

杨亭,傅容珊,黄金水. 利用 Moho 面起伏及地表地形数据反演岩石圈有效弹性厚度的莫霍地形导纳法(MDDF). 地球物理学报, 2012, 55(11):3671-3680, doi:10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 11. 014.

Yang T, Fu R S, Huang J S. On the inversion of effective elastic thickness of the lithosphere with Moho relief and topography data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2012, 55(11):3671-3680, doi:10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 11. 014.

利用 Moho 面起伏及地表地形数据反演岩石圈有效弹性厚度的莫霍地形导纳法(MDDF)

杨 亭,傅容珊,黄金水

蒙城地球物理国家野外科学观测研究站,中国科学技术大学地球和空间科学学院,合肥 230026

摘 要 区域岩石圈有效弹性厚度 T_e 的确定对认识其力学性质及演化等动力学问题具有重要意义. 长期以来,大陆地区有效弹性厚度的确定一直存在着争议. 尽管 Pérez-Gussinyé 等 2004 年的研究消除了不同方法(自由空气导纳法和布格相关法)之间的分歧,但其确定有效弹性厚度的误差仍然非常大. 本文提出了利用 Moho 面起伏及地表地形反演岩石圈有效弹性厚度的 Moho 地形导纳法(MDDF),并利用合成的地表地形和 Moho 面起伏模型验证了该方法的可行性. 结果表明,与传统的重力地形导纳法相比,使用 Moho 地形导纳法(MDDF)反演岩石圈有效弹性厚度,能较好地提高反演精度.

关键词 有效弹性厚度,岩石圈, Moho 面起伏,反演精度

doi:10. 6038/j. issn. 0001-5733. 2012. 11. 014

中图分类号 P631

收稿日期 2011-04-06, 2011-06-28 收修定稿

On the inversion of effective elastic thickness of the lithosphere with Moho relief and topography data

YANG Ting, FU Rong-Shan, HUANG Jin-Shui

Mengcheng National Geophysical Observatory, School of Earth and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

Abstract Effective elastic thickness T_e has great significance on understanding the mechanical properties and evolution of the lithosphere. Over the years, there had been much controversy on determining the effective elastic thickness of lithosphere in continent. Although the work of Pérez-Gussinyé et al in 2004 eliminated the discrepancy in determining the effective elastic thickness using different methods (Free-air admittance and Bouguer coherence method), the standard deviation in inverting T_e is still very large. In this article, we proposed a new approach to inverse effective elastic thickness. In this new method, Moho relief and topography data are supposed to be given and thus we call it Moho-topography admittance method(MDDF). Then we verified the feasibility of this method using synthetic topography and Moho relief data. Our results indicate that using the Moho-topography admittance method can improve the inversion accuracy of T_e greatly compared with the conventional Free-air topography admittance method.

Keywords Effective elastic thickness, Lithosphere, Moho relief, Inversion accuracy

1 引言

岩石圈有效弹性厚度 T_e 是表征其挠曲强度和动力学响应的重要物理量^[1]. 在岩石圈动力学过程的研究中, 需要充分考虑岩石圈有效弹性厚度的影响^[2]. 与此同时, 根据岩石圈有效弹性厚度的变化, 还可以推测地下温度或者化学成分的变化^[3]. 确定岩石圈有效弹性厚度有多种方法^[4], 自 Dorman 和 Lewis 在 1970 年首次采用线性传递函数(重力地形导纳)方法估计岩石圈有效弹性厚度^[5]以来, 国内外许多研究者开始利用重力异常和地形数据对不同地区岩石圈的有效弹性厚度做出估计^[3,6-9]. 随着类地行星及月球地形和重力场观测数据的增加, 利用地形和重力数据确定行星岩石圈有效弹性厚度也已成为推测行星岩石圈构造与演化历史的重要手段^[10-11]. 然而, 长期以来有效弹性厚度的确定却一直存在着争议. 在海洋地区, 岩石圈有效弹性厚度基本与 600 °C 等温线重合^[1]. 在大陆地区, 不同作者得到的结果却差别很大: 一些作者利用布格相关方法得到的克拉通地区有效弹性厚度可超过 100 km, 并据此认为地壳和岩石圈地幔对岩石圈挠区强度均有贡献^[12]; 而另外一些作者利用自由空气导纳方法得到的岩石圈有效弹性厚度一般不大于地震层厚度, 并据此推测, 大陆岩石圈的强度主要限制在地震层, 地幔在地质时间尺度上是弱的(甚至弱于下地壳), 对岩石圈挠区强度贡献很小^[13]. Pérez-Gussinyé 等利用有效弹性厚度已知的岩石圈产生的模拟地表地形和重力异常数据, 探讨了利用自由空气导纳和布格相关得到的岩石圈有效弹性厚度存在差异的原因. 他们发现, 两者存在差异的原因在于自由空气导纳使用有限窗口的 Multitaper 功率谱估计的观测响应函数和无限大窗口的理论响应函数进行比较, 这导致自由空气导纳估计有效弹性厚度的值远远低于真实值. Pérez-Gussinyé 据此修订了计算理论响应函数的公式, 使利用自由空气导纳和布格相关得到的有效弹性厚度一致^[14]. Pérez-Gussinyé 等的工作为消除两种谱方法(自由空气导纳和布格相关法)反演有效弹性厚度的差异画出了比较完美的句号. 然而模型研究表明, 使用重力与地形数据反演岩石圈有效弹性厚度与真实值相比存在较大偏差和均方差^[14].

重力异常对地形的均衡响应本质上反映的是 Moho 面起伏对地形加载的均衡响应. 因此, 直接使

用 Moho 面起伏代替重力数据来反演岩石圈有效弹性厚度有可能获得更高的反演精度. 为此, 本文提出了利用 Moho 面起伏及地表地形数据反演岩石圈有效弹性厚度的 Moho 地形导纳法(MDDF). 为了验证本文方法的可靠性, 给出了简单的模型算例. 该算例结果与 Pérez-Gussinyé 等结果^[14] 的比较表明, 与传统的重力地形导纳法相比, 使用 Moho 地形导纳法(MDDF), 将较大地提高岩石圈有效弹性厚度的反演精度.

