,以偏概全;只注重眼前和近期利益,忽略长远利益等严重错误。

本文运用系统论的整体哲学观和人们对事物分析与判断整体思维的方式,设计一种新的基于系统整体观的“灰数规整”顺推归纳法,对多级动态博弈的“纳什均衡”进行方便、高效的计算,解决逆推归纳法所犯的微观逻辑推理对整体宏观逻辑观忽略的错误这一难题。

2　多阶段动态博弈收益值的逆推“灰数规整”

对一个多级动态博弈问题子博弈的划分和逆推“灰数规整”是设计这种新的顺推归纳法的第一步,为了方便地进行研究,首先给出下列 3 个定义。

定义 1[6]　动态博弈中,若除第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成的,具有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息,且能够自成原博弈的一个部分博弈问题,则称该部分博弈问题为原博弈的一个子博弈。

定义 2　动态博弈中,给定一个子博弈问题甲,若从甲中至少还可以拆分出另外一个子博弈问题乙;那么我们称甲为相对于乙的上层子博弈,乙被称为甲的下层子博弈;若某博弈问题不能再继续拆分出它的下层子博弈,则称该子博弈为最底层子博弈。

最底层子博弈的一个最为明显的特征是,不存在下层子博弈,且在其各策略下均存在各参与者的博弈收益值所构成的收益值向量。

定义 3　若某子博弈问题甲存在下层子博弈问题乙,则称甲中引出乙的那个策略为乙的外生条件策略,或称为下层子博弈引导策略(简称引导策略),乙为该外生条件(引导)策略前提下的子博弈问题。

定义 1 引入了子博弈问题的概念,定义 2 区分了上层与下层子博弈问题,定义 3 给出了下层子博弈的外生条件(引导)策略的概念。

例 1　如图 1 所示的罗森塞尔蜈蚣博弈(Rosenthal,1981)[3]问题,对该博弈问题进行子博弈的划分,并指出各子博弈的上、下层关系及其相应的外生条件(引导)策略。

解:本例中,假设该博弈问题共进行 n 个阶段,那么该博弈问题的最底层子博弈问题为博弈方 2 在策略 A_n 和 B_n 之间进行选择;其上层子博弈问题为博弈方 1 在策略 A_{n-1} 和 B_{n-1} 之间进行选择,其中 A_{n-1} 为其下层子博弈问题的外生条件策略;依此类推,该博弈问题是由许多存在上、下层关系的子博弈问题构成,其中,A_i ($i = 1,2,\cdots,n$) 分别为其相应的下层子博弈的外生条件(引导)策略。

有了以上 3 个定义,可以给出对一个多级动态博弈问题进行“灰数规整”的算法,见命题 1。

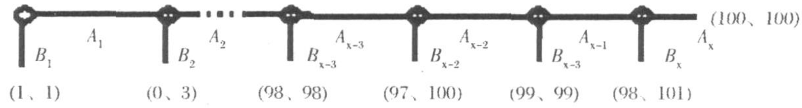

图 1　罗森塞尔蜈蚣博弈(Rosenthal,1981)示意图

命题 1　任给有 K 个参与者的动态博弈问题，可以采用以下算法对该博弈问题进行"灰数规整"。

Step 1：运用定义 1 和 2 对该动态博弈问题进行子博弈划分。

Step 2：对该动态博弈问题的最底层子博弈进行"灰数规整"化简，即针对子博弈问题若干个策略(假定有 S，$j = 1, 2, \cdots, S$ 个策略)下的某参与者 i，$i = 1, 2, \cdots, K$ 的收益值 v_{ij}，取其最小者 $\min\{v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iS},\}$ 作为区间灰数的左端点值，取其最大者 $\max\{v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iS},\}$ 作为区间灰数的右端点值；构成该最底层子博弈的外生策略条件下某博弈方的博弈收益的区间灰数，$[\min\{v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iS},\}, \max\{v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iS},\}]$；依此类推，对所有博弈参与者进行类似地处理，可以将该最底层子博弈问题简化为其外生条件策略下的收益值向量，$[\min\{v_{11}, \cdots, v_{1S}\}, \max\{v_{11}, \cdots, v_{1S}\}], \cdots, [\min\{v_{K1}, \cdots, v_{KS}\}, \max\{v_{K1}, \cdots, v_{KS}\}]$，如图 2 所示。

