

冉将军,许厚泽,沈云中等. 新一代 GRACE 重力卫星反演地球重力场的预期精度. 地球物理学报, 2012, 55(9): 2898-2908, doi: 10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 09. 009.

Ran J J, Xu H Z, Shen Y Z, et al. Expected accuracy of the global gravity field for next GRACE satellite gravity mission. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2012, 55(9): 2898-2908, doi: 10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 09. 009.

新一代 GRACE 重力卫星反演地球 重力场的预期精度

冉将军^{1,2}, 许厚泽¹, 沈云中^{3,4}, 钟敏^{1*}, 张兴福⁵

1 中国科学院测量与地球物理研究所大地测量与地球动力学国家重点实验室, 武汉 430077

2 中国科学院大学, 北京 100049

3 同济大学测绘与地理信息学院, 上海 200092

4 同济大学空间信息科学及可持续发展应用中心, 上海 200092

5 广东工业大学土木与交通工程学院, 广州 510006

摘 要 基于低低卫星跟踪模式, 本文主要探讨利用动力学法融合精密轨道数据和星间测距或距离变率数据求解地球重力场的基本原理与方法, 该方法既可对两颗低低跟踪卫星的初始状态误差进行有效校正, 也可充分利用低轨卫星轨道所包含的低频重力场信息. 为探讨适合我国国情的低低跟踪模式下的重力卫星指标, 本文以不同星载设备精度指标的组合进行模拟计算, 模拟结果显示: (1) 把 GRACE 卫星的星间距离变率指标提高一个量级, 其余指标保持与 GRACE 卫星设计指标一致时, 可使地球重力场的精度获得同量级的提高; (2) 若星间距离变率为 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 轨道高度为 300 km, 加速度计精度为 $3.0 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 轨道精度为 0.03 m, 星间距离 100 km, 与利用 GRACE 的设计指标反演出的重力场精度相比, 可提高约 121 倍, 并建议我国未来低低跟踪重力卫星计划参考此指标.

关键词 数据融合, 星间距离, 距离变率, 新一代重力卫星, 预期精度

doi: 10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 09. 009

中图分类号 P228

收稿日期 2011-11-20, 2012-05-04 收修定稿

Expected accuracy of the global gravity field for next GRACE satellite gravity mission

RAN Jiang-Jun^{1,2}, XU Hou-Ze¹, SHEN Yun-Zhong^{3,4},
ZHONG Min^{1*}, ZHANG Xing-Fu⁵

1 State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3 College of Surveying and Geo-informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China

4 Center for Spatial Information Science and Sustainable Development, Tongji University, Shanghai 200092, China

5 Faculty of Civil and Transportation Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China

Abstract For the technology of low-low satellite to satellite tracking, this paper focuses on a method which combines the precise orbit data with range data or range rate data to recover the

基金项目 中国科学院空间科学预先研究项目(第一批-2)、中国科学院方向性项目(KZCX2-YW-143)、国家自然科学基金(40974045, 41131067, 41074018)资助.

作者简介 冉将军, 男, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事地球重力场模型的确定和卫星定轨方面的研究. E-mail: jiangjunran@asch. whigg. ac. cn

* **通讯作者** 钟敏, 男, 1964 年生, 博士生导师, 研究员, 主要从事动力大地测量和时变重力场研究. E-mail: zmzm@whigg. ac. cn

global gravity field. It not only can calibrate the initial position error of the two satellites, but also make good use of the low frequency gravity information from the mission. Several simulation scenarios are discussed in this paper. The results are as follows. (1) If the precision of range rate measurement is improved by a factor of ten, the accuracy of global gravity field will be 10.6 times better; (2) The accuracy of the global gravity field will be higher than that of GRACE by a factor of about 121 if we use the following accuracy indexes: the accuracy of range rate, altitude, acceleration, orbit position and the distance between the two satellites is $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 300 km, $3.0 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 0.03 m, and 100 km, respectively. Therefore, we recommend the payloads mentioned above for Chinese future satellite gravity mission.

Keywords Data combination, Range, Range rate, Future satellite gravity mission, Expected accuracy

1 引言

自从 1960 年 Baker 提出应用卫星观测数据反演地球重力场的理论^[1], 国外很多专家已进行了大量论证和数值模拟工作, 如 Kaula、Colombo 等人做了大量研究^[2-3]. 在经过国际同行 30 多年的努力后, CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) 和 GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) 卫星相继成功发射, 并计划再发射 GRACE Follow-On 和 GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory). 从 20 世纪 90 年代开始, 国内许多学者也开展了相关的研究工作, 对发展我国重力卫星起到了很大的推动作用, 如陈俊勇、宁津生、许厚泽、孙文科和罗志才等对卫星重力技术提出讨论^[4-8], 姜卫平等对卫星载荷做出了定性分析^[9], 章传银等导出了以距离的二次变率为观测值的反演方法^[10], 罗佳、郑伟和王正涛等用能量法进行了相关的研究^[11-15], 徐天河、沈云中、肖云、周旭华和邹贤才等用动力学法或基线法进行了重力场的反演工作^[16-22]. 虽然国外的重力卫星项目已经取得长足进步, 但很多关键技术对我国保密. 近年来, 我国正努力推进自主知识产权的重力卫星项目. 重力卫星的发射可以获取全球的卫星重力观测数据, 促进我国在地球科学领域的发展, 提高我国在该领域的国际地位. 基于我国重力卫星计划的需求, 针对符合国情的重力卫星的指标论证方面的研究国内正逐步展开, 比如郑伟在多篇文章里进行了论证, 说明了能量法对 GRACE 卫星部分指标的敏感度; 然而直到目前为止, 利用动力学法在重力卫星指标论证方面的国内相关研究大多都是针对低阶重力场位系

数的讨论, 如 40 阶, 60 阶等, 取得了很多有意义的成果. 但是重力卫星的很多指标特性在低阶位系数上得不到完整的体现, 所以仍需要对高阶位系数继续展开讨论. 鉴于此, 本文利用动力学法反演较高阶次 (130 阶) 来对我国未来重力卫星的各项指标进行系统的完善的论证研究, 以期为我国重力卫星计划提供参考.