2 确定岩石圈有效弹性厚度的 Moho 地形导纳法(MDDF)

岩石圈有效弹性厚度 T_e . 本质上描述的是岩石圈在垂向力加载下产生挠曲变形的难易程度. 岩石圈受到垂向加载后产生的弹性挠区变形叠加在初始地表地形和 Moho 面起伏上, 便形成了最终观测到的地表地形和 Moho 面起伏. 通常, 岩石圈所受的垂向加载可分为地表加载和内部加载. 由于 Moho 面是岩石圈内部密度差异最大的界面(密度跳跃约 0.4 g/cm^3), 其起伏将会对岩石圈作用巨大的垂向加载. 一般认为, Moho 面起伏导致的质量加载是岩石圈内部最大的垂向加载^[15]. 为了简单, 本文模型假定 Moho 面起伏导致的质量加载是岩石圈内部的唯一垂向加载, 其与地表的地形加载共同作用于岩石圈上, 使岩石圈产生挠曲.

岩石圈在垂向载荷作用下的挠曲模型如图 1 所示(由于实际的质量加载可认为是各个周期加载的叠加, 图中只画出某个周期的垂向加载). 在地表地形起伏 H_1 导致的垂向质量加载下, 岩石圈产生挠曲 W_T . Moho 面和岩石圈-软流圈界面(LAB)的最终起伏与岩石圈的挠曲 W_T 相同(图 1(a,b)). 挠曲叠加在初始地表地形之上产生均衡时的地表地形 H_T . 假定岩石圈在挠曲过程中厚度不变, 则有:

$$H_1 = H_T + W_T, \quad (1)$$

在 Moho 面起伏 W_1 导致的垂向质量加载下, 岩石圈产生挠曲 H_B , 地表地形和 LAB 的最终起伏便为岩石圈的挠曲 H_B . 岩石圈挠曲叠加在初始 Moho 面起伏上产生均衡时的 Moho 面起伏 W_B (图 1(c, d)). 同样假定岩石圈挠曲过程中厚度不变, 则有:

$$W_1 = W_B + H_B, \quad (2)$$

最终的岩石圈地表地形和 Moho 面起伏(图 1e)是 H_1 和 W_1 单独作用下岩石圈挠曲响应的叠加. 故最

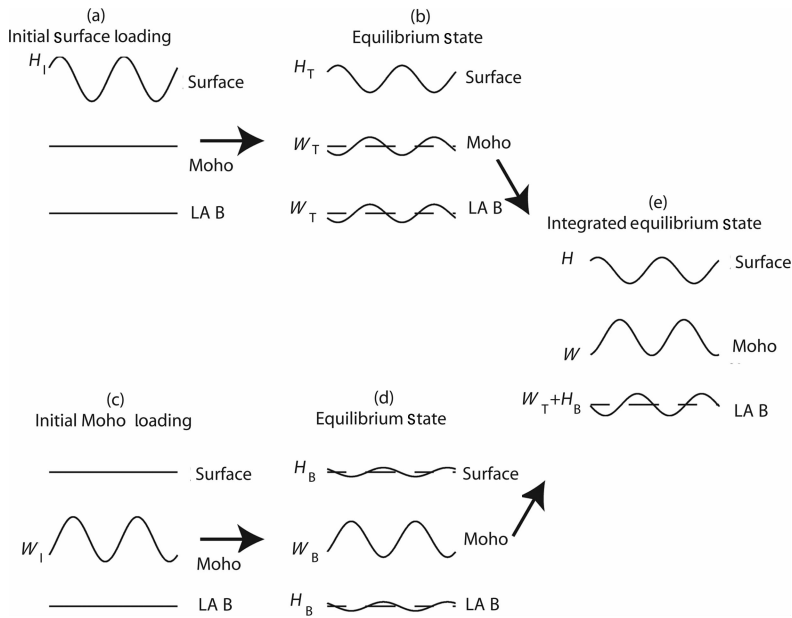


图1 岩石圈在地表地形和 Moho 面起伏引起的垂向正弦载荷作用下产生挠曲变形示意图。上侧实线代表地表面,中间实线代表 Moho 面,最下侧实线代表岩石圈软流圈分界面(LAB)。虚线代表岩石圈各界面的初始位置。参见文中详细解释
Fig. 1 Schematic model illustrating the deflection of the elastic lithosphere under sinusoidal topography and Moho relief loads. Surface, Moho interface and lithosphere asthenosphere boundary (LAB) are denoted by the top, middle and bottom solid lines respectively. Dashed lines represent initial locations of the interfaces. See text for details

终的地表地形为

$$H = H_T + H_B, \quad (3)$$

最终的 Moho 面起伏为

$$W = W_T + W_B. \quad (4)$$

上述公式中, H, H_1, H_T, H_B 向上为正, W, W_1, W_T, W_B 向下为正。

根据导纳的定义, Moho 面起伏对地表地形导纳的观测值为波数域中 Moho 面起伏与地表地形的比:

$$\hat{Q}_{\text{obs}} = \frac{W(k)}{H(k)} = \frac{W(k) \cdot H(k)^*}{H(k) \cdot H(k)^*}, \quad (5)$$

其中 $H(k)^*$ 表示 $H(k)$ 的复共轭。

为了反演岩石圈有效弹性厚度,需要将观测导纳曲线与理论导纳曲线(有效弹性厚度的函数)进行拟合。与观测导纳拟合的最好的理论导纳所对应的有效弹性厚度便为反演结果。

根据挠曲方程,如果我们已知某个区域岩石圈的有效弹性厚度 T_e 、初始的地表和 Moho 面垂向质量加载(以地形起伏 H_1 和 W_1 表示),便能够得到均衡时的 H_T, W_T, H_B, W_B 。因此,公式(3),(4)实际上就是 H, W 和 H_1, W_1 及有效弹性厚度 T_e 的关系式。如果我们假定岩石圈的有效弹性厚度为某一值,便可根据观测地表地形起伏 H 和 Moho 面的起伏 W 得到理论的 H_1, W_1 和 H_T, W_T, H_B, W_B 。然后带

入公式(5)可得到下面的理论导纳公式:

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{\text{pred}} &= \frac{W_T(k) + W_B(k)}{H_T(k) + H_B(k)} \\ &= \frac{(W_T(k) + W_B(k)) \cdot (H_T(k)^* + H_B(k)^*)}{(H_T(k) + H_B(k)) \cdot (H_T(k)^* + H_B(k)^*)}, \end{aligned} \quad (6)$$