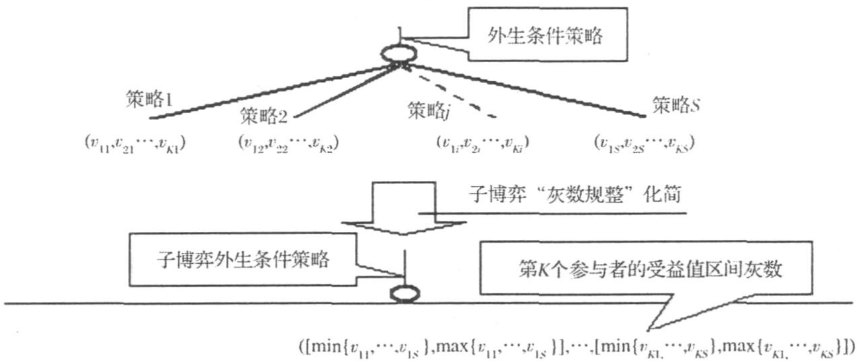

图 2　子博弈"灰数规整"化简示意图

Step 3：在经过 Step —2 的处理后，原最底层子博弈问题被简化掉。这样，该原最底层子博弈的外生条件所在的原上层子博弈问题就构成了一个新的最底层子博弈问题。重复运用 Step 2 的处理方法对这个新的最底层子博弈进行"灰数规整"化简，一直进行到该博弈问题的所有子博弈均被化简完毕，最终只剩下最顶层博弈问题为止。

Step 4：结束。

证明：假设有一动态子博弈问题，该子博弈问题有若干个策略(假定有 S，$j = 1, 2, \cdots, S$ 个策略)，有参与者 i，$i = 1, 2, \cdots, K$。

首先运用定义 1 和 2 对该动态博弈问题进行子博弈划分，分为 K 层。先从最底层的子博弈问题开始。针对该子博弈问题若干个策略($j = 1, 2, \cdots, S$ 个策略)下的某参与者 i，$i = 1, 2, \cdots, K$ 的收益值 v_{ij}，取其最小者 $\min\{v_{K1}, v_{K2}, \cdots, v_{KS},\}$ 作为区间灰数的左端点值，取其最大者 $\max\{v_{K1}, v_{K2}, \cdots, v_{KS},\}$ 作为区间灰数的右端点值；经过上述处理后，原最底层子博弈问题被简化掉。这样，该原最底层子博弈的外生条件所在的原上层子博弈问题就构成了一个新的最底层子博弈问题。

依此类推，对所有博弈参与者进行类似地处理，可以将该最底层子博弈问题简化为其外生条件策略下的收益值向量，$[\min\{v_{11}, \cdots, v_{1S}\}, \max\{v_{11}, \cdots, v_{1S}\}], \cdots, [\min\{v_{K1}, \cdots, v_{KS}\}, \max\{v_{K1}, \cdots, v_{KS}\}]$，如图 2 所示。

重复运用上述处理方法对这个新的最底层子博弈进行"灰数规整"化简，一直进行到该博弈问题的所有子博弈均被化简完毕，最终只剩下最顶层博弈问题为止。(证毕)

命题 1 阐明了多阶段动态博弈问题的"灰数规整"的算法，该算法是从最底层子博弈起一直逆推至最顶层博弈问题，该"灰数规整"算法的线路顺序正好与该博弈进行的时间顺序相反，因此他是一种逆推算法。该逆推"灰数规整"算法主要作用是：对其各引导策略未来可能收益值进行推算。

例 2　对例 1 中的罗森塞尔蜈蚣博弈问题进行子博弈划分和"灰数规整"化简。

解：对例 1 中的蜈蚣博弈问题进行子博弈划分，共划分成 $n - 1$ 个子博弈问题，分别用 G_i，$i = 2, 3, \cdots, n$，如图 3 所示。