此外, 卫星重力反演地球重力场的算法分为时域法和空域法. 时域法主要包含 Kaula 线性摄动法、动力学法、基线法、能量法、加速度法和短弧边值法等, 适合于 GRACE 卫星的解算; 空域法主要适合于利用 GOCE 卫星数据解算地球重力场. 时域法中, 大部分方法需要顾及较多的局部参数 (如两颗卫星的初始位置向量和加速度计的尺度偏差等参数). 这些局部参数处理的好坏, 对最后重力场解算的精度存在较大影响. 其原因如下, 首先, 在单独利用星间距离或者星间距离变率来求解地球重力场模型时, 无法对存在着误差的初始位置参数进行有效校正. 因为星间距离和星间距离变率都是相对量, 而初始位置参数是绝对量, 无法仅用相对量来校正绝对量. 其次, 这些局部参数之间还存在着相关性, 从而导致解算地球重力场时局部参数矩阵病态, 而难以得到满意的解. 针对这两类问题, 国外学者进行了很多的研究, 如 Mayer 等利用 QR 分解法可以降低局部矩阵的病态性^[23-24]. 在国内, 也有一些学者进行了相关的研究, 如张兴福通过只估计两颗卫星之间的相对速度误差的方法对卫星初始状态误差进行校正^[25], 肖云通过转换为基线参数的基线法来解决该问题^[20]. 在本文里, 笔者采用通过融合卫星精密轨道数据和星间距离或星间距离变率数据来求解地球重力场模型. 这方法存在着如下优点: 第一, 以精密的双星轨道数据 (绝对量) 作为观测值, 再融合星间距

离或星间距离变率数据(相对量)来校正初始位置误差,解决了上述仅由相对量无法校正绝对量的问题;第二,通过把双星轨道数据和星间距离或者星间距离变率数据结合起来,可以有效地降低局部参数矩阵的病态性;第三,重力卫星的轨道数据里包含了大量的地球重力场的低频信息,如果仅仅利用星间距离或者星间距离变率数据则没有充分挖掘 GRACE 卫星提供的数据信息. 本方法融合了轨道数据和星间距离或者星间距离变率数据,从而充分利用了 GRACE 卫星任务提供的数据.

2 理论与方法

2.1 基于轨道和星间距离以及距离变率反演重力场的基本观测模型

根据牛顿运动定律,

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{a}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}), \quad (1)$$

式中, $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \ddot{\mathbf{r}}(t)$ 分别为卫星在 t 时刻的位置、速度与加速度向量, $\mathbf{a}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ 为卫星运行时所受到的加速度. 通过积分可得卫星位置 \mathbf{r} 与初始状态向量 $\mathbf{r}(t_0), \dot{\mathbf{r}}(t_0)$ 、重力场位系数 \mathbf{u} 、卫星所受加速度 $\mathbf{a}(t)$, 以及时间 t 的函数关系如下:

$$\mathbf{r} = \mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{a}(t), \mathbf{r}(t_0), \dot{\mathbf{r}}(t_0), t), \quad (2)$$

式中, 加速度 $\mathbf{a}(t)$ 包含中心引力、非球形引力、日月引力和各种潮汐以及太阳光压、大气阻力等各种非保守力. 对于双星编队飞行的 GRACE, 利用公式 (2) 可得到基于轨道扰动 $\Delta \mathbf{r}(t)$ 的观测模型,

$$\Delta \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}^0(t) = \frac{\partial \mathbf{r}(t)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{r}(t)}{\partial \mathbf{r}(t_0)} \delta \mathbf{r}(t_0). \quad (3)$$

若令 $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{r}(t), \dot{\mathbf{r}}(t)]$, 则可得到星间距离 $\Delta \rho(t)$ 和距离变率 $\Delta \dot{\rho}(t)$ 的观测模型,

$$\Delta \rho(t) = \rho(t) - \rho^0(t) = \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} \delta \mathbf{y}_1(t_0) + \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} \delta \mathbf{y}_2(t_0), \quad (4)$$

$$\Delta \dot{\rho}(t) = \dot{\rho}(t) - \dot{\rho}^0(t) = \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} \delta \mathbf{y}_1(t_0) + \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} \delta \mathbf{y}_2(t_0), \quad (5)$$

式中, $\delta \mathbf{y}_1$ 和 $\delta \mathbf{y}_2$ 分别为两颗 GRACE 卫星的初始位置参数改正数(因为每个弧段都有不同的初始位置改正数, 因此 $\delta \mathbf{y}_1$ 和 $\delta \mathbf{y}_2$ 也称为局部参数), $\delta \mathbf{u}$ 为位系数改正数(因为每个弧段都有相同的位系数改正数 $\delta \mathbf{u}$, 因此 $\delta \mathbf{u}$ 也称为全局参数). t_0 表示初始时刻, t 表示任意时刻. $\mathbf{r}^0(t), \rho^0(t)$ 与 $\dot{\rho}^0(t)$ 为用初始重力场模型计算的值. 式中的下标 1, 2 分别表示两颗 GRACE 卫星.

2.2 联合轨道数据和星间测距数据反演地球重力场的理论

两颗 GRACE 卫星一直在同一轨道上相距约 220 km 的位置编队飞行, 若单独使用星间距离或者距离变率数据, 在消去局部参数的时候, 必然会引起局部矩阵严重病态, 从而无法求得精确解. 所以, 本文采用融合 GRACE 轨道数据和 K 波段数据来解算地球重力场模型, 这不仅充分利用 GRACE 卫星提供的轨道数据和 K 波段数据, 而且还有效地降低局部矩阵病态的问题, 此外还可以在相对量(星间距离或者星间距离变率)的基础上, 结合绝对量(精密轨道)来校正轨道初始位置(局部参数)误差. 其观测模型如下:

融合轨道数据和 K 波段星间距离数据的观测模型:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{y}_1 \\ \delta \mathbf{y}_2 \\ \delta \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_1(t) \\ \Delta \mathbf{r}_2(t) \\ \Delta \rho(t) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

融合轨道数据和 K 波段星间距离变率数据的观测模型:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{y}_1 \\ \delta \mathbf{y}_2 \\ \delta \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_1(t) \\ \Delta \mathbf{r}_2(t) \\ \Delta \dot{\rho}(t) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

对式(6)和式(7),其误差方程为

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{l}, \quad (8)$$

式中, \mathbf{v} 为改正数, \mathbf{A} 为设计矩阵, \mathbf{l} 为常数项, \mathbf{X} 为未知数, 包括局部参数 $\delta\mathbf{y}_1$ 与 $\delta\mathbf{y}_2$ 和全局参数 $\delta\mathbf{u}$,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{y}_1 \\ \delta\mathbf{y}_2 \\ \delta\mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

法方程形式可统一表示为

$$\mathbf{N}\mathbf{X} = \mathbf{L}, \quad (10)$$

式中,

$$\mathbf{N} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{k_j}^T \mathbf{P}_{k_j} \mathbf{A}_{k_j}, \mathbf{L} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_{k_j}^T \mathbf{P}_{k_j} \mathbf{l}_{k_j}. \quad (11)$$

设共 n 个弧段, 每个弧段有 m 个历元, \mathbf{A}_{k_j} 和 \mathbf{l}_{k_j} 分别为第 k 弧段里第 j 历元形成的设计矩阵和常数项, \mathbf{N} 和 \mathbf{L} 分别为叠加后的法方程和常数项. 在融合星间距离或者星间距离变率时, \mathbf{A}_{k_j} 和 \mathbf{l}_{k_j} 的表达式不尽相同, 其详细表达式为:

(1) 当轨道和星间距离数据融合时,

$$\mathbf{A}_{k_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \rho(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \end{bmatrix}, \mathbf{l}_{k_j} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_1(t_j) \\ \Delta \mathbf{r}_2(t_j) \\ \Delta \rho(t_j) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

(2) 当轨道和距离变率数据融合时,

$$\mathbf{A}_{k_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_1(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_{1-2}(t)}{\partial \mathbf{u}} \end{bmatrix}, \mathbf{l}_{k_j} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_1(t) \\ \Delta \mathbf{r}_2(t) \\ \Delta \dot{\rho}(t) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

式(11)中,

$$\mathbf{P}_{k_j} = \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & P_1 & \\ & & P_2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

P_1 为 GRACE 卫星精密轨道数据对应的权, P_2 为 GRACE 卫星 K 波段数据对应的权. 由定权原理, 设轨道对应的权 P_1 为 1, 星间距离变率或星间距离的权 P_2 由轨道精度和距离变率或星间距离精度确定.

