

张立, 刘争平. 水平层状介质中基阶瑞利面波椭圆极化特征数值分析与研究. 地球物理学报, 2013, 56(5):1686-1695, doi:10.6038/cjg20130526.

Zhang L, Liu Z P. A study of the elliptic polarization characteristics of fundamental mode rayleigh wave based on numerical simulation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2013, 56(5):1686-1695, doi:10.6038/cjg20130526.

# 水平层状介质中基阶瑞利面波椭圆极化特征数值分析与研究

张 立<sup>1,2</sup>, 刘争平<sup>1,2</sup>

1 西南交通大学, 成都 610031

2 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 成都 610031

**摘 要** 近年来的工程实践表明, 以速度频散特性为理论基础的瑞利面波法的实际应用存在场地限制的瓶颈问题. 为克服该困难, 本文从面波的基础理论着手, 在前人建立的水平层状介质中瑞利面波速度频散方程的基础上, 推导了水平层状介质中瑞利面波质点位移的解析解公式. 以工程中常见的几种典型的水平层状地层模型为例, 结合地脉动单点谱比法(HVSR, Horizontal to Vertical Spectral Ratio), 对基阶瑞利面波的椭圆极化特征进行了数值模拟研究. 研究表明: 与瑞利面波的速度频散特性类似, 其椭圆极化同样具有频散特性, 且椭圆极化时的质点位移水平分量与垂直分量的频谱比与地层泊松比结构有关. 瑞利面波的这种椭圆极化特性展示了利用单点瑞利面波的多分量评价地层泊松比结构的理论可行性.

**关键词** 瑞利面波, HVSR, 椭圆极化, 频散, 泊松比

doi:10.6038/cjg20130526

中图分类号 P631

收稿日期 2011-12-09, 2013-04-10 收修定稿

## A study of the elliptic polarization characteristics of fundamental mode rayleigh wave based on numerical simulation

ZHANG Li<sup>1,2</sup>, LIU Zheng-Ping<sup>1,2</sup>

1 South-west Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2 MOE Key Laboratory of High-speed Railway Engineering, Chengdu 610031, China

**Abstract** Field practices show that the application of Rayleigh wave method based on its velocity dispersion property is restricted by site conditions. To deal with the limitation, the paper deduces the theoretical solution of the Rayleigh wave particle displacement, based upon the theory of Rayleigh wave and its velocity dispersion equations in horizontal layer media developed by former researchers. Then, taking some typical horizontal stratum models in civil engineering as examples, and combining with the method of micro-tremor HVSR(Horizontal to Vertical Spectral Ratio) at a single surveying point, we study the elliptic polarization characters of the fundamental mode Rayleigh wave by numerical simulation. The research results show that similar to the velocity dispersion property of Rayleigh wave, its elliptic polarization has also the dispersion property, and the horizontal to vertical spectral ratio of particle displacement of the elliptic polarization is related to the Poisson ratio structures of the strata, which is of significant potential for the development of a new survey method for the Poisson ratio structures of the strata using

the multiple components of Rayleigh surface wave at a single site.

**Keywords** Rayleigh Wave, HVSR (Horizontal to Vertical Spectral Ratio), Elliptic polarization, Dispersion, Poisson ratio

## 1 引言

自英国学者 Rayleigh<sup>[1]</sup>发现瑞利面波的存在并揭示瑞利面波在弹性半空间介质中的传播特性以来,由于瑞利(Rayleigh)面波采集简便、面波速度  $V_R$  与横波速度  $V_S$  相近、且具有速度频散<sup>[2-3]</sup>等运动学特性,而被广泛研究并应用于地壳结构、石油及工程等各种地下调查领域.如在工程应用中,Stoke II和 Nazarian 等<sup>[4]</sup>,提出了面波频谱分析方法 SASW,通过分析瑞利面波速度频散曲线建立近地表 S 波速剖面.美国 Kansas 大学地质调查所的 Xia 等<sup>[2]</sup>提出了瑞利面波的多道分析方法 MASW,反演估算近地表横波波速.2003 年,Xia 等<sup>[5]</sup>又首次提出利用瑞利面波的基阶和高阶模式进行联合反演的方法.目前,瑞利面波方法已成为近地表和大型土木工程基础探测的重要方法.

瑞利面波理论和方法的研究主要集中在面波激励场源和观测参数方面.根据场源的激励方式,瑞利面波可分为主动源面波法和被动源面波法<sup>[6]</sup>;按观测参数的不同,可分为面波速度频散特征的观测和质点位移特征的观测两类,或者说是对面波运动学特征和动力学特征参数观测的两类.

传统的瑞利面波的研究和应用主要集中在对主动源瑞利面波的运动学特征——速度频散特征的研究和应用方面.速度频散曲线的提取方法主要是利用频率-波数(F-K)变换或慢度-频率(P-F)变换<sup>[7]</sup>.近年来,研究学者利用空间相关技术(SPAC)<sup>[8-9]</sup>从地脉动信息中提取面波的速度频散特征.但无论是主动源还是被动源面波法,提取速度频散曲线都需要在观测时布置多个具有一定道间距的检波器的观测排列,且勘探深度与排列长度成正比.因此,以观测速度频散等运动学特征为主的瑞利面波法,在实际应用中容易受场地限制,不适合人口稠密、空间狭小的城市及交通繁忙的公路等场区.

1989 年,Nakamura<sup>[10]</sup>首次提出地脉动信息的单点谱比法—H/V 谱比或 HVSR 法.野外实际观测表明单个三分量检波器采集的地脉动信息的水平分量和垂直分量的频谱比与场地  $V_S$  结构之间具有较好的对应关系.Arai 和 Tokimatsu<sup>[11]</sup>及张立等<sup>[12]</sup>给出了利用地脉动的 HVSR 数据反演场地  $V_S$  剖面

的实例.2011 年 Haney 等<sup>[13]</sup>对实际观测到的被动源面波的椭圆极化进行了分析研究.HVSR 法的工程应用展示了基于单点地脉动信息的动力学特征评价场地  $V_S$  结构的实际可行性.但地脉动信息所包含波的主要成分具有争议性<sup>[11-23]</sup>,如有研究学者认为其主要成分是基阶瑞利面波<sup>[14-18]</sup>,有的认为是高阶瑞利面波<sup>[11,21-22]</sup>,还有的认为是勒夫面波<sup>[19-20]</sup>,甚至有研究人员认为在某些条件下其主要成分是体波<sup>[24-25]</sup>,此外,再加上地脉动信息场源所具有的随机性和复杂性,从而使得对地脉动随机波场的正演数值模拟和理论研究不完备<sup>[26]</sup>等因素,导致 HVSR 法缺乏系统的应用理论基础的支持.