运用命题 1 的"灰数规整"算法，可以对该博弈问题的子博弈过程进行化简，其化简过程如图 3 所示，在各引导策略上均标有经"灰数规整"的未来可能收益值。

命题 1 中，对多阶段动态博弈问题进行"灰数规整"处理，形成了一种新的动态博弈结构的表征形式(见图 3)；该结构形式的最明显特征是：在其各下层

子博弈引导策略上均标有未来可能收益值;为此,特给出定义 4。

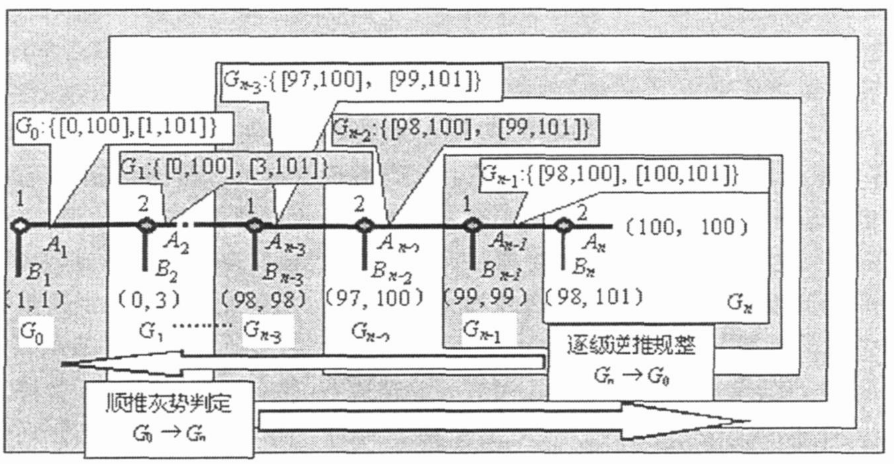

图 3 “灰数规整”逆推归纳法分析步聚示意图

定义 4　若某多阶段动态博弈问题的各引导策略上均标有未来可能收益值,则称该未来可能收益值为下层子博弈引导值,简称引导值;该博弈结构形式为含有引导值结构的多阶段动态博弈问题的结构形式,简称动态博弈的引导值结构形式。

定义 4 对经“灰数规整”所形成的一种新的多阶段动态博弈结构形式进行了定义,这样一种新的动态博弈引导值结构形式使得人们在任一博弈时点上进行决策时,都能够在当前和未来(可能)的博弈收益值之间进行权衡与比较;从而摆脱了经典逆推归纳法的每一步的博弈收益值都只能与其下一步相比较(步步理性),在某种特定(如蜈蚣博弈)的情形下却只能得出最糟糕(不理性)结果的逻辑怪圈。对这一经济现象的最经典的解释是,个体理性与集体理性的矛盾。笔者认为这种解释只说对了问题的一个侧面,事实上这一问题还涉及到另一个本质性的问题是,博弈者的短期(当前)利益和长远(未来)利益的矛盾与均衡。

3　多阶段动态博弈“灰数规整”顺推归纳法的“终止”与“引导”纳什均衡分析

笔者对这一问题经过多年的潜心调查与研究,参与本实验调查的人员涉及到企业家、政府官员、咨询工程师、技术员、教师、大学生、中学生、家庭主妇等近数百人,所得出的主要结论是:在类似于蜈蚣博弈的这样博弈过程中,如果博弈的阶段数很明确,而且很少,他们会采取经典的蜈蚣博弈的方式进行博弈;而如果博弈的阶段数很多,或结构不太明确,那么他们往往采用将当前和未来(可能)的博弈收益值进行比较的方法进行决策。

参考文献[3]中,作者推论:如果蜈蚣博弈的阶段数很少,比如只有 3 到 5 个阶段,那么经典的逆推归纳法将起作用;但是如果其博弈的阶段数增加,那么合作的可能性增加,或者平均来说合作的阶段数也会大大地增加。该文献的推论是对本文观点的一个极好的例证。

鉴于以上分析,主要考虑到现实中人们在动态博弈过程中的决策习惯,给出一种新的“灰数规整”顺推归纳法的算法的 4 个假设如下:

假设 1　任给多阶段动态博弈问题,可以采用命题 1 的方法对其进行逐级逆推“灰数规整”;

假设 2　如果某多阶段动态博弈问题的结构或者其博弈未来收益值不明确,但是博弈方能够对其当前和未来博弈收益值的范围作出灰数的估计,也就是说,能够用某一个灰数对对其博弈收益值进行表征;

假设 3　博弈者是按动态博弈的时间顺序,依据一定的判定准则(如:可以是灰数势大小[2]、灰数的概率期望值大小判定规则等)在当前和未来博弈收益值之间进行权衡和决策;

假设 4　其它必须的博弈理性等博弈假设。

依据以上 4 个假设,可以按博弈的时间先后顺序对一个多阶段动态博弈问题进行均衡解的分析,为此特给出以下定义。

定义 5　任给多阶段动态博弈的引导值结构形式,若按博弈时间发生的先后顺序对该博弈问题进行决策分析,则称该博弈均衡分析方法为“灰数规整”顺推归纳法。

定义 6　任给多阶段动态博弈的引导值结构形式,按“灰数规整”顺推归纳法对该博弈问题进行均

衡分析;若在当期博弈中,其均衡在非引导值上实现,那么该博弈过程终止,则称该博弈均衡为终止纳什均衡;否则,其均衡在引导值上实现,那么该博弈过程仍将继续,则称该博弈均衡为引导纳什均衡。