每个弧段的未知数包含局部参数改正数 $\delta\mathbf{r}$ (表示 $\delta\mathbf{r}_1$ 和 $\delta\mathbf{r}_2$) 和位系数改正数 $\delta\mathbf{u}$, 而作为全局变量的 $\delta\mathbf{u}$ 才是需要求解的量. 因此需要消去这些局部参数得到仅含有全局变量的表达式, 消去方式如下:

对式(10)可以细化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{uu} & \mathbf{N}_{ur} \\ \mathbf{N}_{ru} & \mathbf{N}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{u} \\ \delta\mathbf{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{uu} \\ \mathbf{L}_{ur} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

式中, \mathbf{N}_{uu} 、 \mathbf{N}_{ur} 、 \mathbf{N}_{ru} 、 \mathbf{N}_{rr} 分别为对应的子块,

$$(\mathbf{N}_{uu} - \mathbf{N}_{ur} \mathbf{N}_{rr}^{-1} \mathbf{N}_{ru}) \delta\mathbf{u} = \mathbf{L}_{uu} - \mathbf{N}_{ur} \mathbf{N}_{rr}^{-1} \mathbf{L}_{ur}. \quad (16)$$

式(16)为消去局部参数后的法方程, 通过直接矩阵求逆或者 PCCG (预条件共轭梯度法) 或者其他方法, 即可求解出位系数改正数. 但是如果仅由星间距离或者星间距离变率数据 (即式(12)或者式(13)中 \mathbf{A}_{k_j} 矩阵的第三行) 作为观测值, 再根据与式(15)相同的方法消去局部参数后得到的局部参数矩阵 \mathbf{N}_{rr} 呈严重的病态性, 其条件数 $\text{cond}(\mathbf{N}_{rr}) \approx 10^{20}$, 但在融合轨道数据和星间距离或者星间距离变率数据后, $\text{cond}(\mathbf{N}_{rr}) \approx 10^7$, 条件数降低了 13 个量级, 再利用 QR 分解, 可把 $\text{cond}(\mathbf{N}_{rr})$ 降到 10^3 左右, 法方程矩阵已经较为稳定, 可以得到很好的地球重力场反演结果.

3 指标论证与分析

利用上述的融合卫星轨道数据和星间距离或距

表 1 GRACE 卫星计划各项设计指标
Table 1 The error configuration of GRACE

卫星高度	星间距离精度	距离变率精度	加速度计精度	速度精度	离心率	位置精度
500 km	$1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$	$1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$3.0 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$3.0 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	0.004	$3.0 \times 10^{-2} \text{ m}$

离变率数据的函数模型进行模拟计算分析,模拟计算以 EIGEN-5C 作为“真实”模型,结合各种星载设备载荷的精度指标,模拟出 30 天 10 秒采样间隔的观测数据;以 EGM96 作为初始模型,解算出 130 阶的地球重力场模型系数,其理论值应该等于 EIGEN-5C 与 EGM96 的模型系数之差.根据反演的系数与其理论值之差,探索与我国重力卫星计划的各种星载设备载荷相匹配的精度指标.表 1 为目前运行的 GRACE 卫星的设计指标.

在不引入误差的情况下,分别用轨道与星间距离数据为观测值,和轨道与星间距离变率数据为观测值,反演了两组 120 阶重力场模型,在图 1 中分别用 GRACE range error-free 和 GRACE range rate error-free 表示.从图可知,截断到 120 阶的累积大地水准面差距分别为 0.0023 m 和 0.0026 m,该误差主要是计算机的舍入误差和模型线性化误差导致,可忽略不计.从而验证了本算法的正确性.

3.1 星间测距系统对反演地球重力场的影响

高精度的星间测距系统数据是低低卫-卫跟踪技术反演高精度地球重力场模型的重要保证.在 GRACE 的设计指标下,通过使用一个月数据的模拟验算得知,如图 1 所示,在约前 90 阶时,用融合轨道和星间距离反演出的重力场模型 (GRACE range)

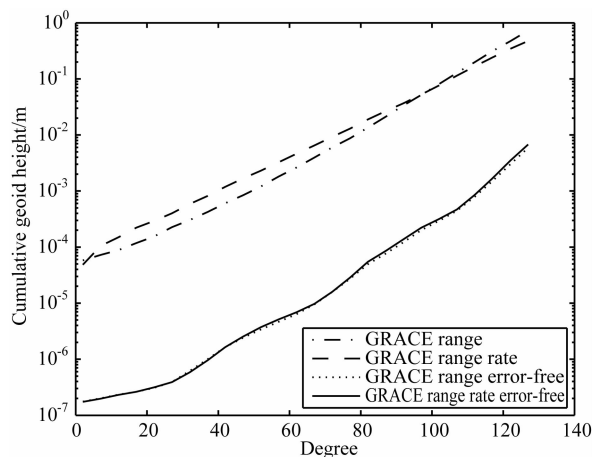


图 1 轨道数据和星间距离或星间距离变率数据融合解算的重力场模型的累积大地水准面差距
Fig. 1 The cumulative geoid errors of the gravitational potential model recovered from combined measurements of orbit and range or range rate data

精度相对于融合轨道和星间距离变率数据 (GRACE range rate) 反演的结果体现出较大的优势,90 阶之后,前者反演出的重力场模型的精度低于后者反演出的精度,截断到 130 阶时两者的累积大地水准面差距达到 0.41 m.

