

文章编号: 1003-207(2009)05-0081-07

# 允许延期支付条件下退化性商品的销售与订购策略

刘 涛, 李帮义, 公彦德

(南京航空航天大学经济与管理学院, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 针对退化性商品, 允许延期支付的条件下, 分别从供应商和零售商的角度出发, 利用斯坦博格博弈模型给出了其如何制定最优的销售和订购策略, 以实现其利润的最大化。通过算例给出了这一问题的求解算法, 并且分析了利率对于信用交易期限、供应商利润、零售商利润、销售价格、订购周期及订货批量的影响。为供应商信用交易策略和零售商库存决策的制定提供依据。

**关键词:** 退化性商品; 延期支付; 斯坦博格博弈; 销售策略; 订货策略

中图分类号: C931 文献标识码: A

## 1 引言

传统的供应链交易模式中, 通常都是默认零售商(购买者)必须一收到供应商的货物就立即付款, 但在实际的交易环境中, 交易双方并不总是一手交钱一手交货, 供应商为了提高市场竞争力, 鼓励零售商购买, 一般会允许零售商延迟一段期限结账, 这段固定的期限就是商业信用期。零售商在商业信用期限内, 不需贷款融资付款, 因而无存货资金占用。企业以赊帐方式向其他单位购买其所需的原材料和其他商品, 这是企业融资的一种手段, 商业信用在现代商业中占据了重要的角色。零售商将信用交易期限内的销售所得存入银行账户, 赚取利息; 信用交易期限到期后, 零售商将银行账户内存款提出以支付货款, 若存款不足以支付货款时, 不足的部分则向银行贷款支付。如此一来, 零售商必定会将付款拖至信用期限的最后一刻, 以使其资金获取最大的时间价值, 甚至可以将此资金做一短期投资, 获得回报。信用交易的实施, 使零售商具有一定的缓冲时间, 可以通过销售收回部分或者全部的资金占用, 有利于资金回笼, 因此受到了企业的广泛认可和普遍应用, 但同时也给供应商带来了额外的信用风险。

退化性商品是指具有随时间推移而腐烂、损坏、挥发、过期或贬值而逐渐失去经济价值的性质的产

品。它主要分为两大类: 一类是因为随时间推移物理性质发生变化而逐渐失去经济价值的商品, 常见的有奶制品、鲜花、水果、蔬菜、食品、酒精、药品、胶片、放射性物质等等。另一类是因为随时间推移应用性质发生变化而逐渐失去经济价值的商品, 常见的有时髦的电子产品、时装、部分的图书、报纸杂志和软件等等。退化性商品的库存减少与一个时间的负指数函数密切相关, 这无疑是库存决策中不得不面对的现实。

Goyal(1985)首先提出了延迟支付期限为固定的经济订购量(EOQ)模型<sup>[1]</sup>, 随后不少学者对该模型进行了众多方面的扩展。Aggarwal等(1995), Chu等(1998), Chu和Chung(1998)和Jamal等(1997, 2000)考虑了退化性商品在固定需求和延迟支付下的批量问题<sup>[2-6]</sup>, Shinn(1997)对零售商在信用交易和需求为价格敏感性条件下同时考虑零售价格和批量做了研究<sup>[7]</sup>。Hwang和Shinn(1997)又把此研究扩展到退化性商品<sup>[8]</sup>。Liao等(2000)建立了允许延迟支付条件下需求依赖库存状况的退化性商品订货策略模型<sup>[9]</sup>。Sarker等(2000)研究了退化性物品信用交易下的最优支付时间问题<sup>[10]</sup>, Chung和Liao(2004)研究了采购方的订货量必须达到一定数量才可享受延期付款的权利, 并且考虑了商品的退化特性<sup>[11]</sup>。Chung和Liao(2006)运用折扣现金流方法分析了信用期依赖于订货量的退化性商品订货策略问题<sup>[12]</sup>。Teng等(2005)给出了延期付款条件下当零售价格和支付价格不同时的退化性商品的最优定价和订货策略<sup>[13]</sup>。杨树等(2006)利用斯坦博格模型给出了普通商品的供应商延期支付策略

收稿日期: 2008-12-30; 修订日期: 2009-09-02

基金项目: 教育部人文社科基金(07JA630039)

作者简介: 刘涛(1975-), 男(汉族), 山东泰安人, 南京航空航天大学经济与管理学院, 博士研究生, 研究方向: 博弈论与供应链管理。

和零售商的最优订货决策<sup>[14]</sup>。夏海洋等(2008)研究了允许延迟支付条件下考虑营销投入水平的退化性商品库存模型<sup>[15]</sup>。