改变 T_e ,便可以得到不同的 \hat{Q}_{pred} 。与观测导纳 \hat{Q}_{obs} 拟合的最好的 \hat{Q}_{pred} 对应的有效弹性厚度便为反演结果。

下面我们首先回顾岩石圈分别对地表及 Moho 面加载 H_1, W_1 的均衡响应,然后对其叠加得到一定弹性厚度下,岩石圈的地表及 Moho 面地形 H, W 和初始加载 H_1, W_1 的转换关系。最后给出计算理论 Moho 地形导纳的公式。

2.1 岩石圈对地表加载 H_1 的均衡响应

如图 1(a,b)所示,岩石圈在某一地表地形的垂向加载下产生挠曲。如果地壳和地幔岩石圈耦合在一起,则 Moho 面在垂向加载作用下的起伏即为岩石圈的挠曲。

弹性板在垂向作用力下的挠曲公式^[16]为

$$D \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) w(\mathbf{X}) = q(\mathbf{X}), \quad (7)$$

上式中, $w(\mathbf{X})$ 为均衡时弹性板挠曲,向下为正; $q(\mathbf{X})$ 为均衡时弹性板受到的垂向载荷,向下为正;

$D = \frac{ET_c^3}{12(1-\nu^2)}$ 为挠曲强度. 其中, E 为杨氏模量, T_c 为岩石圈有效弹性厚度, ν 为泊松比, 本文中模型所采用的物理参数列在表 1 中.

表 1 文中物理参数的符号及数值

Table 1 Symbols and values of physical parameters

in this article

物理量	符号	本文中数值
杨氏模量	E	7×10^{10} Pa
泊松比	ν	0.25
地壳密度	ρ_c	2.67×10^3 kg · m ⁻³
地幔密度	ρ_m	3.1×10^3 kg · m ⁻³
Moho 面密度跳跃	$\Delta\rho$	0.43×10^3 kg · m ⁻³
重力加速度	g	9.8 m · s ⁻²
万有引力常数	G	6.67×10^{-11} m ⁻³ · kg · s ⁻²

对于大陆岩石圈, 假定初始有地形加载 $q_0(\mathbf{X}) = \rho_c g h_i(\mathbf{x})$, 式中 ρ_c 为大陆地壳密度, g 为重力加速度, h_i 为初始地表地形, 向上为正. 在地表地形载荷 $q_0(\mathbf{X}) = \rho_c g h_i(\mathbf{x})$ 的作用下, 岩石圈会发生挠曲, 在挠曲均衡时, 地表起伏为 h_t , Moho 面起伏为 w_t . 由于 Moho 面上下有密度差, 在均衡时, 岩石圈会受到向上的作用力 $\Delta\rho g w_t(\mathbf{X})$, 其中 $\Delta\rho$ 为 Moho 面密度跳跃. 则在均衡时的大陆岩石圈的挠曲方程为:

$$D \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) w_t(\mathbf{X}) + \Delta\rho g w_t(\mathbf{X}) = \rho_c g h_t(\mathbf{X}), \quad (8)$$

对上式进行傅里叶变换得到

$$D(k_x^4 + 2k_x^2 k_y^2 + k_y^4) W_T(\mathbf{k}) + \Delta\rho g W_T(\mathbf{k}) = \rho_c g H_T(\mathbf{k}), \quad (9)$$

其中 k_x, k_y 分别为 x, y 方向上的波数, $|\mathbf{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2$. 化简(9)式得到

$$\frac{W_T(\mathbf{k})}{H_T(\mathbf{k})} = \frac{\rho_c g}{D |\mathbf{k}|^4 + \Delta\rho g}. \quad (10)$$

定义 $\xi = 1 + D |\mathbf{k}|^4 / \Delta\rho g$

则

$$Q = \frac{W_T(\mathbf{k})}{H_T(\mathbf{k})} = \frac{\rho_c}{(\rho_m - \rho_c) \xi}, \quad (11)$$

Q 即为岩石圈对地表加载的均衡响应函数(线性传递函数, 导纳).

从(11)式可见, 只有地表加载时, 岩石圈均衡响应函数只是波数 $|\mathbf{k}|$ 的函数, 与 \mathbf{k} 的方向性无关, 且 Q 为实数.

将(1)式代入(11)式便可得到

$$H_T = H_1 \frac{\Delta\rho \xi}{\rho_c + \Delta\rho \xi}, \quad (12)$$

$$W_T = H_1 \frac{\rho_c}{\rho_c + \Delta\rho \xi}. \quad (13)$$

2.2 岩石圈对 Moho 面加载 W_1 的均衡响应

Forsyth 指出, 只考虑地表加载, 会导致反演的有效弹性厚度远低于真实值. 故反演岩石圈弹性厚度时必须考虑地下加载的情况^[15]. 由于 Moho 面是岩石圈内密度跳跃最大的密度间断面, 并且在地壳内不存在连续的界面^[17], 同时, Forsyth 指出, 只要岩石圈从长波长的均衡补偿到短波长的非均衡补偿的转换波长(一般数百公里)大于重力向下延拓不稳定的波长(一般几十公里)时, 将不同深度处的岩石圈内部加载均看作 Moho 面深度的加载, 估计的挠曲强度都是稳健的^[15]. 因此, 我们将岩石圈内部加载简单看作全部由 Moho 面起伏引起.

如图 1(c, d) 所示, 假定 Moho 面深度处存在密度跳跃 $\Delta\rho$, 载荷以 Moho 面深度处地形起伏 w_i 表示: $\Delta\rho g w_i(\mathbf{X})$. 则在 Moho 面载荷 $\Delta\rho g w_i(\mathbf{X})$ 的作用下, 岩石圈会发生挠曲, 在挠曲均衡时, 地表起伏为 h_b , Moho 面起伏为 w_b . 则在均衡时的大陆岩石圈的挠曲方程为:

$$D \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) h_b(\mathbf{X}) + \rho_c g h_b(\mathbf{X}) = \Delta\rho g w_b(\mathbf{X}), \quad (14)$$

对上式进行傅里叶变换得到

$$D(k_x^4 + 2k_x^2 k_y^2 + k_y^4) H_B(\mathbf{k}) + \rho_c g H_B(\mathbf{k}) = \Delta\rho g W_B(\mathbf{k}), \quad (15)$$

简化式(15)得到

$$Q' = \frac{W_B(\mathbf{k})}{H_B(\mathbf{k})} = \frac{Dk^4 + \rho_c g}{\Delta\rho g}, \quad (16)$$

Q' 便为只有 Moho 面加载情况下岩石圈的均衡响应函数(线性传递函数, 导纳). 从(16)式可见, 类似于 Q , 只有 Moho 面加载时, 岩石圈均衡响应函数 Q' 只是波数 $|\mathbf{k}|$ 的函数, 与 \mathbf{k} 的方向性无关. 而且 Q' 为实数.