3.1.1 星间距离变率精度对反演地球重力场的影响

目前国际上各大机构在用 GRACE 卫星实测数据反演地球重力场时通常使用星间距离变率数据,而较少使用星间距离数据.图 2 表示利用不同精度的星间距离变率数据融合轨道反演的地球重力场的每阶大地水准面差距.从图 2 可知,当把星间距离变率精度从 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 降低到 $1.0 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,其余载荷的指标与现行 GRACE 保持一致时,所反演的地球重力场精度也随之降低,截断到 130 阶的累积大地水准面差距增大了 4.9 倍.把星间距离变率分别提高到 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,其余载荷的指标与现行 GRACE 保持一致时反演的重力场模型,与目前运行的 GRACE 卫星反演的重力场模型相比,精度大幅度提高.对于星间距离变率精度为 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (现行 GRACE) 时截断到 130 阶时的累积大地水准面差距为 99.2 cm.对于星间距离变率为 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,截断到 130 阶时的累积大地水准面差距为 8.6 cm,较现行

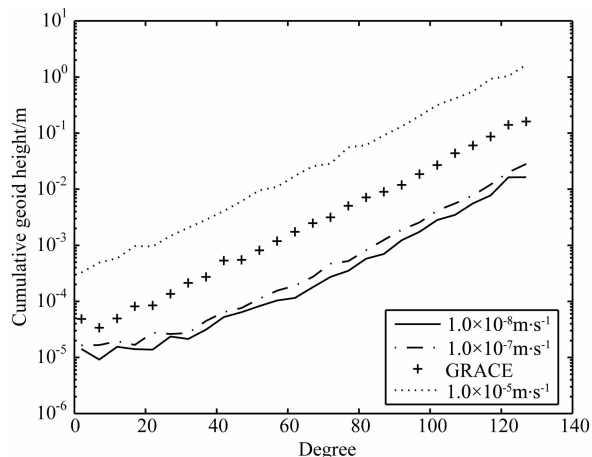


图 2 不同精度的星间距离变率反演的地球重力场模型的每阶大地水准面差距
Fig. 2 The geoid errors for every degree of the gravitational potential model recovered from different accuracies of range rate measurements

GRACE 任务提高 10.6 倍. 当星间距离变率精度为 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 截断到 130 阶时的累积大地水准面差距为 6.2 cm, 较 GRACE 任务提高约 15.2 倍. 即当从 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 提高到 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 反演的重力场精度可以得到大幅度提高, 大约提高一量级, 与文献[28]所得结论一致, 但是当从 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 提高到 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 反演的重力场的精度提高的幅度小于从 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 提高到 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时的幅度.

从上述分析可知, 随着星间距离变率精度的提高, 所反演重力场精度有显著提高. 结合上述分析, 建议我国未来重力卫星计划采用激光干涉系统, 其可把星间距离变率测量提高至 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 此外, 从图 2 可知, 单独提高星间距离变率精度可以等量级地提高反演地球重力场的精度.

3.1.2 星间距离精度对反演地球重力场的影响

利用精度分别为 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m}$ 、 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$ 、 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ 、 $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ 和 $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ 的星间距离观测值, 其余载荷的指标与现行 GRACE 卫星一致, 融合轨道数据反演了 130 阶的重力场模型, 其累积大地水准面差距的精度列于表 2. 由表 2 可知, 星间距离精度从目前 GRACE 卫星的 $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ 降低到 $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ 时, 截断到 130 阶的累积大地水准面差距的精度相应降低了 344.12%. 当星间距离精度分别提高到 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m}$ 、 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$ 和 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}$, 其余载荷指标不变时所反演重力场的累积大地水准面差距与 GRACE 卫星相比, 精度分别只提高了 3.02%、3.01% 和 2.85%. 由此可见, 在其余载荷与目前 GRACE 卫星相同的情况下, 单独提高星间距离精度, 难以像距离变率那样大幅度提高所反演出的重力场模型精度.

在上述分析里可以发现, 单独提高星间距离精度并不会大幅度地提高反演重力场的精度. 但 3.1.1 节建议采用激光干涉系统, 可使星间距离变率精度达到 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 相应的星间测距精度也可提高到 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$ 量级. 因此, 建议我国未来重力

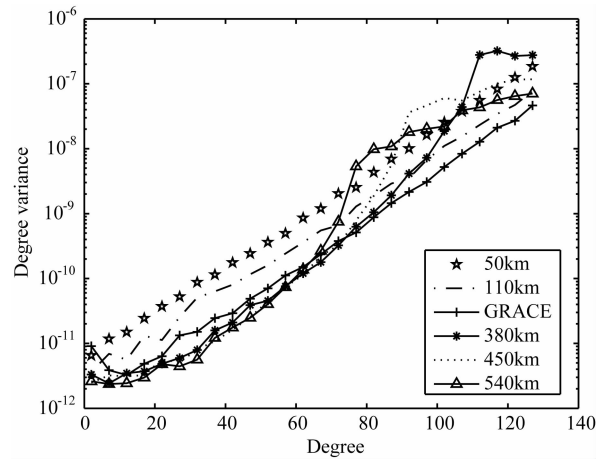


图 3 不同的星间间隔反演的地球重力场模型的每阶大地水准面差距

Fig. 3 The geoid errors of the gravitational potential model recovered from different inter-satellite distances
卫星的星间距离精度为 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$.

3.1.3 星间间隔对反演地球重力场的影响

目前运行的 GRACE 双星之间距离保持 220 km 左右. 图 3 为利用轨道和星间距离为观测值, 在 500 km 轨道高度上, 基于 50 km、110 km、220 km(现行 GRACE)、380 km、450 km 和 540 km 的星间间隔, 其余载荷指标与现行 GRACE 相同时, 反演的地球重力场模型的精度分布图. 由图可知, 220 km 的星间间隔为精度的分界线. 当星间间隔从 50 km 变化到 110 km 和 220 km 的时候, 无论是高阶还是低阶, 阶方差都整体大幅降低, 截断到 130 阶时的阶方差分别为 1.13×10^{-7} 、 2.93×10^{-7} 和 6.56×10^{-8} . 当星间间隔从 380 km 增加到 450 km 以及 540 km 的时候, 与 220 km 相比, 其阶方差距分别约在 105 阶、89 阶和 74 阶附近存在波峰, 并且随着星间间隔的增加, 出现阶方差波峰的阶次依次降低, 从约 105 阶降低到 74 阶左右. 此外, 在出现波峰之前的低阶位系数阶方差里, GRACE 卫星相距越远, 精度越高. 由此可知, 较长的星间间隔利于地球重力场长波的恢复, 而较短的星间间隔利于重力场中短波的恢复.