本文基于瑞利面波理论解,对水平层状介质中的基阶瑞利面波的椭圆极化特征进行正演数值模拟,明确了瑞利面波的水平分量和垂直分量的频谱比(HVSR)物理实质上表征的是瑞利面波的椭圆极化的频散特征,该频散特征与场地的泊松比结构密切相关.以期为发展基于单点瑞利面波的动力学特征的 HVSR 方法奠定理论基础.

## 2 水平层状介质中 Rayleigh 面波位移矢量

本节在朱介寿等<sup>[28]</sup>研究成果的基础上,推导了水平层状介质地表上 Rayleigh 面波水平位移  $u_x$  和垂直位移  $u_z$  计算公式,具体计算过程如下.

平面地震波在  $n$  层水平均匀介质组成的层状空间中传播,层状空间如图 1<sup>[28]</sup>所示,设  $x$  轴沿测线方向, $z$  轴垂直向下,各层及界面编号如图 1 所示.

对于第  $m$  层,其参数分别为

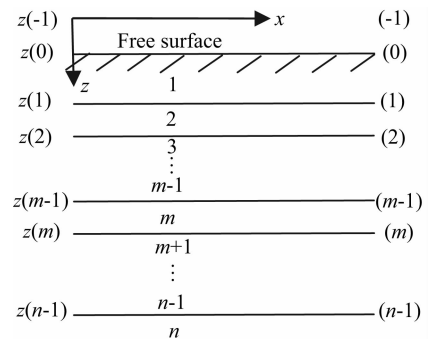


图 1 水平  $n$  层介质模型<sup>[28]</sup>

Fig. 1 The model of  $n$ -layer horizontal media<sup>[28]</sup>

$\rho_m$  为密度;  $d_m$  为厚度;  $\lambda_m, \mu_m$  为 Lamé 常数;  $\alpha_m = \sqrt{(\lambda_m + 2\mu_m)/\rho_m}$  为纵波波速;  $\beta_m = \sqrt{\mu_m/\rho_m}$  为横波波速;  $c$  为相速度;

$$r_{\alpha m} = \begin{cases} \sqrt{(c/\alpha_m)^2 - 1} & \text{当 } c > \alpha_m \\ -i\sqrt{1 - (c/\alpha_m)^2} & \text{当 } c < \alpha_m; \end{cases}$$

$$r_{\beta m} = \begin{cases} \sqrt{(c/\beta_m)^2 - 1} & \text{当 } c > \beta_m \\ -i\sqrt{1 - (c/\beta_m)^2} & \text{当 } c < \beta_m; \end{cases} \quad \gamma_m = 2(v_{sm}/c)^2;$$

$u_x, u_z$  为质点沿  $x, z$  方向的位移;  $\sigma_m, \tau_m$  为分别法向应力和切向应力; 波数  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda, \omega$  为角频率。

由层状介质中平面波传播的波动方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi = \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \psi = \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\varphi, \psi$  为纵、横波位移位函数, 可表示为

$$\begin{cases} \varphi = -\left(\frac{\alpha_m}{\omega}\right)^2 \Delta_m, \\ \psi = 2\left(\frac{\beta_m}{\omega}\right)^2 \omega_m. \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$\begin{cases} \Delta_m = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = e^{j(\omega t - kx)} [\Delta'_m e^{-jkr_{\alpha m} z} + \Delta''_m e^{jkr_{\alpha m} z}], \\ \omega_m = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = e^{j(\omega t - kx)} [\omega'_m e^{-jkr_{\beta m} z} + \omega''_m e^{jkr_{\beta m} z}] \end{cases}$$

则层状介质内任一  $m$  界面上位移和应力分量为

$$u_{mx} = \frac{\partial \varphi_m}{\partial x} - \frac{\partial \psi_m}{\partial z} = -\left(\frac{\alpha_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial \Delta_m}{\partial x} - 2\left(\frac{\beta_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial \omega_m}{\partial z},$$

$$u_{mz} = \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} + \frac{\partial \psi_m}{\partial x} = -\left(\frac{\alpha_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial \Delta_m}{\partial z} + 2\left(\frac{\beta_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial \omega_m}{\partial x},$$

$$\sigma_m = \sigma_{mzz} = \rho_m \left[ \alpha_m^2 \Delta_m + 2\beta_m^2 \left( \left(\frac{\alpha_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial^2 \Delta_m}{\partial x^2} + 2\left(\frac{\beta_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial^2 \omega_m}{\partial x \partial z} \right) \right]$$

$$\tau_m = \sigma_{mzx} = 2\rho_m \beta_m^2 \left[ -\left(\frac{\alpha_m}{\omega}\right)^2 \frac{\partial^2 \Delta_m}{\partial x \partial z} + \left(\frac{\beta_m}{\omega}\right)^2 \left( \frac{\partial^2 \omega_m}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \omega_m}{\partial z^2} \right) \right] \quad (3)$$

$\Delta'_m, \Delta''_m, \omega'_m, \omega''_m$  为常系数。当  $r_{\alpha m}$  为实数时,  $\Delta'_m$  表示与  $z$  轴正方向夹角沿  $\arctan r_{\alpha m}$  方向传播的平面波(下行波), 即通过层状介质传播的体波; 当  $r_{\alpha m}$  为虚数时,  $\Delta'_m$  表示沿  $x$  轴正方向传播的面波, 其振幅随着深度增大而呈指数规律衰减。当  $r_{\alpha m}$  为实数时,  $\Delta''_m$  表示与  $z$  轴负方向夹角沿  $\arctan r_{\alpha m}$  方向传播的平面波(上行波), 即通过层状介质传播的体波; 当  $r_{\alpha m}$  为虚数时, 亦表示沿  $x$  轴方向传播的面波。对于  $\omega'_m,$