定义 $\phi = 1 + Dk^4 / \rho_c g$.

将(2)代入(16)式, 可得

$$H_B = W_1 \frac{\Delta\rho}{\Delta\rho + \rho_c \phi}, \quad (17)$$

$$W_B = W_1 \frac{\rho_c \phi}{\Delta\rho + \rho_c \phi}. \quad (18)$$

2.3 地表及 Moho 面同时加载时岩石圈的均衡响应

如图 1e 所示, 岩石圈的地表地形和 Moho 面起伏是岩石圈对地表及 Moho 面加载响应的叠加.

将(12), (17)式代入(3), 将(13), (18)式代入(4)得到

$$H_1 \frac{\Delta\rho\xi}{\rho_c + \Delta\rho\xi} + W_1 \frac{\Delta\rho}{\Delta\rho + \rho_c\phi} = H, \quad (19)$$

$$H_1 \frac{\rho_c}{\rho_c + \Delta\rho\xi} + W_1 \frac{\rho_c\phi}{\Delta\rho + \rho_c\phi} = W. \quad (20)$$

对于给定的有效弹性厚度,便可通过公式(19), (20)由 H 和 W 得到地表和 Moho 面的初始起伏 H_1, W_1 , 进而确定 H_T, W_T, H_B, W_B 和 \hat{Q}_{pred} .

值得注意的是,根据(19), (20)式可同时得到 Moho 面和地表的载荷比 $f = \Delta\rho W_1 / \rho_c H_1$.

虽然导纳 Q 和 Q' 是 $|\mathbf{k}|$ 的实函数,但由于地

表加载和地下加载有可能不同相,其综合导纳 \hat{Q}_{pred} 却为 \mathbf{k} 的复函数. 将地表地形和 Moho 面起伏用实部和虚部表示,并代入公式(11), (16)得到:

$$W(\mathbf{k}) = W_T(\mathbf{k}) + W_B(\mathbf{k}) \\ = Q(H_T^R + iH_T^I) + Q'(H_B^R + iH_B^I), \quad (21)$$

$$H(\mathbf{k}) = H_T(\mathbf{k}) + H_B(\mathbf{k}) \\ = (H_T^R + iH_T^I) + (H_B^R + iH_B^I), \quad (22)$$

其中上标 R 和 I 分别代表实部和虚部.

将(21), (22)代入到(6)式,得到

$$\hat{Q}_{\text{pred}} = \frac{(QH_T^R + Q'H_B^R) \cdot (H_T^R + H_B^R) + (QH_T^I + Q'H_B^I) \cdot (H_T^I + H_B^I)}{(H_T^R + H_B^R)^2 + (H_T^I + H_B^I)^2} \\ + i \frac{(Q - Q') \cdot (H_T^I H_B^R - H_T^R H_B^I)}{(H_T^R + H_B^R)^2 + (H_T^I + H_B^I)^2}.$$

对其进行整理化简得到

$$\hat{Q}_{\text{pred}} = \frac{(QH_T^2 + Q'H_B^2) \{1 + (Q + Q')(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) / (QH_T^2 + Q'H_B^2)\}}{(H_T^2 + H_B^2) [1 + 2(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) / (H_T^2 + H_B^2)]} \\ + i \frac{(Q - Q') \cdot (H_T^I H_B^R - H_T^R H_B^I)}{(H_T^2 + H_B^2) [1 + 2(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) / (H_T^2 + H_B^2)]}. \quad (23)$$

当地表加载和 Moho 面加载统计不相关时,对一个环形波数带上的功率谱取平均值,则由于 H_T^R, H_B^R 以及 H_T^I, H_B^I 互不相关且正负相消, $\langle 2(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) \rangle$ 将远远小于 $\langle (H_T^2 + H_B^2) \rangle$, 此时 $\langle 2(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) \rangle / \langle (H_T^2 + H_B^2) \rangle$ 的期望应该远小于 1. 同样的, $\langle (Q + Q')(H_T^R H_B^R + H_T^I H_B^I) \rangle / \langle (QH_T^2 + Q'H_B^2) \rangle$ 的期望也将远远小于 1. 故当地表加载和 Moho 面加载统计不相关时,对一个环形波数带上的功率谱取平均值,一维的理论导纳公式化简为

$$Q_{\text{pred}} = \frac{\langle (QH_T^2 + Q'H_B^2) \rangle}{\langle H_T^2 + H_B^2 \rangle} \\ + i \frac{\langle (Q - Q') \cdot (H_T^I H_B^R - H_T^R H_B^I) \rangle}{\langle H_T^2 + H_B^2 \rangle}.$$

进一步的,由于 H_T^I, H_B^R 以及 H_T^R, H_B^I 互不相关且正负相消,故 Q_{pred} 的虚部在期望上应该为零,最终二维的均衡响应函数 $\hat{Q}_{\text{pred}}(\mathbf{k})$ 简化为下面的一维形式:

$$Q_{\text{pred}}(\mathbf{k}) = \frac{\langle H_T W_T + H_B W_B \rangle}{\langle H_T^2 + H_B^2 \rangle}. \quad (24)$$

Q_{pred} 便为地表和地下加载统计不相关时岩石圈的理论均衡响应函数(线性传递函数,导纳).

给定地壳和上地幔的密度,如果能够精确地观测到地表地形 $h(\mathbf{x})$ 和 Moho 面的起伏 $w(\mathbf{X})$, 对其进行二维傅氏变换后,对于给定的有效弹性厚度,便可通过公式(19), (20)得到地表和 Moho 面的初始

起伏 H_1, W_1 , 进而确定 H_T, W_T, H_B, W_B . 根据公式(24),便可确定其一维理论均衡响应函数 Q_{pred} . 改变有效弹性厚度,便得到不同的均衡响应函数 Q_{pred} . 选择与观测一维 Q_{obs} 最接近的理论均衡响应函数所对应的岩石圈有效弹性厚度 T_e , 便为最终反演结果.