命题 2　任给有 2 个参与者的动态博弈问题,依据以上的 4 个博弈假设,若当前博弈决策者(他在本阶段的决策,决定着该博弈过程是在本期结束还是继续进行)实现的是终止纳什均衡,那么整个博弈过程结束;若当前博弈决策者实现的是引导纳什均衡,那么当前博弈将引导出其下层子博弈过程。

该命题结论显然成立,证明简单,证明过程省略。

命题 3　任给有 2 个参与者的动态博弈问题,依据以上的 4 个博弈假设,若当前博弈决策者依据一定的判定准则,在当前和未来博弈收益值之间进行权衡和决策,则该博弈问题必定存在该判定准则下的终止纳什均衡(即,该博弈算法收敛)。

证明　任给一个 2 个参与者的多阶段动态博弈问题,依据命题 1 进行逐级逆推“灰数规整”,可以对其未来收益值进行灰数标注(如图 4 所示,图中第一、二个收益值分别表示博弈方 i 和 j 的博弈收益值),以便于它与本期收益值进行大小比较。

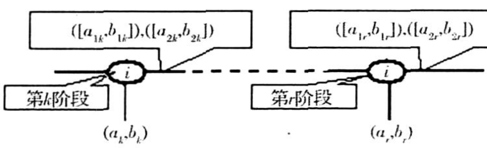

图 4　基于动态博弈的引导值结构形式的终止纳什均衡分析

图 4 中,假设第 i (i = 1,2) 个博弈参与者在第 k 阶段是当期博弈决策者,则他会在第 k 期博弈收益值 a_k 与未来可能博弈收益值区间灰数 $[a_{1k}, b_{1k}]$ 之间进行大小比较;假设博弈者无法知道该规整区间灰数的任何取值和分布信息,那么依据参考文献[2]关于灰数态势大小的判定规则可以判定:

(1) 当 $a_k > \frac{a_{1k} + b_{1k}}{2}$ 时,那么从灰势值[7-10]的大小判定角度来看, $a_k > [a_{1k}, b_{1k}]$; (a_k, b_k) 是该博弈问题的终止纳什均衡;

(2) 当 $a_k < \frac{a_{1k} + b_{1k}}{2}$ 时,从灰势值[7-10]的大小判定角度来看, $a_k < [a_{1k}, b_{1k}]$;那么 $([a_{1k}, b_{1k}], [a_{2k}, b_{2k}])$ 是该博弈问题当期博弈的引导纳什均衡;

若当前博弈问题实现的是引导纳什均衡,那么依据命题 2,当前博弈将引导出其下层子博弈过程。

以此类推,必定能在其后续的某个子博弈过程中实现终止纳什均衡。这主要是因为,该博弈问题的当前子博弈引导值是其后续所有子博弈收益值的“灰数规整”值。运用反证法:假定在定义 4 的动态博弈的引导值结构形式中,不可能存在一种终止纳什均衡的结局。依据命题 2,它在各子博弈过程中所实现的均是引导纳什均衡;也就是说,在每局子博弈中,各当前博弈者的博弈收益值均小于其相应的引导值,不存在大于或等于其相应引导值的情形;然而,这与当前子博弈引导值是其后续所有子博弈收益值的“灰数规整”值构成(命题 1)相矛盾。故原假设错误,即,某 n 阶段动态博弈问题,如果其当前第 k 期子博弈实现的是引导纳什均衡,那么在其后的 $n - k$ 期子博弈过程中必定能实现终止纳什均衡。

同理可证,假设博弈者能够知道该规整区间灰数的取值或分布信息,那么依据相应的期望值判定规则,各博弈参与者能够在相应的博弈阶段实现终止纳什均衡。(证毕)