表 2 不同精度的星间距离反演的地球重力场的累积大地水准面差距(m)

Table 2 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different accuracies of range data(m)

指标(m)	阶次						提高比例
	40	60	80	100	120	130	
1.0×10^{-8}	5.32×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.03×10^{-2}	6.18×10^{-2}	3.72×10^{-1}	9.61×10^{-1}	3.02%
1.0×10^{-7}	5.32×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.03×10^{-2}	6.18×10^{-2}	3.72×10^{-1}	9.61×10^{-1}	3.01%
1.0×10^{-6}	5.33×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.03×10^{-2}	6.21×10^{-2}	3.72×10^{-1}	9.63×10^{-1}	2.85%
GRACE	5.28×10^{-4}	2.23×10^{-3}	1.14×10^{-2}	6.71×10^{-2}	4.02×10^{-1}	9.90×10^{-1}	
1.0×10^{-4}	1.75×10^{-3}	1.01×10^{-2}	5.90×10^{-2}	3.50×10^{-1}	$2.02 \times 10^{+0}$	$4.40 \times 10^{+0}$	-344.12%

在卫星跟踪卫星(SST)观测方程里包含 $\sin(\eta\beta)$, η 表示用角度表示的星间间隔的一半, β 为正则化的 SST 观测频率^[26]. 由于该观测方程特性,将使反演出的地球重力场位系数产生如图 3 所示的波峰现象. 出现波峰现象的阶次计算公式如下:

$$l \approx \left(\frac{\text{range}}{R_e + \text{altitude}} \times \frac{180^\circ}{\pi} \times 180 \right) / 2, \quad (17)$$

式中, l 表示阶数, range 表示星间间隔, R_e 表示地球平均半径, altitude 表示卫星轨道高度. 对于这种波峰现象,在设计重力卫星的时候应尽量避免其出现在重力卫星所能反演的有效阶次内. 220 km 的星间间隔虽然在反演重力场的低阶位系数的精度上,比 50 km 以及 110 km 高,但其会在 180 阶的时候出现波峰现象,这将因为星间距离问题影响该阶次的重力场信号的提取. 表 3 为不同的星间间隔出现波峰现象的阶次.

表 3 不同星间间隔所对应的首次波峰出现阶次

Table 3 The degree of the first peak for different ranges

星间间隔(km)	50	110	220	380	450	540
阶	800	360	180	105	89	74

在对星间距离变率指标的论证时,已建议下一代重力卫星选择基于激光干涉的测量系统. 综合避免波峰现象,激光干涉系统的最佳有效测量距离,以及确定重力场长波分量(较短星间间隔)与短波分量(较长星间间隔)的平衡等三方面的影响,建议我国未来重力卫星星间间隔定为 100 km 左右^[27].

3.2 星载加速度计精度对反演地球重力场的影响

由于难以用精确的模型对大气阻力、太阳光压和地球反照辐射压等非保守力进行建模,所以通常使用加速度计来测量非保守力. 非保守力测量精度的高低直接关系到卫星定轨和重力场反演的精度. 表 4 所示为利用轨道和星间距离为观测值,在不同精度的星载加速度计指标,其余载荷保持和现行 GRACE 相同时,反演出的地球重力场模型的累积大地水准面差距. 在加速度计精度为 $3.0 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,

$3.0 \times 10^{-11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 和 $3.0 \times 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 其余指标与 GRACE 卫星相同的情况下,反演出的重力场模型的精度依次提高,但是相差很小,如表 4 所示. 当星载加速度计精度降为 $3.0 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时,反演出的重力场模型精度降低,截断到 130 阶,比现行 GRACE 卫星任务降低 4.16 倍.

在星载加速度的测量方面,目前国际上比较流行采用 drag-free 控制系统,该方法可以把非保守力测量精度在目前 GRACE 的测量基础上,提高两量级左右. 但表 4 数据显示,星载加速度计精度提高两量级对反演地球重力场的精度提高并不明显. 因此,如果从反演地球重力场精度的角度考虑,目前 GRACE 卫星所搭载的加速度计精度已经满足要求,建议我国未来重力卫星的星载加速度计指标定为 $3.0 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

3.3 低轨卫星定轨精度对反演地球重力场的影响

利用卫星轨道和星间距离为观测值,在定轨精度分别为 3 mm、3 cm 和 3 dm,其余载荷指标与现行 GRACE 相同时,反演出一组重力场模型,其阶方差如图 4 所示. 图 4 表明,定轨精度为 3 dm 的阶方差比 3 cm(现行 GRACE)大,其累积大地水准面差

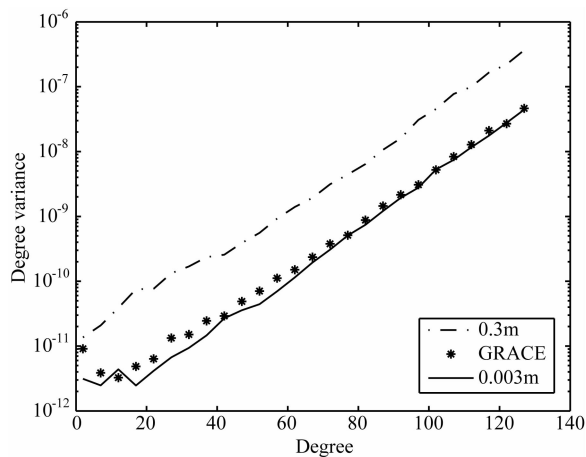


图 4 不同精度的轨道反演的地球重力场模型的阶方差
Fig. 4 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different accuracies of orbit data

表 4 不同精度加速度计指标反演的地球重力场的累积大地水准面差距精度(m)

Table 4 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different accuracies of acceleration data(m)

指标 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	阶次						提高比例
	40	60	80	100	120	130	
3.0×10^{-9}	2.52×10^{-3}	9.86×10^{-3}	5.40×10^{-2}	2.41×10^{-1}	$1.26 \times 10^{+0}$	$5.10 \times 10^{+0}$	-415.67%
GRACE	5.28×10^{-4}	2.23×10^{-3}	1.14×10^{-2}	6.71×10^{-2}	4.02×10^{-1}	9.90×10^{-1}	
3.0×10^{-11}	5.24×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.09×10^{-2}	7.27×10^{-2}	4.26×10^{-1}	9.72×10^{-1}	1.79%
3.0×10^{-12}	5.24×10^{-4}	2.09×10^{-3}	1.06×10^{-2}	6.89×10^{-2}	4.14×10^{-1}	9.72×10^{-1}	1.80%

距截断到 130 阶时,增大了 692.48%。对于定轨精度为 3 mm 与 3 cm 反演出的重力场模型,约在前 80 阶时,3 mm 的轨道比 3 cm 的轨道反演的重力场模型的精度高。在 80 阶到 130 阶时虽有所提高,但相差的幅度较前 80 阶小很多。其原因在于卫星轨道摄动受重力场模型的长波部分影响较大,但受短波部分影响较小,因此在反演地球重力场时,轨道对短波部分的贡献也相对较小,所以在提高轨道精度后反演出的地球重力场模型在长波部分精度提高幅度较大,在短波部分提高幅度不明显。

通过利用融合轨道和星间距离数据的模拟可知,分米级(3 dm)轨道所反演的重力场模型精度明显低于厘米级(3 cm)轨道反演的重力场模型精度,与厘米级轨道相比截断到 130 阶时的累积大地水准面差距增大了 6.92 倍。毫米级(3 mm)轨道反演的重力场模型与厘米级轨道相比虽然在低阶位系数上有所提高,但是在高阶位系数上的提高幅度不大。考虑到目前的定轨技术,建议中国的重力卫星的轨道精度定为厘米级(3 cm 左右)。