$\omega''_m$ , 只要将  $r_{\alpha m}$  改为  $r_{\beta m}$ , 也可按上述类似方式定义。令:

$$\begin{cases} A_m = -\alpha_m^2 (\Delta'_m + \Delta''_m), \\ B_m = -\alpha_m^2 (\Delta'_m - \Delta''_m), \\ C_m = -2\beta_m^2 (\omega'_m - \omega''_m), \\ D_m = -2\beta_m^2 (\omega'_m + \omega''_m), \\ P_m = kr_{\alpha m} (z - z_m), \\ Q_m = kr_{\beta m} (z - z_m), \\ \gamma_m = 2(\beta_m/c)^2. \end{cases} \quad (4)$$

将(3)式中含有  $jkrz$  因子的指数函数改为三角函数, 只考虑实数部分。并根据层状介质内任一界面上  $u_{mx}, u_{mz}, \tau_m, \sigma_m$  四个量连续条件, 可得  $n$  层介质位移及应力的  $4n - 2$  阶的线性方程组:

$$\mathbf{F}_R(\omega, c) \mathbf{X} = \mathbf{R}, \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{F}_R(\omega, c)$  系数矩阵为面波的频散方程。与位移有关的待求变量项:

$$\mathbf{X} = [A_1, B_1, C_1, D_1, \dots, A_m, B_m, C_m, D_m, \dots, A_{n-1}, B_{n-1}, C_{n-1}, D_{n-1}, \dots, A_n, C_n]^T, \quad (6)$$

对于平面波, 右端项  $\mathbf{R} = 0$ 。方程有解的条件是:

$$|\mathbf{F}_R(\omega, c)| = 0, \quad (7)$$

即方程(5)为齐次方程组。为求解该齐次方程组, 将系数矩阵  $\mathbf{F}_R(\omega, c)$ 、未知数向量  $\mathbf{X}$  和右端矢量  $\mathbf{R}$  进行如下处理: 设第一层介质中波幅值  $A_1$  已知, 不失一般性,  $A_1 = 1$ 。将未知矢量  $\mathbf{X}$  和右端矢量  $\mathbf{R}$  同除以  $A_1$ , 然后将其代入(5)式中, 并将展开后的第一列, 即与  $A_1$  相关项, 移到方程右端, 经过整理, 方程(5)变为非齐次方程组(为方便起见, 新方程以  $\mathbf{F}'_R(\omega, c), \mathbf{X}', \mathbf{R}'$  表示):

$$\mathbf{F}'_R(\omega, c) * \mathbf{X}' = \mathbf{R}', \quad (8)$$

此时, 方程(8)中系数矩阵  $\mathbf{F}'_R(\omega, c)$  为  $4n - 3$  阶方阵。

$$\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} B_1, C_1, D_1, \dots, A_m, B_m, C_m, D_m, \dots, A_{n-1}, \dots \\ B_{n-1}, C_{n-1}, D_{n-1}, \dots, A_n, C_n \end{bmatrix}^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{R}' = [0, -\zeta_1^{(1)}, j\zeta_3^{(1)}, 0, \dots, 0, 0, 0]^T, \quad (10)$$

其中,  $\zeta_1^{(m)} = \cos P_m, \zeta_3^{(m)} = r_{\alpha m} \sin P_m$ 。

综上, 图 2 给出了求解任一界面  $m$  上位移  $u_{mx}, u_{mz}$  的流程图。首先将层状介质模型各层纵横波速、密度及层厚:  $\alpha_m, \beta_m, \rho_m, h_m (m = 1:n)$  等参数代入频散方程(7)中, 然后根据方程  $|\mathbf{F}_R(\omega_j, c_j)| = 0 (j = 1:m)$  计算第  $j$  个频率  $\omega_j$  所对应的基阶面波的相速度  $c_j$ 。再将相速度  $c_j$  代入式(8)中便可求解  $\mathbf{X}$ , 得到  $A_m, B_m, C_m, D_m$  等量。然后根据式(4)求得系数  $\Delta'_m,$

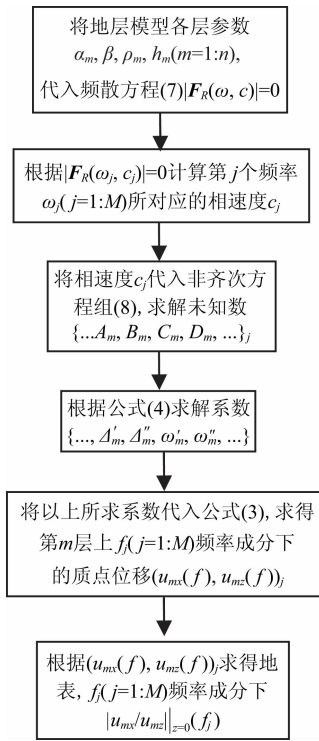


图 2 质点位移及椭圆极化特性正演数值模拟研究程序流程图

Fig. 2 The numerical simulation flow diagram for the elliptical polarization characters of particle displacement

$\Delta'_m, \omega'_m, \omega''_m$ , 将  $\Delta'_m, \Delta''_m, \omega'_m, \omega''_m$  代入质点位移式(3), 便可求得频率为  $f_j$  时, 第  $m$  层中时基阶面波质点位移的水平分量和垂直分量 ( $u_{mx}(f_j), u_{mz}(f_j)$ ).

### 3 基阶面波椭圆极化频散特征数值模拟分析

根据以上求解, 可求得当  $z = 0$  时, 地表处不同频率  $f_j$  条件下, 基阶面波质点位移的水平分量和垂直分量  $u_{mx}|_{z=0}(f_j) = u_x(f_j), u_{mz}|_{z=0}(f_j) = u_z(f_j)$ .

在弹性介质条件下,  $u_{mx}(f), u_{mz}(f)$  分别代表基阶面波质点椭圆运动轨迹的水平轴和垂直轴, 因此, 借鉴地脉动 HVSR 方法(1989, Nakamura)中水平分量和垂直分量频谱之比的表示方法, 本文基于  $|u_x(f_j)/u_z(f_j)|$ , 或简写为  $|u_x/u_z|(f_j)$  的分析, 研究基阶瑞利面波质点运动的椭圆极化特征.