命题 3 给出了“灰数规整”顺推归纳法的算法及其算法的收敛性证明。

例 3　分别利用灰势判定规则和概率期望值判定规则,求解例 2 中的罗森塞尔蜈蚣博弈问题(见图 3)的终止纳什均衡。

解: (1) 基于灰势判定规则求解动态博弈问题的终止纳什均衡

图 3 中,在第一阶段,博弈方 1 首先进行决策,他将引导策略 A_1 和终止策略 B_1 的收益值 1(单位)和 $[0,100]$ (单位)的灰色态势值进行比较,显然前者小于后者;此时,博弈方 1 选择引导策略 A_1 ,实现引导纳什均衡,将博弈的决策权交给博弈方 2;以此类推,该博弈过程一直继续进行到第 G_{n-2} 个子博弈过程,此时,博弈方 2 为当前子博弈决策者,其引导策略 A_{n-2} 和终止策略 B_{n-2} 的博弈收益值分别为 $[99,101]$ (单位)和 100 (单位);该两区间灰数的态势值大小相等,也就是说,在该判定准则条件下,策略 A_{n-2} 和 B_{n-2} 对博弈方 2 来说是无差异的,他可以选择终止策略 B_{n-2} ,终止该博弈过程,获得 100(单位)收益,博弈方 1 获得 97(单位)收益,实现终止纳什均衡;他也可以选择策略 A_{n-2} 将博弈决策权进一步交给博弈方 1,实现引导纳什均衡。

同理,可以判断,在子博弈 G_{n-1} 阶段,博弈方 1 的终止纳什均衡策略 B_{n-1} 与引导纳什均衡策略 A_{n-1} 是无差异的;在 B_{n-1} 策略下博弈方 1 和 2 分别实现博弈收益值 99(单位);策略 A_{n-1} 实现下层子博

弈引导,将博弈决策权进一步移交给博弈方 2。

在 G_n 子博弈阶段,这是一个确定的子博弈问题,博弈方 2 选择终止策略 B_n ,实现终止纳什均衡,博弈方 1 和 2 的博弈收益值分别为:98(单位)和 100(单位)。

综上所述,在本判定规则下,该博弈问题存在三种可能的终止纳什均衡,其子博弈过程和博弈收益值分别为 G_{n-2} 、(97,100),G_{n-1} 、(99,99)和 G_n 、(98,101)。

(2)基于期望值判定规定的求解动态博弈问题的终止纳什均衡

事实上,本题中各引导策略的未来可能收益值区间灰数是一种具有一定出现概率的离散型灰数,比如在第 k 个阶段,其引导值区间灰数中各可能值出现的概率可以其在未来 $n-k$ 个阶段中出现的频率进行估计。

在已知引导值区间灰数中各数值的分布概率后,根据所计算的各策略收益期望值进行子博弈的终止和引导纳什均衡的判定过程是十分简单的。很显然,在图 3 中的早期子博弈过程中,利用期望值判定规则所得到均衡是引导纳什均衡,下面,仅对其最后的几个子博弈问题进行纳什均衡分析。

在第 G_{n-3} 个子博弈阶段:博弈决策者是博弈方 1,其引导博弈值区间灰数为[97,100],其中 97、98、99 和 100 出现的频率(不包括本阶段)均为 0.25,这样其引导博弈值的期望值为 $(97+98+99+100)/4=98.5$(单位);而其终止博弈的收益值为 98(单位),比引导博弈值的期望值小;故博弈方 1 此时会选择引导纳什均衡,将博弈决权传递给博弈方 2。

在第 G_{n-2} 个子博弈阶段:博弈决策者是博弈方 2,其引导博弈值区间灰数为[99,101],其中 99、100 和 101 出现的频率(不包括本阶段)均为 1/3,这样其引导博弈值的期望值为 $(99+100+101)/3=100$(单位);而其终止博弈的收益值为 100(单位),与引导博弈值的期望值相等;故博弈方 2 此时选择终止或引导纳什均衡是无差异的;如果他选择策略 B_{n-2} ,则得到终止纳什均衡,双方收益分别为 97 和 100(单位);如果他选择策略 A_{n-2} ,则将博弈决策权传递给博弈方 1。

在第 G_{n-1} 个子博弈阶段:博弈决策者是博弈方 1,其引导博弈值区间灰数为[98,100],其中 98 和 101 出现的频率(不包括本阶段)均为 0.5,这样其引导博弈值的期望值为 $(98+100)/2=99$(单位);而其终止博弈的收益值为 99(单位),与引导博弈值的期望值相等;故博弈方 1 此时选择终止或引导纳什均衡是无差异的;如果他选择策略 B_{n-1} ,则得到终止纳什均衡,双方收益均为 99(单位);如果他选择策略 A_{n-1} ,则将博弈决权传递给博弈方 2。

在第 G_n 个子博弈阶段:该阶段是最底层子博弈问题,容易得出其博弈均衡显然为博弈方选择 B_n 策略,博弈方 1 和 2 的收益值分别为 98(单位)和 101(单位)。