类似于重力地形导纳,可称这种方法为 Moho 地形导纳法(MDDF).

3 利用 Moho 地形导纳法(MDDF)反演岩石圈有效弹性厚度的模型实验

为了验证本文提出的 Moho 地形导纳法(MDDF)的可行性和分析其反演精度,这里将在给定的岩石圈有效弹性厚度的基础上,建立随机合成的地表地形和 Moho 面起伏的数值模型. 然后利用该模型数据族,使用 Moho 地形导纳法(MDDF)反演岩石圈有效弹性厚度,探讨其反演精度,最后将反演结果与 Pérez-Gussinyé 等利用重力地形导纳的结果^[14]进行比较.

3.1 地表地形和 Moho 面起伏的数值模型

本文合成地表地形和 Moho 面起伏模型数据的方法类似于 Pérez-Gussinyé 等的方法^[14]. 设岩石圈模型(弹性薄板)长宽均为 2000 km,其有效弹性厚

度 $T_e = 40$ km, 按照下面的步骤合成地表地形和 Moho 面起伏:

(1) 生成表面随机的初始质量载荷 $\rho_c g h_i(\mathbf{x})$, 其载荷采样点网格间距为 25 km. 在波数域中, 初始加载地表地形振幅谱随波数的 -2.5 次幂关系递减^[18], 即

$$A^{2.5} = Ck,$$

其中, A 为地表地形振幅谱, $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 为波数. C 为常数. 与此同时, 对合成的地表地形在空间域中进行规一化, 使波动起伏不大于 2 km.

(2) 生成随机初始 Moho 面质量载荷 $\Delta\rho g w_i(\mathbf{X})$. 为简单起见, 地下地表加载比 $f(k) = \Delta\rho W_i(k)/\rho_c H_i(k)$ 的期望不随波数变化, 设为 $E(f(k)) = 0.5$.

模型初始地表起伏和 Moho 面质量加载分别如图 2(a, b) 所示.

(3) 根据弹性板挠曲公式(公式(19), (20))计算

岩石圈达到均衡时的地表地形起伏 h 和 Moho 面起伏 w 作为观测值.

计算得到的模拟地表和 Moho 深度观测值如图 2(g, h) 所示. 为了将其与实际地形及 Moho 面起伏进行联系, 对地表地形起伏加上 2 km 的平均地形, 对 Moho 面起伏加上 40 km 的平均深度. 从图 2(g, h) 可见, 由于岩石圈均衡调整的作用, 虽然初始地表起伏和 Moho 面加载不相关, 但均衡时的地表地形和 Moho 面深度却总体上呈正相关. Moho 面越深的地方, 地表也越高; Moho 面越浅的地方, 地表越低. 这和我们对于地表起伏和 Moho 面深度的相关认识是一致的^[19].

图 2 还给出了地表载荷(图 2a)单独加载下均衡时的地表残余起伏(图 2c)和 Moho 面起伏(图 2d)以及 Moho 面载荷(图 2b)单独加载下的地表起伏(图 2e)和 Moho 面残余起伏(图 2f).

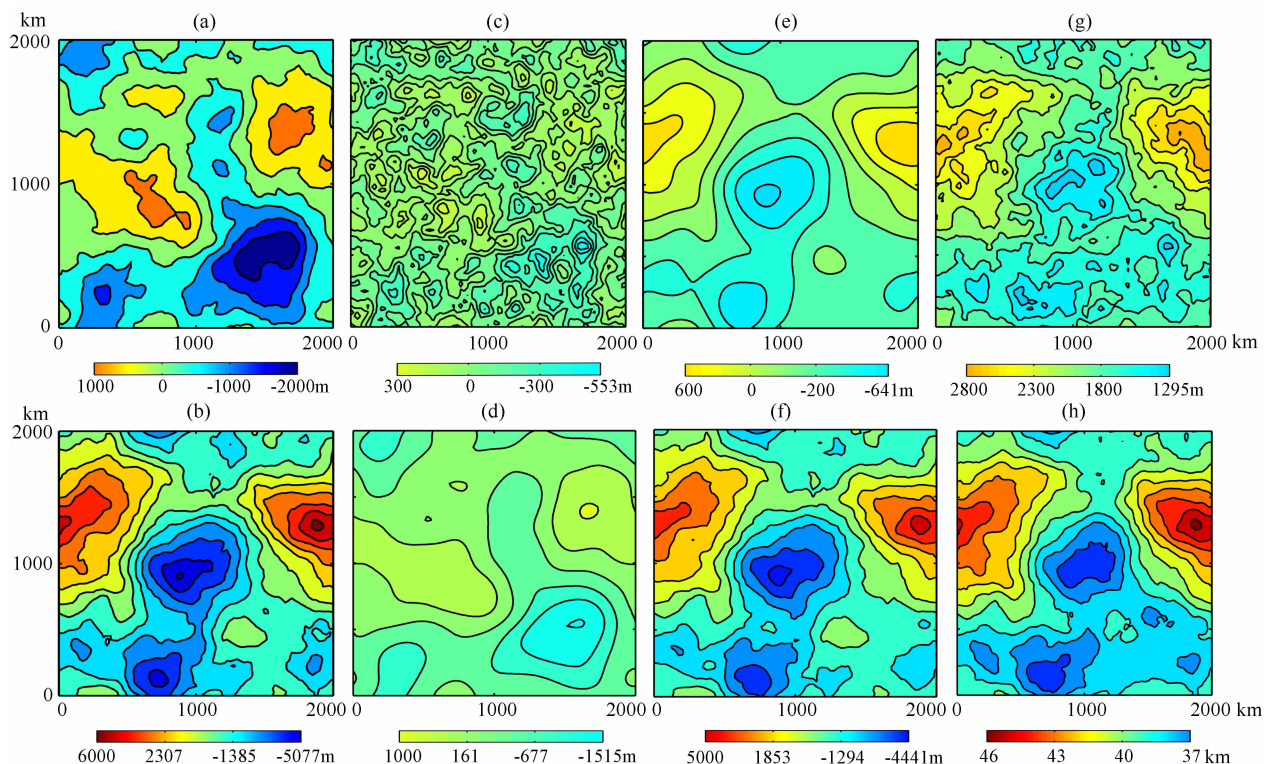


图 2 模型加载和岩石圈挠曲(岩石圈有效弹性厚度为 40 km; 为了明确其地质意义, 均衡时的地表地形统一加上 2 km 的平均值, Moho 面起伏统一加上 40 km 的平均值; 地表起伏及地形向上为正, Moho 面起伏及深度向下为正). 各图横纵坐标单位为 km. 图(a), (c), (e), (g) 及图(b), (d), (f), (h) 分别采用相同的色标. 其中, 图(g)的 2000 m 对应于图(a)的 0 m, 图(h)的 40 km 对应于图(b)的 0 km. 参见文中详细解释