显然, 当  $|u_x/u_z|(f_j) > 1$  时, 水平轴为长轴, 垂直轴为短轴, 椭圆呈水平极化现象. 当  $|u_x/u_z|(f_j) < 1$  时, 水平轴为短轴, 垂直轴为长轴, 椭圆呈垂直极化现象. 由此, 根据文献<sup>[28]</sup>对瑞利面波速度频散的定义, 本文将瑞利面波椭圆极化特性即  $|u_x/u_z|(f)$  随  $f$  变化而变化的现象, 定义为瑞利面波的椭圆极

化频散现象, 并称  $|u_x/u_z|(f)$  为瑞利面波椭圆极化频散曲线. 为研究方便, 在分析中, 将椭圆极化频散曲线取 10 为底的对数.

基于以上推导的理论公式和分析, 本文对以下常见的三种工程地震勘探地层模型<sup>[29-32]</sup>: (1) 均匀半无限空间地层模型, (2) 正向结构地层模型( $V_s$  随着埋深增大而增大)和(3)含有软弱夹层结构的地层模型的椭圆极化频散特性进行数值模拟研究.

#### 3.1 均匀半无限空间地层模型

该组地层模型的泊松比结构特征如表 1 所示. 由于一般介质的泊松比在  $0 \sim 0.5$  之间变化, 如流体的泊松比 0.5, 软沉积物的泊松比 0.45, 大多数岩石的泊松比为 0.25, 极坚硬的刚性岩石泊松比为 0.05, 即介质的弹性及强度越大, 泊松比越小. 因此, 设计模型泊松比  $\nu$  在  $[0.25, 0.48]$  之间变化, 横波波速  $V_s$  随着泊松比的变化而变化, 纵波波速  $V_p$ , 密度  $\rho$  等其它参数为常数. 图 3 所示为该组模型中  $V_p = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \nu = 0.25, V_s = 346 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的均匀半无限空间模型.

对该组模型的椭圆极化频散特征数值模拟结果

表 1 均匀半无限空间地层模型参数

Table 1 The model parameters for the half infinite homogeneous space

纵波波速 $V_p/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	泊松比 $\nu$	横波波速 $V_s/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	密度 $\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$
600	0.25	346	1.65
600	0.33	302	1.65
600	0.41	234	1.65
600	0.44	196	1.65
600	0.45	180	1.65
600	0.48	117	1.65

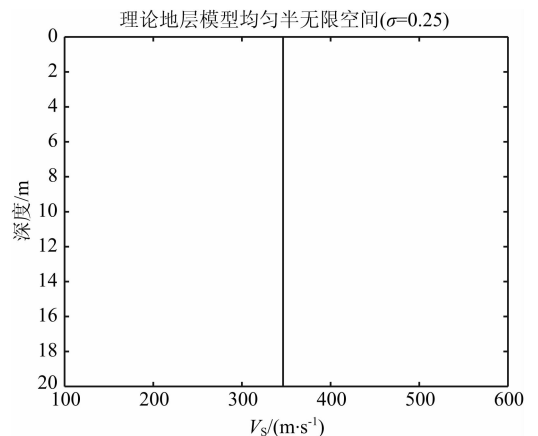


图 3 均匀半无限空间地层模型  $V_p = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, V_s = 346 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \nu = 0.25$

Fig. 3 The half infinite homogeneous space stratum model

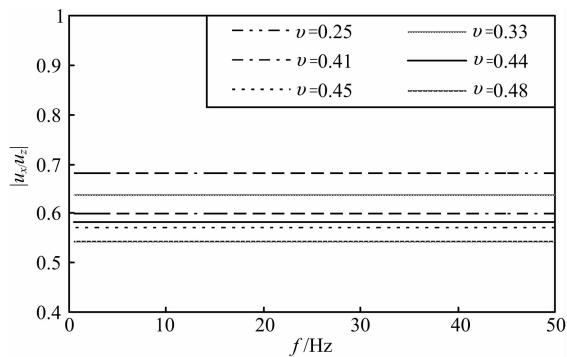


图 4 泊松比不同的均匀半无限空间地层模型自由

表面上椭圆极化频散曲线 ( $\lg \left| \frac{u_x}{u_z} \right|_{z=0} (f)$ )

Fig. 4 The elliptic polarization dispersion curves for the half infinite homogeneous spaces with various Poisson's ratios

见图 4. 图中表明,在泊松比一定的均匀半无限空间地层模型中,瑞利面波的椭圆极化频散曲线是水平直线,即泊松比一定时,椭圆极化频散特  $\left| u_x/u_z \right|_{z=0} (f)$  是一与  $f$  无关的常数,并且对于泊松比不同的均匀半无限空间地层模型,  $\left| u_x/u_z \right|_{z=0} (f)$  值不同,表明在均匀介质中,瑞利面波不存在椭圆极化频散现象.

此外,对于泊松比不同的均匀半无限空间地层模型,随着泊松比的增大,椭圆极化频散  $\left| u_x/u_z \right|_{z=0} (f)$  的值逐渐减小,即随着泊松比的增大,介质越松软,椭圆越趋于垂直极化现象.这不难用泊松比是介质横向应变与纵向应变之比的物理定义来解释.因此,  $\left| u_x/u_z \right|_{z=0} (f)$ , 或它的倒数实质上反映的是介质泊松比度量,具有定性评价介质弹性性质和强度等物理学性质的应用前景.

### 3.2 软弱夹层厚度不同、埋深相同的正向结构地层模型

该组地层模型以单层厚度 1 m、各层  $V_s$  随深度递增的 20 层正向结构地层模型为背景,均含有埋深为 5 m、夹层厚度在 0.1~2 m 之间变化的软弱夹层.所有模型中,第一层参数均为  $V_s=126 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_p=422 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\rho=1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ,  $h=1 \text{ m}$ ; 软弱夹层的  $V_s=102 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_p=342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\rho=1.6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ,  $h=0.1 \sim 2 \text{ m}$ . 随着深度的增大,各层  $V_p$  与  $V_s$  近似符合一定的线性变化规律<sup>[29-33]</sup>, 密度  $\rho_1 \sim \rho_{20}$  在  $1.6 \sim 2.01 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  之间呈线性变化<sup>[29-33]</sup> (表 2). 图 5(a、b) 分别显示了‘正向结构地层模型’

表 2 软弱夹层厚度不同、埋深相同的地层模型参数

Table 2 The parameters of the models with a interbedded soft layer into a background model of elastic parameter increasing with depth increasing.