3.4 低轨卫星速度精度对反演地球重力场的影响

GRACE 卫星的速度对反演重力场存在着重要的影响。如果利用经典动力学法反演地球重力场,则容易发现速度误差对状态转移矩阵和参数敏感矩阵影响较大。表 5 表示利用轨道和星间距离为观测值,在速度误差分别为 $3.0 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $3.0 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $3.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 其余载荷与现行 GRACE 保持相同时,反演出的重力场模型精度信息。如表 5 所示,速度误差精度为 $3.0 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $3.0 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,反演的重力场模型精度相差不大。当速度误差为 $3.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时反演出的重力场

精度比误差为 $3.0 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时提高约 1.48 倍。因此,建议我国重力卫星的速度精度定为 $3.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

3.5 轨道倾角对反演地球重力场的影响

轨道倾角越接近 90° 卫星所覆盖的地面范围越大。现行的 GRACE 卫星轨道倾角为 89° , 分别在南北极存在着 1° 的空白区域。表 6 表示利用轨道和星间距离为观测值,在轨道倾角为 88.5° , 89° 和 89.5° , 其余指标和现行 GRACE 相同时,反演出的重力场模型的精度信息,截断到 130 阶时的累积大地水准面差距分别为 $1.19 \times 10^{+0} \text{ m}$, $9.91 \times 10^{-1} \text{ m}$ 和 $1.04 \times 10^{+0} \text{ m}$, 相差幅度很小,说明在该幅度变化的轨道倾角对反演地球重力场的影响不明显。因此建议中国重力卫星的轨道倾角定为 89° 左右,与现行 GRACE 保持一致。

3.6 轨道高度对反演地球重力场的影响

现行 GRACE 任务的初始轨道高度为 500 km, 在所有的载荷中,影响重力场最大的就是轨道的高低。卫星轨道越低所探测到的重力场信息越多,反演出的重力场精度越高。也正因此,GOCE 卫星的轨道降为 250 km,但轨道越低,卫星受到的中心引力和大气阻力等越大,卫星的运行时间也越短。因此需在轨道高度和运行时间之间做出折中选择。图 5 表示在利用轨道和星间距离为观测值,轨道高度分别为 250, 300, 350, 400, 450 km 和 500 km, 其余载荷指标和现行 GRACE 相同时,反演出的重力场模型的精度信息,截断到 130 阶的累积大地水准面差距分别为 1.63×10^{-2} , 3.79×10^{-2} , 8.09×10^{-2} , 2.14×10^{-1} , $5.23 \times 10^{-1} \text{ m}$ 和 $9.91 \times 10^{-1} \text{ m}$ 。对卫星轨道高度从 250 km 增加到 450 km 时与现行的

表 5 不同精度的星间速度反演的地球重力场的累积大地水准面差距(m)

Table 5 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different accuracies of velocity data (m)

指标 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	阶次						提高比例
	40	60	80	100	120	130	
3.0×10^{-4}	1.14×10^{-3}	8.57×10^{-3}	1.83×10^{-1}	4.77×10^{-1}	$3.18 \times 10^{+0}$	$6.76 \times 10^{+0}$	-85.35%
GRACE	5.29×10^{-4}	2.24×10^{-3}	1.14×10^{-2}	6.72×10^{-2}	4.02×10^{-1}	9.91×10^{-1}	
3.0×10^{-6}	3.60×10^{-4}	1.57×10^{-3}	6.58×10^{-3}	3.48×10^{-2}	1.79×10^{-1}	3.99×10^{-1}	148.27%

表 6 不同轨道倾角反演的地球重力场的累积大地水准面差距(m)

Table 6 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different inclination of orbit (m)

指标 ($^\circ$)	阶次						提高比例
	40	60	80	100	120	130	
88.5	4.95×10^{-4}	2.46×10^{-3}	1.28×10^{-2}	8.84×10^{-2}	5.18×10^{-1}	$1.19 \times 10^{+0}$	-16.82%
GRACE	5.29×10^{-4}	2.24×10^{-3}	1.14×10^{-2}	6.72×10^{-2}	4.02×10^{-1}	9.91×10^{-1}	
89.5	5.14×10^{-4}	2.56×10^{-3}	1.19×10^{-2}	7.28×10^{-2}	4.33×10^{-1}	$1.04 \times 10^{+0}$	-5.19%

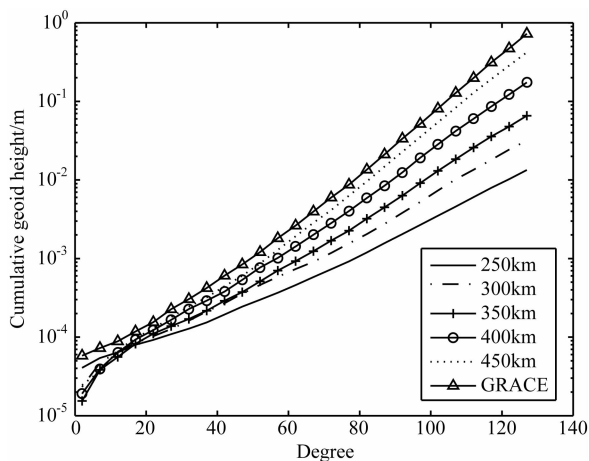


图5 不同轨道高度反演的地球重力场模型的累积大地水准面差距

Fig. 5 The cumulative geoid height of the global gravity field recovered by different altitudes

GRACE(500 km)相比,精度提高约 5985.98%, 2512.43%, 1125.12%, 363.33%和 89.37%。虽然轨道越低越利于提高重力场模型的精度,但是卫星的在轨运行时间也会相应降低很多;高轨卫星虽然寿命较长,但是反演的重力场模型的精度较低,因此必须采取折中选择,轨道不宜过高,也不宜过低。目前 GRACE 卫星的运行时间即将到第十年,为长期监测地球重力场的质量分布等信息提供了宝贵的数据。因此建议下一代重力卫星的在轨运行时间也可考虑维持在 10 年左右^[28]。从轨道高度和运行时间的关系^[28],建议我国未来重力卫星轨道高度定为 300 km 左右。

4 下一代重力卫星反演地球重力场精度的预期估计

通过综合上述对重力卫星各项关键载荷精度指标的系统分析和建议,并且结合我国目前仪器研制的情况,笔者分别采用两组指标对我国的重力卫星任务进行讨论。

第一,若保守估计各项主要指标分别比现行 GRACE 精度指标降低一个数量级时,如表 7 所示,即星间距离精度为 1.0×10^{-4} m,星间距离变率精度为 1.0×10^{-5} $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,星载加速度计精度为 3.0×10^{-9} $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,其余指标和现行 GRACE 保持一致,分别用精密轨道融合星间距离数据和星间距离变率数据反演了两个地球重力场模型(本文称之为 LOW-GRACE range 和 LOW-GRACE range rate),如图 6a 所示。从图 6a 可知,与现行 GRACE 相比,用轨道融合星间距离数据和星间距离变率数据所反演的地球重力场截断到 130 阶累积大地水准面差距分别增大 5.27 和 5.10 倍。