Fig. 2 Initial surface and Moho boundary mass loading generated randomly(demonstrated in the form of undulation) (a, b) and the induced surface topography and Moho depth in the isostatic state(g, h) provided that T_e is 40 km. To compare with observations of topography and Moho interface depth, isostatic topography (g) and Moho depth (h) are added by 2 km and 40 km, respectively. The units for horizontal and vertical coordinate axes in all subgraphs are all km. (a), (c), (e), (g) have the same color code except that 2000 m in (g) corresponding to 0 m in (a) and (b), (d), (f), (h) have the same color code except that 40 km in (h) corresponding to 0 km in (b). See text for details

3.2 利用合成数值模型反演岩石圈有效弹性厚度实验

计算 Moho 地形导纳时,需要求取地表地形的自功率谱密度与 Moho 起伏与地表地形的互功率谱密度. 本文使用 Multitaper 方法对功率谱密度进行估计. Multitaper 谱估计方法能够有效降低频谱泄漏,而且在数据量少的情况下,仍然能够较精确地确定功率谱密度^[20]. Hanssen 将 Multitaper 方法推广到了多维的情况^[21]. 本文使用 Hanssen 提出的方法进行二维功率谱的估计.

假定岩石圈在某一垂向力的加载下产生挠曲. 观测到的数据为地表地形起伏和 Moho 面起伏. 我们可以根据下面的方法得到该岩石圈有效弹性厚度随空间的变化:选取某一个滑动窗口,根据该窗口的地形和 Moho 面起伏观测值推测其平均有效弹性厚度,作为窗口中央的有效弹性厚度. 移动该窗口,便

可以获得有效弹性厚度随空间的变化情况.

为了得到有效弹性厚度反演结果的统计特性,我们选取大小为 $1000 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$ 的滑动窗口,并以 100 km 为间隔移动窗口以得到有效弹性厚度随空间的变化图. 理论上,由于每一点的有效弹性厚度都是常数 40 km ,每个窗口反演得到的有效弹性厚度应当都等于真实值 40 km . 但由于实际反演过程存在偏差,会导致有效弹性厚度的估计值偏离真实值. 对所有窗口反演的有效弹性厚度取平均值及均方差,与前人结果进行比较,可以验证本方法的可行性.

3.3 岩石圈有效弹性厚度的反演结果分析

图 3 为有效弹性厚度选取不同的数值时某一随机选取窗口的理论导纳对观测导纳的拟合图. 从拟合结果图可以看到,当 T_e 在 $40 \sim 70 \text{ km}$ 之间时,理论导纳对观测导纳拟合的比较(最优值为 $T_e = 46 \text{ km}$).

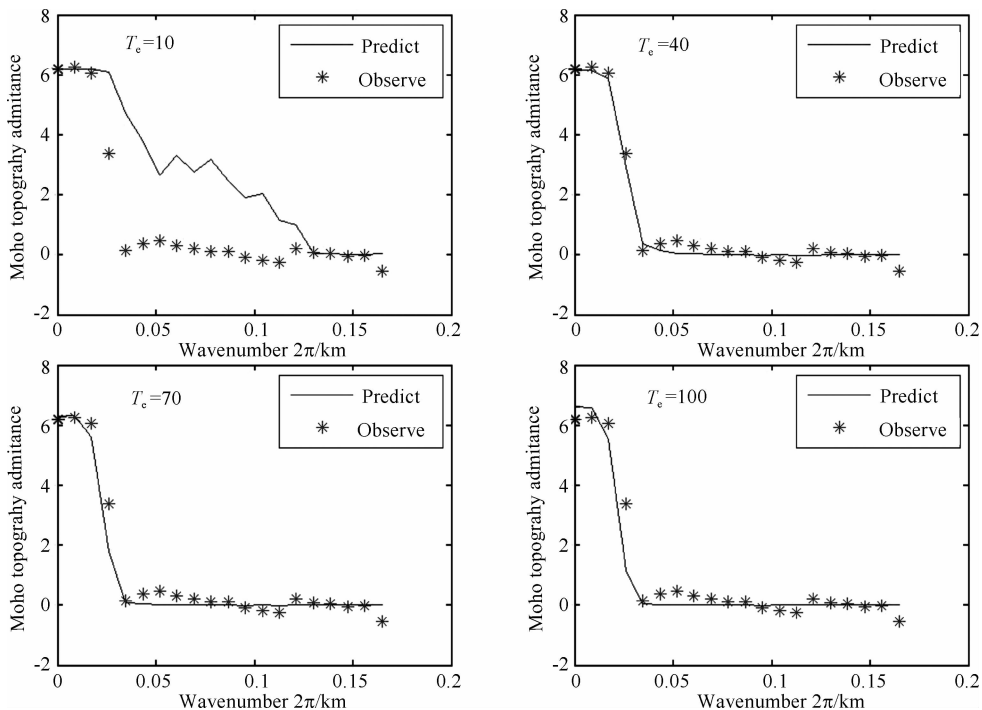


图 3 某一随机选取的 $1000 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$ 的窗口,不同有效弹性厚度理论导纳与观测导纳拟合图.

对此窗口,当 $T_e = 46 \text{ km}$ 时,理论导纳与观测导纳拟合最好

Fig. 3 Fitting observed admittance curve using predicted admittance curves with different T_e of a random chosen window with $1000 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$ size. Predicted admittance fits observed admittance best when $T_e = 46 \text{ km}$ for this window

图 4 和图 5 分别为 $1000 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$ 滑动窗口反演的岩石圈有效弹性厚度的伪彩图和直方图. 从图中可见所有有效弹性厚度的拟合结果均大于 20 km 小于 50 km . 反演结果的均值为 33.3 km ,均方差为 5.8 km ,这要优于 Pérez-Gussinyé 等对于相同大小滑动窗口的反演结果^[14]:平均值 50 km ,均

方差 21.5 km . 证实了使用本方法可以获得较高精度的有效弹性厚度.