层数	正向结构地层				模型 0.1_5				模型 0.5_5				模型 1_5				模型 2_5			
	$V_p$	$V_s$	$\rho$	$H$	$V_p$	$V_s$	$\rho$	$H$	$V_p$	$V_s$	$\rho$	$H$	$V_p$	$V_s$	$\rho$	$H$	$V_p$	$V_s$	$\rho$	$H$
1	422	126	1.60	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1
2	481	144	1.61	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1
3	530	158	1.62	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1
4	600	179	1.64	1	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1
5	698	208	1.65	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1
<b>6</b>	<b>795</b>	<b>237</b>	<b>1.67</b>	<b>1</b>	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>0.1</b>	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>0.5</b>	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>1</b>	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>
7	905	270	1.68	1	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1
8	1010	302	1.69	1	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1
9	1056	315	1.70	1	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1
10	1140	340	1.72	1	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1
11	1216	363	1.73	1	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1
12	1300	388	1.76	1	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1
13	1380	412	1.79	1	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1
14	1450	436	1.82	1	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1
15	1548	462	1.86	1	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1
16	1625	485	1.9	1	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1
17	1708	510	1.92	1	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1
18	1843	550	1.93	1	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1
19	1890	573	1.96	1	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1
20	2058	617	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1

注:‘模型 2\_5’即软弱夹层厚度为 2 m、埋深为 5 m 的软弱夹层模型,‘模型 0.1\_5’等意义类推;黑体数字为软弱夹层模型,全文同.

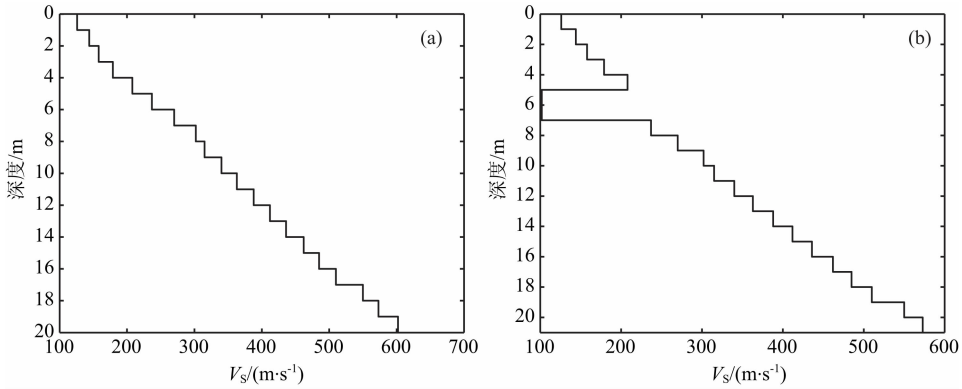


图 5 正向结构地层模型和软弱夹层地层模型 2\_5(软弱夹层厚 2 m、埋深 5 m)

(a) 正向结构地层模型  $V_{P1} = 422 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_{S1} = 126 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; (b) 软弱夹层地层模型 2\_5.

Fig. 5 The model with a interbedded soft layer into a background of elastic parameter increasing with depth increasing.

(a) The background model of elastic parameter increasing with depth increasing with  $V_{P1} = 422 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_{S1} = 126 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; (b) Model 2\_5 with a interbedded soft layer.

和‘模型 2\_5’. 模型椭圆极化频散曲线  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  和速度频散曲线的数值模拟结果见图 6 所示.

从图 6a 可看出, 该模型中瑞利面波椭圆极化频散曲线不再是直线, 而是随着  $f$  的变化而变化. 这表明, 对于非均匀介质, 瑞利面波存在椭圆极化频散特性. 并且随着模型软弱夹层厚度在一定范围内变化, 与模型相应的椭圆极化频散曲线也随之变化, 模型的椭圆极化频散曲线在具有明显的正负单峰值. 如图 6a 中正向结构地层模型的  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线在  $f_0 = 6 \text{ Hz}$  附近达到正峰值, 在  $f_0 = 12 \text{ Hz}$  附近有负峰值, 模型 2\_5 的曲线在  $f_0 = 4 \text{ Hz}$  附近出现正峰, 在主  $f_0 = 8 \text{ Hz}$  附近出现负峰. 正、负单峰值对应的频率随着模型软弱夹层厚度的增大均向低频端移动. 此外, 椭圆极化频散曲线  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  异常幅值随着软弱夹层的厚度  $H$  变化, 具有最大软弱夹层厚度模型 2\_5 的  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线与正向结构地层模型曲线的差异最明显, 而随着  $H \rightarrow 0$ , 椭圆极化频散曲线  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  也趋近于正向结构地层模型的曲线.

图 6b 为该模型速度频散曲线数值模拟结果. 为对比, 图 6(c, d) 和表 3 分别是相对于正向结构地层模型的  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线和速度频散曲线的相对变化图 and 变化量表. 在该地层模型中,  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线的相对变化量较大, 最大值在 2%~20% 之间, 平均变化量在 0.1%~1.1% 之间; 相应的速度频散曲线的相对变化较小, 最大值在 0~0.6% 之间, 平均变化量在 0~0.1% 之间. 如模型 1\_5, 它的  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线的相对变化量最大近

20%, 平均变化量 1.04%, 而速度频散曲线的相对变化量最大为 0.38%, 平均变化量为 0.07%. 这表明椭圆极化频散曲线对模型参数变化的灵敏度比速度频散曲线更高.

表 3 含软弱夹层的理论模型相对正向结构模型的  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线和速度频散曲线的相对变化量

Table 3 The variation of the elliptic polarization dispersion and the velocity dispersion compared with the forward stratum models

地层模型	最大相对变化量(%)		平均相对变化量(%)	
	$ u_x/u_z _{z=0}(f)$ 曲线	速度频散曲线	$ u_x/u_z _{z=0}(f)$ 曲线	速度频散曲线
正向	0	0	0	0
0.1_5	2.2	0.1	0.1	0.02
0.5_5	17.1	0.3	0.8	0.04
1_5	19.5	0.4	1.0	0.07
2_5	7.5	0.6	1.0	0.11
2_3	12.2	0.6	1.1	0.16
2_8	5.3	0.5	0.7	0.07
2_10	3.5	0.4	0.5	0.06
2_18	8.7	0.3	0.7	0.04

### 3.3 软弱夹层厚度相同、埋深不同的正向结构地层模型

该地层模型同样以图 6a 中的正向结构地层模型为背景, 且所有模型各层的参数  $V_P$ 、 $V_S$  及  $\rho$  的大小及变化规律均与第二组模型相同, 且模型的名称及意义同, 但模型中软弱夹层固定厚度为 2 m、埋深在 3~30 m 之间变化, 模型具体参数见表 4.