第二,如果我国重力卫星采用先进的激光干涉测量系统,并适当地降低卫星轨道,即采用表 7 中的相应指标。分别用精密轨道数据融合星间距离和星间距离变率数据可反演出两个地球重力场模型(本文称之为 Advanced GRACE range 和 Advanced GRACE range rate),如图 6b 所示。在图 6b, Advanced GRACE range error-free 和 Advanced GRACE range rate error-free 这两个模型表示在观

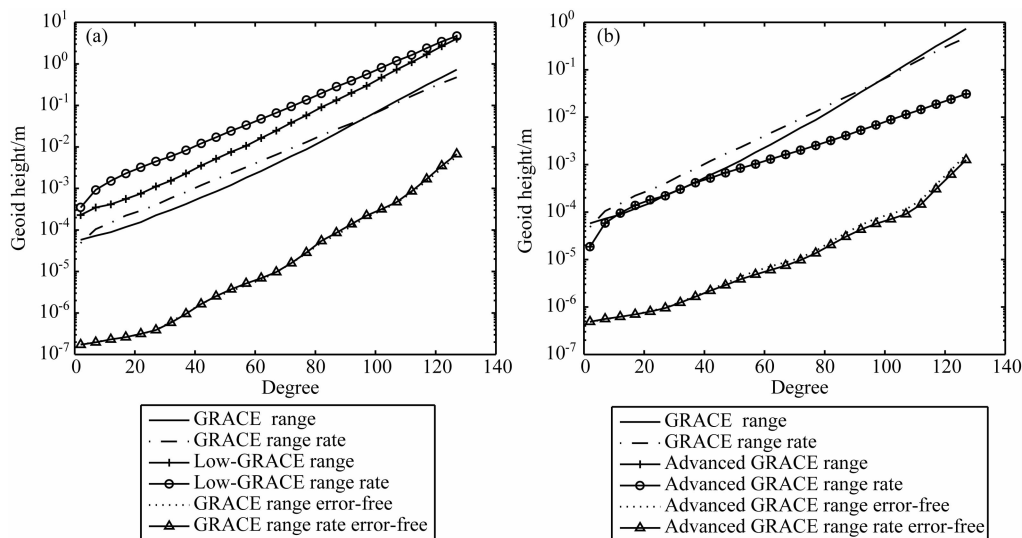


图6 下一代重力卫星的预期精度图

Fig. 6 The expected accuracy of global gravity field of future satellite gravity mission

表 7 LOW-GRACE 和 Advanced GRACE II 的各项载荷的精度指标

Table 7 Error configuration for LOW-GRACE and Advanced GRACE

Error	Low-GRACE	Advanced GRACE
轨道位置精度(m)	3.0×10^{-2}	3.0×10^{-2}
轨道速度精度($m \cdot s^{-1}$)	3.0×10^{-5}	3.0×10^{-6}
星间距离精度(m)	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-7}
距离变率精度($m \cdot s^{-1}$)	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-8}
加速度计精度($m \cdot s^{-2}$)	3.0×10^{-9}	3.0×10^{-10}
轨道高度(km)	500	300
星间间隔(km)	220	100

测值不加误差的情况下反演出的 120 阶的重力场模型。从图可知,Advanced GRACE 的精度比 GRACE 和 Low-GRACE 大幅度提高,与 GRACE 相比,由轨道分别融合星间距离数据与星间距离变率数据所反演的地球重力场,截断到 130 阶时累积大地水准面差距的精度分别提高 24.38 和 121.37 倍。

5 结论与建议

本文研究了融合轨道数据和星间距离或星间距离变率数据反演高阶地球重力场的方法,并对算法的正确性进行了验证。在此基础上,对我国自主的重力卫星的指标进行论证,得到了如下结论和建议。

(1) 在算法上,本文的融合方法避免仅用星间距离或星间距离变率无法对卫星初始状态向量进行校正的弊端;此外,通过融合双星精密轨道数据,充分挖掘了精密轨道数据中含有的地球重力场的低频段信息;通过融合轨道数据和星间距离或者星间距离变率数据作为观测值,可以使局部参数矩阵的条件数降低 13 个量级,从而有效地降低了矩阵病态性。

(2) 鉴于我国目前仪器研制水平和卫星方面的实力,如果达不到现行 GRACE 指标,则发射的重力卫星反演的重力场精度会在一定程度上降低。如,各项载荷指标取为 Low GRACE 时,分别用精密轨道融合星间距离数据或星间距离变率数据反演了两个地球重力场模型,与现行 GRACE 相比,截断到 130 阶地球重力场精度最少降低 5.10 倍。

(3) 用本文推荐的 Advanced GRACE 指标,分别用精密轨道融合星间距离数据或星间距离变率数据反演了两个地球重力场模型,较目前的 GRACE

卫星反演的重力场模型的精度提高幅度明显。与现行 GRACE 卫星相比,截断到 130 阶时,融合轨道和星间距离数据所解算的模型的累积大地水准面差距为 0.10 m;融合轨道和星间距离变率数据所解算的模型的累积大地水准面为 0.0027 m,分别提高约 24.38 和 121.37 倍。

(4) 在把星间距离变率精度从 $1.0 \times 10^{-6} m \cdot s^{-1}$ 提高到 $1.0 \times 10^{-7} m \cdot s^{-1}$,其余指标保持与现行 GRACE 卫星一致时,截断到 130 阶时的累积大地水准面差距为 8.6 cm,较现行 GRACE 任务提高 10.6 倍。即把现行 GRACE 卫星的星间距离变率指标提高一个量级,可以使地球重力场的精度等量级提高。

致谢 感谢中国科学院测量与地球物理研究所郑伟副研究员和慕尼黑工业大学(TUM)易维勇博士给予的帮助。

参考文献(References)