从上面模型的建立过程可以看出,本文给出的反演有效弹性厚度模型的准确性主要受到两个方面的制约:(1)数值模型建立的本身,即在给定有效弹性厚度 T_e 和岩石弹性常数的基础上,由随机模型

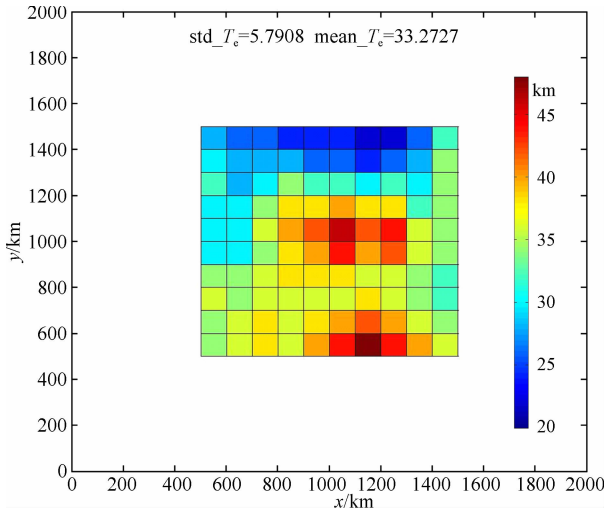


图 4 各个窗口反演的岩石圈有效弹性厚度的伪彩图. mean_{T_e}, std_{T_e} 分别为弹性厚度反演结果的均值及均方差. 图中外方框为数据区域, 内方框为反演区域
Fig. 4 Pseudo-color pictures of inversed elastic thickness for each window. mean_{T_e} and std_{T_e} in the title line represent average value and standard deviation of inversed elastic thickness, respectively. Outer box stands for the margin of data area

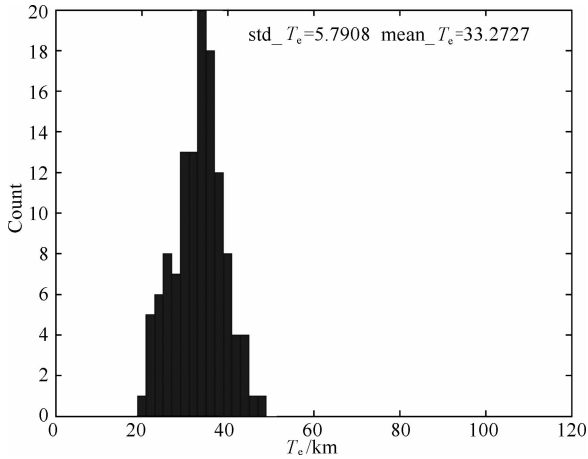


图 5 窗口反演的岩石圈有效弹性厚度直方图
Fig. 5 Histogram of inversed elastic thickness

给定的 H, W 得到 H_T, W_T, H_B, W_B ; (2) 由 H_T, W_T, H_B, W_B 得到 \hat{Q}_{pred} . 如果这两个步骤结果精确, 我们便能够比较精确地确定岩石圈有效弹性厚度. 不考虑计算误差, 如果方程组(19)(20)非奇异, 则解得的 H_T, W_T, H_B, W_B 就是准确的. 方程组(19), (20)非奇异的条件是 $\xi\phi \neq 1$ (无限长波长或岩石圈有效弹性厚度等于零, 岩石圈处于 Airy 均衡状态时, $\xi\phi = 1$, 方程组奇异). 本文使用的窗口均为有效大小窗口, 因此上述条件(1)满足. 从公式(25)简化为公式(26)的前提是环形波数带上, 上下交叉项的均值的期望为 0. 因此, 同一环带上的数据越多, 其平均值接近

于零的概率越大. 所得结果方差将越小. 增加同一环带上数据量的方法有两个: 增加窗口大小, 减小采样间隔. 因此, 适当地增加窗口大小或减小采样间隔, 应该会得到更高精度的反演结果, 而有效弹性厚度的反演均值应该在真值附近浮动. 数值实验表明, 在模型有效弹性厚度保持 40 km 不变的前提下, 增大滑动窗口或减小采样间隔, 都能减小反演均方差. 不同采样间隔和滑动窗口的数值模型反演的结果见表 2.

Pérez-Gussinyé 等 2004 年的文章中使用的采样点间距为 8 km^[14], 远小于本文, 但其精度低于本文. 这更加表明使用 Moho 面起伏代替重力异常数据反演有效弹性厚度能够较好地提高反演精度(见表 2).

表 2 不同大小反演窗口及采样间隔下有效弹性厚度的反演结果 最后一行为 Pérez-Gussinyé 等的反演结果^[14]

Table 2 Inversed T_e with windows of different tapering size and different sampling spaces. The last line is inversed results by Pérez-Gussinyé et al^[14]

滑动窗口大小 (km×km)	采样间隔/km	T_e 反演结果/km
500×500	25	35.3±16.7
1000×1000	25	33±5.8(见图 4, 5)
1500×1500	25	37.2±3.2
1000×1000	8	35.7±3.5
1000×1000	12.5	35.2±3.5
1000×1000	20	38.3±5.1
1000×1000	50	44.5±7.9
1000×1000	8	50.0±21.5

(Pérez-Gussinyé 等, 2004)

4 结论和讨论

本文提出了反演岩石圈等效弹性厚度的 Moho 地形导纳法 (MDDF), 并利用合成数值模型反演了岩石圈等效弹性厚度. 数值模型反演的实验结果表明:

(1) Moho 地形导纳法 (MDDF) 使用 Moho 面起伏数据代替重力数据能够实现对岩石圈有效弹性厚度的反演, 明显提高其反演精度.

(2) 有效弹性厚度的反演精度受到采样点数的影响. 因此, 采样点越密集, 反演精度越高; 滑动窗口越大, 反演精度越高.

本文提出的有效弹性厚度的 Moho 地形导纳法 (MDDF) 反演精度较传统的重力导纳法高^[14], 一个

可能的原因是文献[14]在由模型 Moho 面起伏生成重力异常时损失了精度. 不过我们的数值模型实验否定了这一可能性. 实验中使用与文献[14]相同的方法产生了重力异常, 并利用生成的重力异常和地表地形反演了 Moho 面起伏, 再由反演的 Moho 面起伏联合地表地形反演有效弹性厚度, 其精度接近本文直接使用 Moho 面的反演精度, 仍高于 Pérez-Gussinyé 等方法的结果. 这说明, 使用本文的 Moho 地形导纳法(MDDF)确实能提高反演精度, 实验结果将另文阐述.