图 7 显示了该组地层模型椭圆极化频散

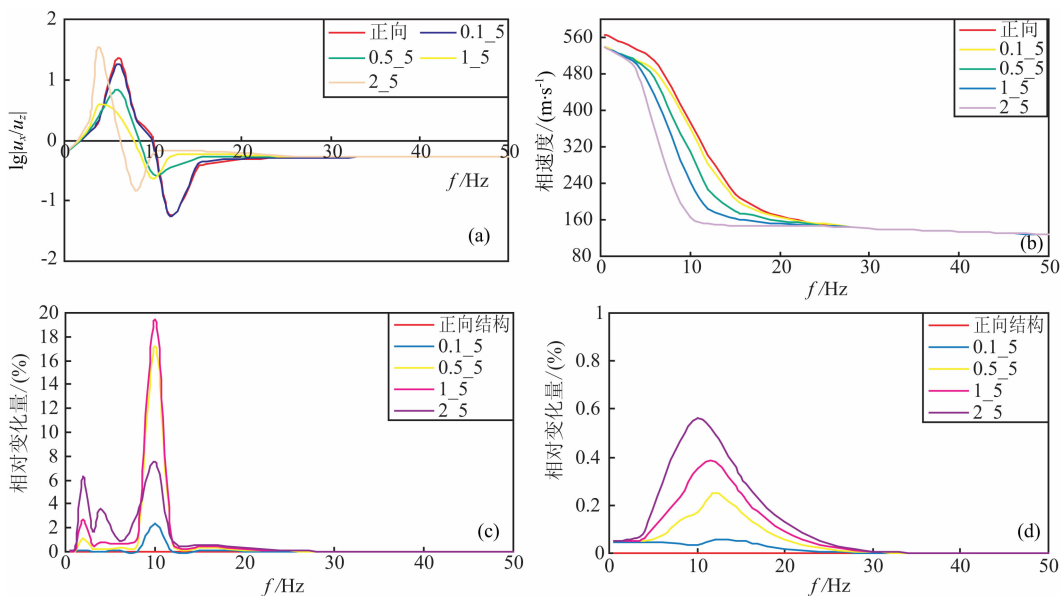


图 6 软弱夹层厚度不同、埋深相同的地层模型椭圆极化频散曲线和速度频散曲线理论计算图

(a) 椭圆极化频散曲线图; (b) 速度频散曲线图; (c) 相对正向结构地层模型  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  变化量;  
(d) 相对正向结构地层模型速度频散曲线变化量.

Fig. 6 The elliptic polarization dispersion curves and velocity dispersion curves for the stratum models with the background increasing S-wave velocity with increasing buried depth intercalated a soft layer with various thickness and same burial depth. (a) The elliptic polarization dispersion curves; (b) The velocity dispersion curves; (c) The variation of the elliptic polarization dispersion curves compared with forward stratum models; (d) The variation of the velocity dispersion curves compared with forward direction stratum models.

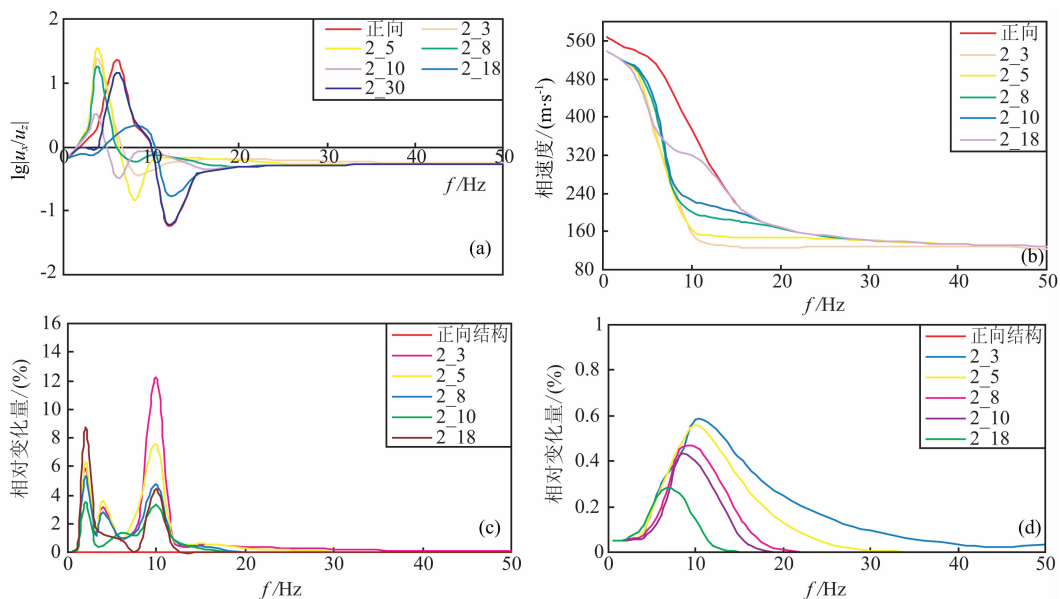


图 7 软弱夹层厚度相同、埋深不同的地层模型椭圆极化频散曲线和速度频散曲线模拟计算图

(a) 椭圆极化频散曲线图; (b) 速度频散曲线图; (c) 相对正向结构地层模型  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  变化量;  
(d) 相对正向结构地层模型速度频散曲线变化量.

Fig. 7 The elliptic polarization dispersion curves and velocity dispersion curves for the stratum models with the background increasing S-wave velocity with increasing buried depth intercalated a soft layer with various burial depth and same thickness

(a) The elliptic polarization dispersion curves; (b) The velocity dispersion curves; (c) The variation of the elliptic polarization dispersion curves compared with forward stratum models; (d) The variation of the velocity dispersion curves compared with forward direction stratum models.