综上所述,在本判定规则下,该博弈问题存在三种可能的终止纳什均衡,其子博弈过程和博弈收益值分别为 G_{n-2} 、(97,100),G_{n-1} 、(99,99)和 G_n 、(98,101);与上一种判定规则所得结论一致。

(3)经典逆推归纳法作用机制举例

在第 G_{n-1} 个子博弈阶段:若博弈方 1 显然能够肯定的判断在第 G_n 个子博弈阶段,博弈方 2 必然选择 B_n 策略,那么他在该阶段必然选择 B_{n-1} 策略;如此等等,依此类推,博弈方 1 会在第 G_1 阶段选择 B_1 策略结束博弈,双方各得 1(单位)收益。

由此可见,经典的逆推归纳法是本方法在取特定的博弈收益值概率条件下的一种特殊结论,是博弈方 1 在第一阶段即取终止纳什均衡的特例。

4　结束语

本文针对逆推归纳法在多阶段动态博弈中的这些致命缺陷设计了一种新的"灰数规整"顺推归纳法算法模型,较好地解决长期动态重复的合作和非合作博弈和纳什均衡的求解等难题,如寡头企业的定价、企业的长期战略性合作等问题。同时,也更进一步地揭示了人们在多阶段动态博弈中的本质规律。当然,经典逆推归纳法在博弈的阶段数相对较少,或者是较短期的动态博弈分析中,较好地揭示了人们进行博弈决策的本质;不过,这种较短期的经典逆推归纳法作用机制也是本模型在未来博弈收益值出现概率明确条件下的一种博弈均衡的特例。

参考文献:

[1] 潘天群. 交流理性与逆向归纳法悖论的消解[J]. 自然辩证法研究,2005,21(12):25—28.

[2] 张峰. 逆推归纳法悖论探析[J]. 福建论坛(人文社会科学版),2004,12:78—81.

[3] 张峰. 蜈蚣博弈悖论引发的思考[J]. 湖南科技大学学报(社会科学版),2005,8(1):30—33.

[4] 高鸿桢,王家辉. 实验博弈论研究的若干进展[J]. 厦门大学学报(哲学社会科学版),2006,(3):80—84.

[5] 蜈蚣博弈新视角—预期心理的应用[J]. 上海管理科学,

2006 , 3 : 1 —5.
[6] 谢识予. 经济博弈论(第二版) [M]. 上海: 复旦大学出版社 , 2006. 1 : 136 —137.
[7] 方志耕 , 刘思峰 , 陆芳 , 万军 , 刘斌. 区间灰数表征与算法改进及其 GM(1 ,1)模型应用研究[J]. 中国工程科学 , 2005 , 7(2) : 57 —61.
[8] 方志耕 , 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵博弈模型研究(I) —标准灰矩阵博弈模型构建[J]. 东南大学学报 , 2003 , 33(6) : 796 —800.
[9] 方志耕 , 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵二人有限零和博弈模型研究[J]. 南京航空航天大学学报 ,2003 , 35(4) : 441 —445.
[10] 方志耕 , 刘思峰 , 阮爱清. 基于不能直接判定区间灰数大小的灰矩阵博弈的纯策略解及其风险[J]. 吉林大学学报 , 2006 , 36(1) : 137 —142.

Solving the Paradox of Centipede Game : A New Model of Grey Structured Algorithm of Forwards Induction

FANG Zhi-geng , LIU Si-feng , SHI Hong-xing , XU Zheng-dong

(School of Economics and Management ,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics ,Nanjing 210016 ,China)

Abstract : The main contacts of dynamic game analysis theories are sub-game perfect Nash equilibrium analysis , whose key method is backwards induction. Since a long time , it is so confused for academia that the backwards induction is definitely unsuitable with the fact. This paper reveals the origin of backwards induction : first of all , the micro logic is wrong for overall macro logic neglect. In other words , someone focuses on recent interest rather than long interest. Secondly classic multi-stage model of the dynamic game structure cannot fit for the people to consider and balancedly analyze the overall and long interest. This paper constructs a modern structure based on the future dynamic game model and designs the backstepping grey structured algorithm of dynamic multi-stage game , constructs the termination and guide of the multi-stage dynamic game and offers the convenient and efficient balanced analysis and further explains the paradox of Centipede game.

Key words : Centipede game ; grey structured algorithm ; the termination and guide of the multi-stage dynamic game