本文的模型隐含地壳和岩石圈地幔部分在挠曲时耦合在一起. 然而, 并非在任何地区, 这一耦合的模型都成立. 弱耦合和解耦的情况也是存在的. 所以在实际应用中, 必需估计弱耦合和解耦对于反演结果和精度的影响. 另外, 本文数值模型中假定岩石圈所受内部载荷均来自 Moho 面的起伏, 而在实际应用中, 壳内热分布不均匀性, 地幔力学作用产生的底辟和岩浆等都会使岩石圈产生挠曲, 这将在一定程度上影响反演结果和降低本文方法的反演精度. 第三, 从模型结果分析可知, 岩石圈软流圈分界面(LAB)的起伏等同于岩石圈的挠曲. 然而, 考虑到岩石圈和软流圈界面 LAB 对水含量, 组分等都非常敏感^[22-23], 故 LAB 界面将远比实验模型复杂得多. 不过, 由于 LAB 不是个密度界面, 其起伏的变化估计不会对岩石圈的挠曲产生大的影响.

致 谢 直接使用 Moho 面反演有效弹性厚度的思路最初是在与倪四道教授交流后产生的, 两位外审专家为作者提供了宝贵的意见, 在此一并表示感谢.

参考文献(References)

[1] Burov E B, Diament M. The effective elastic thickness (T_e) of continental lithosphere; What does it really mean? *J. Geophys. Res.*, 1995, 100(B3): 3905-3927.

[2] 熊熊, 许厚泽, 徐建桥等. 大陆弹性岩石层有效弹性厚度对岩石层形变和大地水准面的动力影响. 地壳形变与地震, 1998, 18(4): 1-10.

Xiong X, Xu H Z, Xu J Q, et al. Dynamic influence of various elastic thickness of continental lithosphere upon lithospheric deformation and geoid undulation. *Crustal Deformation and Earthquake* (in Chinese), 1998, 18(4): 1-10.

[3] Pérez-Gussinyé M, Watts A B. The long-term strength of Europe and its implications for plate-forming processes. *Nature*, 2005, 436(7049): 381-384.

[4] 付永涛, 李继亮, 周辉等. 大陆岩石圈有效弹性厚度研究综述. 地质评论, 2000, 46(2): 149-159.

Fu Y T, Li J L, Zhou H, et al. Comments on the effective elastic thickness of continental lithosphere. *Geological Review* (in Chinese), 2000, 46(2): 149-159.

[5] Dorman L M, Lewis B T R. Experimental isostasy 1. Theory of the determination of the Earth's isostatic response to a concentrated load. *Journal of Geophysical Research*, 1970, 75(17): 3357-3365.

[6] Watts A B. The effective elastic thickness of the lithosphere and the evolution of foreland basins. *Basin Research*, 1992, 4(3-4): 169-178.

[7] Jordan T A, Watts A B. Gravity anomalies, flexure and the elastic thickness structure of the India-Eurasia collisional system. *Earth and Planetary Science Letters*, 2005, 236(3-4): 732-750.

[8] Karner G D, Watts A B. Gravity anomalies and flexure of the lithosphere at mountain ranges. *Journal of Geophysical Research*, 1983, 88(B12): 10449-10477.

[9] McKenzie D, Fairhead D. Estimates of the effective elastic thickness of the continental lithosphere from Bouguer and free air gravity anomalies. *Journal of Geophysical Research*, 1997, 102(B12): 27523-27552.

[10] Anderson F S, Smrekar S E. Global mapping of crustal and lithospheric thickness on Venus. *Journal of Geophysical Research*, 2006, 111(E8): E08006.

[11] 李斐, 柯宝贵, 王文睿. 利用重力地形导纳估计月亮厚度. 地球物理学报, 2009, 52(8): 2001-2007.

Li F, Ke B G, Wang W R. Estimation of the ancient lunar crust thickness from the admittance. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 2009, 52(8): 2001-2007.

[12] Watts A B, Burov E B. Lithospheric strength and its relationship to the elastic and seismogenic layer thickness. *Earth and Planetary Science Letters*, 2003, 213(1-2): 113-131.

[13] Maggi A, Jackson J, McKenzie D, et al. Earthquake focal depths, effective elastic thickness, and the strength of the continental lithosphere. *Geology*, 2000, 28(6): 495.

[14] Pérez-Gussinyé M, Lowry A R, Watts A B, et al. On the recovery of effective elastic thickness using spectral methods: examples from synthetic data and from the Fennoscandian Shield. *J. Geophys. Res.*, 2004, 109: B10409.

[15] Forsyth D W. Subsurface loading and estimates of the flexural rigidity of continental lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, 1985, 90(B14): 12623-12632.

[16] Turcotte D L, Schubert G. *Geodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

[17] 曾融生, 孙为国, 毛桐恩等. 中国大陆莫霍界面深度图. 地震学报, 1995, 17(3): 322-327.

Zeng R S, Sun W G, Mao T E, et al. Map of the depth of Moho of China. *Acta Seismologica Sinica* (in Chinese), 1995, 17(3): 322-327.

[18] Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York, W. H. Freeman, 1983.

- [19] 黄建平, 傅容珊, 许萍等. 利用重力和地形观测反演中国及邻区地壳厚度. 地震学报, 2006, 28(3): 250-258.
Huang J P, Fu R S, Xu P, et al. Inversion of gravity and topography data for the crust thickness of china and its adjacency. *Acta Seismologica Sinica* (in Chinese), 2006, 28(3): 250-258.
- [20] Thomson D J. Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proceedings of the IEEE*, 1982, 70(9): 1055-1096.
- [21] Hanssen A. Multidimensional multitaper spectral estimation. *Signal Processing*, 1997, 58(3): 327-332.
- [22] Karato S I, Jung H. Water, partial melting and the origin of the seismic low velocity and high attenuation zone in the upper mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, 1998, 157(3-4): 193-207.
- [23] Green D H, Hibberson W O, Kovács I, et al. Water and its influence on the lithosphere-asthenosphere boundary. *Nature*, 2010, 467(7314): 448-451.

(本文编辑 胡素芳)