$|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  和速度频散数值模拟结果,从图 7a 可看出,该模型中瑞利面波椭圆极化频散曲线也随着  $f$  的变化而变化,即  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  也与  $f$  有关,该结果同样证明对于非均匀介质,瑞利面波存在椭圆极化频散特性,且椭圆极化频散现象与软弱夹层的埋深有关。

从图 7a 还可发现,该组模型的椭圆极化频散曲线同样以正、负单峰值为异常特征。随着软弱夹层埋深的逐渐增大,异常的正、负单峰值先向低频端而后向高频端移动,  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  曲线也随之先偏离而后趋近于正向结构地层模型的椭圆极化频散曲线。

此外,椭圆极化频散曲线  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  异常幅值随着软弱夹层的埋深变化,具有最小( $\rightarrow 0$ )或最大( $\rightarrow \infty$ )软弱夹层埋深的模型如 2\_3 和 2\_18 的椭圆极化频散曲线趋近于正向结构地层模型曲线,而随着埋深在一定范围时如模型 2\_10,椭圆极化频散曲线与正向结构地层模型曲线的差异最明显。

图 7b 为该地层模型的速度频散曲线数值计算结果。图 7(c,d) 和表 3 分别为该组模型相对于正向结构地层模型椭圆极化频散曲线和速度频散曲线的相对变化图和变化量表。图 7 及表 3 数据显示,在该组地层模型中椭圆极化频散曲线的相对变化较大,

最大值在 3%~13% 之间,平均值在 0.4%~1.2% 之间;相应的速度频散曲线的相对变化较小,其最大值范围在 0~0.6% 之间,平均变化在 0~0.2% 之间。如模型 2\_3 的椭圆极化频散曲线相对变化量的最大值接近 13%,平均变化量为 1.14%,而该模型的速度频散曲线相对变化量最大不到 0.6%,平均变化量仅为 0.16%。

上述研究表明,相对于正向结构地层模型而言,随着软弱夹层埋深在一定范围内的变化,相应模型的椭圆极化频散曲线也随之变化,即曲线与模型之间为一一对应关系,且椭圆极化频散曲线对模型变化的反应比速度频散曲线更敏感。

## 4 结 论

本文以工程中常见的几种典型地层模型(均匀半无限空间地层模型、正向结构地层模型和含有软弱夹层的模型)为例,应用 HVSR 方法,对基阶瑞利面波的正演理论基础——面波质点位移水平分量与垂直分量之比随频率  $f$  的变化规律  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$ ,即基阶瑞利面波的椭圆极化频散特征进行了数值模拟研究,得到如下结论:

表 4 软弱夹层厚度相同、埋深不同的地层模型参数

Table 4 The parameters of the interbedded soft layer models with fixed thickness and various burial depth

层数	模型 2_3				模型 2_5				模型 2_8				模型 2_10				模型 2_18			
	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$H$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$H$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$H$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$H$	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$H$
1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1	422	126	1.61	1
2	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1	481	144	1.62	1
3	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1	530	158	1.64	1
<b>4</b>	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1	600	179	1.65	1
5	600	179	1.65	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1	698	208	1.67	1
<b>6</b>	698	208	1.67	1	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1
7	795	237	1.68	1	795	237	1.68	1	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1
8	905	270	1.69	1	905	270	1.69	1	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1
<b>9</b>	1010	302	1.70	1	1010	302	1.70	1	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1
10	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1	1056	315	1.72	1	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1
<b>11</b>	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1	1140	340	1.73	1	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>	1216	363	1.76	1
12	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1	1216	363	1.76	1	1300	388	1.79	1
13	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1	1300	388	1.79	1	1380	412	1.82	1
14	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1	1380	412	1.82	1	1450	436	1.86	1
15	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1	1450	436	1.86	1	1548	462	1.9	1
16	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1	1548	462	1.9	1	1625	485	1.92	1
17	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1	1625	485	1.92	1	1708	510	1.93	1
18	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1	1708	510	1.93	1	1843	550	1.96	1
<b>19</b>	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1	1843	550	1.96	1	<b>342</b>	<b>102</b>	<b>1.60</b>	<b>2</b>
20	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1	1890	573	2.01	1



(1) 均匀介质中基阶瑞利面波不存在椭圆极化频散现象,而在非均匀介质中基阶瑞利面波存在椭圆极化频散现象。

(2) 以  $|u_x/u_z|_{z=0}(f)$  表征的椭圆极化频散特性,或其倒数实质上是介质泊松比度量,具有定性评价介质弹性性质和强度等物理力学性质的应用前景。

(3) 在本文研究模型范围内,基阶瑞利面波椭圆极化频散曲线对地层  $V_s$  结构反应的灵敏度比速度频散曲线更高。

(4) 瑞利面波动的椭圆极化频散曲线计算仅需面波单点的多分量数据特性,展示了单点面波调查方法的潜在发展前景。

此外,需要说明的是:

(1) 本文所有计算研究过程中不考虑介质的耗散作用,则质点运动不考虑出现椭圆斜极化<sup>[28]</sup>现象。

(2) 本文所选模型是以工程勘探中常遇到的软地层条件为背景,其波速较低,对于硬地层模型还需要做进一步研究。

## 参考文献 (References)

- [1] Rayleigh L. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 1885, 17(1): 4-11.
- [2] Xia J H, Miller R D, Park C B. Estimation of near surface shear wave velocity by inversion of Rayleigh waves. *Geophysics*, 1999, 64(3): 691-700.
- [3] Dorman J, Ewing M. Numerical inversion of seismic surface wave dispersion data and crust-mantle structure in the New York-Pennsylvania area. *Journal of Geophysical Research*, 1962, 67(13): 5227-5241.
- [4] Stoke II K H, Nazarian S. Effectiveness of ground improvement from spectral analysis of surface waves // Proc. 8th. Euro Conf on Soil Mech and Found Engrg. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- [5] Xia J H, Miller R D, Park C B, et al. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes. *Journal of Applied Geophysics*, 2003, 52(1): 45-57.
- [6] Geophysical Service. Active and Passive Surface wave Techniques, www.geovision.com.
- [7] Capon J. High-resolution frequency wave number spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [8] Aki K. Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 1957, 35: 415-456.
- [9] Hortencia Flores Estrella. Jorge Aguirre Gonzalez, SPAC: An alternative method to estimation earthquake site effects in Mexico city. *Geofisica Internacional*, 2003, 42(2): 227-236.
- [10] Nakamura Y. A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *Quart. Rept. RTRI Japan*, 1989, 30: 25-33.
- [11] Arai H, Tokimatsu K. S-wave velocity profiling by inversion of microtremor H/V Spectrum. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 2004, 94(1): 53-63.
- [12] 张立, 刘争平, 熊自英. 利用地脉动 H/V 谱比反演地层  $V_s$  结构剖面. *工程地球物理学报*, 2009, 6(S1): 4-5.  
Zhang L, Liu Z P, Xiong Z Y. S-wave velocity profiling by inversion of microtremor H/V spectra. *Chinese Journal of Engineering Geophysics* (in Chinese), 2009, 6(S1): 4-5.
- [13] Haney M M, Nies A, Masterlark T, et al. Interpretation of Rayleigh-wave ellipticity observed with multicomponent passive seismic interferometry at Hekla Volcano, Iceland. *The Leading Edge*, 2011, 30(5): 526-531.
- [14] Lachet C, Bard P Y. Numerical and theoretical investigations on the possibilities and limitations of Nakamura's technique. *J. Phys. Earth*, 1994, 42(5): 377-397.
- [15] Nogoshi M, Igarashi T. On the Amplitude Characteristics of Microtremor-part2 (in Japanese with English abstract). *J. Seism. Soc. Japan*, 1971, 24: 26-40.
- [16] Konno K, Ohmachi T. Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor. *Bull. Soc. Am.*, 1998, 88(1): 228-241.
- [17] Tokimatsu K, Shinzawa K, Kuwayama S. Use of short-period microtremors for  $V_s$  profiling. *J. Geotech. Engrg. ASCE*, 1992, 118(10): 1544-1588.
- [18] Horike M. Inversion of phase velocity of long-period microtremors to the S-wave-velocity structure down to the basement in urbanized area. *J. Phys. Earth*, 1985, 33(2): 59-96.
- [19] Matsushima T, Okada H. An exploration method using microtremors (2)-An experiment to identify Love waves in long-period microtremors-. Proc. The 82nd SEG F Conf, 1990: 5-8.
- [20] Tokimatsu K, Arai H, Asaka Y. Deep shear-wave structure and earthquake ground motion characteristics in Sumiyoshi area, Kobe city, based on microtremor measurements. *J. Struct. Constr. Engrg AIJ*, 1997, 491: 37-45 (in Japanese)
- [21] Yutaka Nakamura. On the H/V spectrum. The 14th World Conference on Earthquake Engineering, 2008, Beijing, China.
- [22] Tokimatsu K, Miyadera Y. Characteristics of Rayleigh waves in microtremors and their relation to underground structures. *J. Struct. Constr. Engrg, AIJ*, 1992, 439: 81-87. (in Japanese)
- [23] Arai H, Tokimatsu K. Effects of Rayleigh and Love Waves on microtremors H/V spectra. Proc. 12th World Conf. on Earthquake Engineering, 2000, paper 2232, CD-ROM.
- [24] 郭明珠, 谢礼立, 凌贤长. 弹性介质面波地脉动单点谱比法研究. *岩土工程学报*, 2004, 26(4): 450-453.

- Guo M Z, Xie L L, Ling X Z. Research on spectral ratio of horizontal to vertical component for elastic model and surface microtremors. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering* (in Chinese), 2004, 26(4): 450-453.
- [25] 郭明珠, 谢礼立, 闫维明等. 体波地脉动单点谱比法研究. 岩土力学, 2003, 24(1): 109-112.
- Guo M Z, Xie L L, Yan W M, et al. Spectral ratio of horizontal to vertical component research for body wave microtremors. *Rock and Soil Mechanics* (in Chinese), 2003, 24(1): 109-112.
- [26] 刘争平, 张立, 闫胜. 局部非均质体的瑞利面波动力学响应数值模拟研究. 工程地球物理学报, 2009, 6(S1): 1-3.
- Liu Z P, Zhang L, Yan S. The dynamic feature analysis of Rayleigh surface wave on a local inhomogeneity using the numerical method. *Chinese Journal of Engineering Geophysics* (in Chinese), 2009, 6(S1): 1-3.
- [27] Thomson W T. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of Applied Physics*, 1950, 21(2): 89-93.
- [28] 朱介寿. 地震学中的计算方法. 北京: 地震出版社, 1988.
- Zhu J S. Calculation Method in Seismology (in Chinese). Beijing: Seismological Press, 1988.
- [29] 陶莅宁, 侯广春. 波速测试技术在工程地质勘察中的应用. 山东煤炭科技, 2008, (2): 20-21.
- Tao L N, Hou G C. Application of wave-speed measure technology in engineering geology survey. *Shandong Coal Science and Technology* (in Chinese), 2008, (2): 20-21.
- [30] 任健. 多道瞬态面波法检测技术在工程勘察中的应用. 陕西水利水电技术, 1999, (1): 45-51.
- Ren J. Application of multi-channel transient surface wave method in engineering survey detection. *Shaanxi Water Conservancy and Hydropower Technology* (in Chinese), 1999, (1): 45-51.
- [31] 赵明杰, 张桂玉, 刘宾. 瑞利面波在地质勘察中的应用. 华北地震科学, 2005, 23(3): 31-33.
- Zhao M J, Zhang G Y, Liu B. Application of Rayleigh wave in geological exploration. *North China Earthquake Sciences* (in Chinese), 2005, 23(3): 31-33.
- [32] 杜正涛, 刘丽敏, 程道伟. 瑞雷面波勘探技术在第四系分层方面的应用. 物探与化探, 1999, 23(4): 277-282.
- Du Z T, Liu L M, Cheng D W. The application of Rayleigh surface wave Exploration Technique to the quaternary stratification. *Geophysical & Geochemical Exploration* (in Chinese), 1999, 23(4): 277-282.
- [33] 陈仲候, 王兴泰, 杜世汉. 工程与环境物探教程. 北京: 地质出版社, 1999.
- Chen Z H, Wang X T, Du S H. Engineering and Environment Geophysical Course (in Chinese). Beijing: Geological Publishing House, 1999.

(本文编辑 汪海英)