- [1] Baker R M L. Orbit determination from range and range-rate data // Semi-Annual Meeting of the American Rocket Society. Los Angeles: ARS Preprint, 1960: 1220-1260.
- [2] Kaula W M. Inference of variations in gravity field from satellite to satellite range rate. *J. Geophys. Res.*, 1983, 88 (B10): 8345-8349.
- [3] Colombo O L. The global mapping of gravity with two satellites. *Netherlands Geodetic Commission, New Series*, 1984, 7(3):1-253.
- [4] 陈俊勇. 现代低轨卫星对地球重力场探测的实践和进展. *测绘科学*, 2002, 27(1): 8-10.
Chen J Y. Recent development in the earth gravity field determination by modern LEO satellite. *Science of Surveying and Mapping* (in Chinese), 2002, 27(1): 8-10.
- [5] 宁津生, 罗志才. 卫星跟踪卫星技术的进展及应用前景. *地球科学进展*, 2000, 25(4): 1-4.
Ning J S, Luo Z C. The progress and application prospects of Satellite-to-Satellite Tracking technology. *Advances in Earth Science* (in Chinese), 2000, 25(4): 1-4.
- [6] 许厚泽. 卫星重力研究: 21 世纪大地测量研究的新热点. *测绘科学*, 2001, 26(3): 1-3.
Xu H Z. Satellite gravity missions-new hotspot in geodesy. *Science of Surveying and Mapping* (in Chinese), 2001, 26(3): 1-3.
- [7] 孙文科. 低轨道人造卫星(CHAMP、GRACE、GOCE)与高精度地球重力场——卫星重力大地测量的最新发展及其对地球科学的重大影响. *大地测量与地球动力学*, 2002, 22(1): 92-100.
Sun W K. Satellite in low orbit (CHAMP, GRACE, GOCE) and high precision earth gravity field: the latest progress of satellite gravity geodesy and its great influence on geoscience. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2002, 22(1): 92-100.
- [8] 罗志才. 利用卫星重力梯度数据确定地球重力场的理论和方

- 法[博士论文]. 武汉: 武汉大学, 1996.
- Luo Z C. The theory and methodology for determining the Earth's gravity field using satellite gravity gradiometry data [Ph. D. thesis](in Chinese). Wuhan: Wuhan University, 1996.
- [9] 姜卫平, 章传银, 李建成. 重力卫星主要有效载荷指标分析与确定. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 28(特刊): 104-109.
- Jiang W P, Zhang C Y, Li J C. Analysis and determination of the major payload indexes for gravity exploring satellite. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2003, 28(S1): 104-109.
- [10] 章传银, 胡建国, 党亚民等. 多种跟踪组合卫星重力场恢复方法初探. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 28(特刊): 137-141.
- Zhang C Y, Hu J G, Dang Y M, et al. Gravity field recovery method with several kinds of satellite tracking data. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2003, 28(S1): 137-141.
- [11] 罗佳. 利用卫星跟踪卫星确定地球重力场的理论和方法[博士论文]. 武汉: 武汉大学, 2003.
- Luo J. Theory and methodology of Earth gravity field determination using satellite-to-satellite tracking [Ph. D. thesis](in Chinese). Wuhan: Wuhan University, 2003.
- [12] 郑伟. 基于卫星重力测量恢复地球重力场的理论和方法[博士论文]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- Zheng W. Theory and methodology of Earth's gravitational field recovery based on satellite gravity measurement [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007.
- [13] 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 卫-卫跟踪测量模式中轨道高度的优化选取. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(2): 100-105.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Optimal design of orbital altitude in satellite-to-satellite tracking model. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2009, 29(2): 100-105.
- [14] 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 卫星跟踪卫星模式中轨道参数需求分析. 天文学报, 2010, 51(1): 65-74.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. Requirement analysis of orbit parameters in the satellite-to-satellite tracking model. *Chinese Astronomy and Astrophysics* (in Chinese), 2010, 51(1): 65-74.
- [15] 王正涛. 卫星跟踪卫星测量确定地球重力场的理论与方法[博士论文]. 武汉: 武汉大学, 2005.
- Wang Z T. Theory and methodology of Earth gravity field recovery by satellite-to-satellite tracking data [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Wuhan University, 2005.
- [16] 徐天河, 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型. 地球物理学报, 2005, 48(2): 288-293.
- Xu T H, Yang Y X. CHAMP gravity field recovery using kinematic orbits. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, 48(2): 288-293.
- [17] 沈云中, 许厚泽. 应用 CHAMP 星历精化地球重力场的正则化算法与模拟结果. 测绘学报, 2003, 32(1): 11-14.
- Shen Y Z, Xu H Z. The regularization solution model and simulating results of modifying the geopotential model with the ephemerides of CHAMP. *Acta Geodaetica Et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2003, 32(1): 11-14.
- [18] 沈云中, 许厚泽. 卫-卫跟踪重力卫星测量模式的模拟与精度分析 // 大地测量与地球动力学进展. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2004.
- Shen Y Z, Xu H Z. Simulation of recovering the geopotential model based on the Satellite to Satellite Tracking gravity mission // *Progress in Geodesy and Geodynamics* (in Chinese). Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 2004.
- [19] 肖云, 夏哲仁, 王兴涛. 高低卫跟踪模式恢复地球重力场的误差分析. 测绘学报, 2006, 35(2): 106-111.
- Xiao Y, Xia Z R, Wang X T. Error analyses for recovery of the earth's gravity field by HL-SST technique. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 2006, 35(2): 106-111.
- [20] 肖云. 基于卫星跟踪卫星数据恢复地球重力场的研究[博士论文]. 郑州: 信息工程大学测绘学院, 2006.
- Xiao Y. Analysis of earth gravity field recovery by satellite-to-satellite tracking data [Ph. D. thesis] (in Chinese). Zhengzhou: School of Geodesy and Geomatics, Information Engineering University, 2006.
- [21] 周旭华. 卫星重力及其应用研究[博士论文]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2005.
- Zhou X H. Study on satellite gravity and its application [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 2005.
- [22] 邹贤才. 卫星轨道理论与地球重力场模型的确定[博士论文]. 武汉: 武汉大学, 2007.
- Zou X C. Theory of satellite orbit and earth gravity field determination [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Wuhan University, 2007.
- [23] Mayer-Gürr T, Ilk K H, Eicher A, et al. ITG-CHAMP01: a CHAMP gravity field model from short kinematic arcs over a one-year observation period. *J. Geodesy*, 2005, 78(7-8): 462-480.
- [24] Mayer-Gürr T. Gravitationsfeldbestimmung aus der analyse kurzer Bahnboegen am Beispiel der Satellitenmissionen CHAMP und GRACE [Ph. D. thesis]. Bonn: Institute fuer Theoretische Geodaesi der Universitaet Bonn, 2006.
- [25] 张兴福. 应用低轨卫星跟踪数据反演地球重力场模型[博士论文]. 上海: 同济大学, 2007.
- Zhang X F. The earth's field model recovery on the basis of satellite-to-satellite tracking missions [Ph. D. thesis] (in Chinese). Shanghai: Tongji University, 2007.
- [26] Nico S, Jakob F, Reiner R. Science requirements on future missions and simulated mission scenarios. *Earth, Moon, and Planets*, 2005, 94(1-2): 113-142.
- [27] Wiese D N, Nerem R S, Lemoine F G. Design considerations for a dedicated gravity recovery satellite mission consisting of two pairs of satellites. *J. Geodesy*, 2011, 86(2): 81-98.
- [28] 张兴福, 沈云中. 联合 GRACE 卫星轨道及距离变率数据反演地球重力场方法研究. 大地测量与地球动力学, 2011, 31(2): 66-70.
- Zhang X F, Shen Y Z. Method of gravity field inversion with combining GRACE orbits and range-rate observations. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 2011, 31(2): 66-70.