通过以上文献的回顾,我们可以看出已有的延期支付条件下的库存模型主要是在供应商给定商业信用期限下的策略,没有从供应商的角度考虑信用交易策略的制定。退化性商品作为现实中常见的商品,因其不同于普通商品的特殊性,也是学界关注的焦点。在以上文献的基础上,本文建立了退化性商品在商业信用交易下的斯坦博格库存模型,给出了最终需求为价格的线性函数条件下,供应商的最优商业信用交易期限的制定和零售商的最优订货策略,给出了这一问题的求解算法,并通过数值研究分析了利率对于信用交易期限、供应商利润、零售商利润、销售价格、订购周期及订货批量的影响。

## 2 问题描述

### 2.1 前提假设

本文的假设条件如下:

- (1) 本文仅考虑一个供应商和一个零售商的供应链系统,并仅涉及单个产品的生产和销售。
- (2) 市场需求随着产品价格的上升而单调下降,为了简化模型,假定需求为销售价格的线性函数。
- (3) 零售商将商业信用交易期限内的销售所得存入银行账户,赚取利息;信用交易期限到期后,零售商将银行账户内的存款提出以支付货款,若存款不足以支付货款,不足的部分则向银行贷款支付。
- (4) 不允许缺货发生。
- (5) 不考虑订购的提前期。
- (6) 销售价格大于等于供应价格。
- (7) 贷款年利率  $I_c$  大于等于存款年利率  $I_d$ 。
- (8) 信用交易期限到期后,零售商如有销售所得,则立即偿还贷款,直到清偿为止。
- (9) 商品的退化率为一固定常数,且商品是从进入库存才开始发生损耗的。
- (10) 无限规划期间。

### 2.2 符号定义

- $P$ : 销售价格(零售商卖给消费者的商品单价,零售商的决策变量);
- $C$ : 供应价格(供应商提供给零售商的商品单价);
- $D$ : 年度需求率,  $D(P) = \alpha - \beta P$ , ( $\alpha > 0, \beta > 0$ );
- $S$ : 零售商每次订购成本;

- $h$ : 每单位存货持有成本, / 每单位/ 每年(不含贷款利息支出);
- $I_c$ : 贷款年利率;
- $I_d$ : 存款年利率;
- $I(t)$ : 零售商  $t$  时刻的库存 ( $0 \leq t \leq T$ );
- $Q$ : 订货批量;
- $a$ : 供应商单位商品成本;
- $\theta$ : 存货固定退化率 ( $0 \leq \theta < 1$ );
- $M$ : 商业信用交易期限(供应商的决策变量,单位: 年);
- $T$ : 订购周期(零售商的决策变量,单位: 年);
- $\pi$ : 零售商利润;
- $\Pi$ : 供应商利润。

## 3 斯坦博格博弈模型

### 3.1 零售商模型

由于存货的消耗是由需求销售及商品损耗造成,故可得以下微分方程:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D, 0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

加入边界条件  $I(T) = 0$ , 求得上述微分方程的解为:

$$I(t) = \frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1], 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

因此,单位周期的订货量为:

$$Q = I(0) = \frac{D}{\theta} [e^{\theta T} - 1]. \quad (3)$$

每年的相关收益函数包括:

①销售收益 =  $DP$ ;

②订单成本 =  $S/T$ ;

③购买成本  $CQ/T = \frac{CD}{\theta T} (e^{\theta T} - 1)$ ;

④存货持有成本(不含贷款利息支出) =

$$h \int_0^T I(t) dt / T = \frac{hD}{\theta^2 T} (e^{\theta T} - 1) - \frac{hD}{\theta};$$

⑤贷款利息收入和支出,根据信用交易期限  $M$  和订购周期  $T$  的关系,分两种可能的情况讨论(见图 1、图 2)。

情况 1:  $T \leq M$

在这种情况下,零售商在  $T$  时间销售所有的  $DT$  产品。并持有全部销售收入至  $M$  时刻还清  $CDT$  的货款,此时无贷款利息支出。

$$\begin{aligned} \text{利息收入} &= PI_d [ \int_0^T Dtdt + DT(M - T) ] / T = \\ &PI_d D(M - T/2), \end{aligned}$$

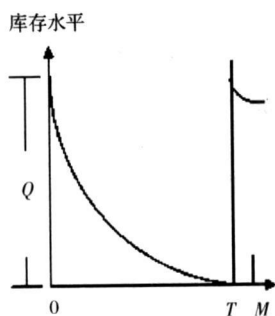


图 1  $T \leq M$  下零售商的存货水平

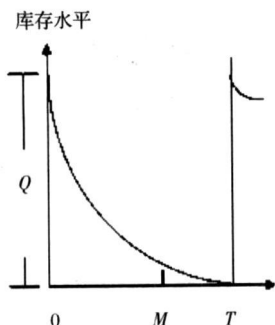


图 2  $T \geq M$  下零售商的存货水平

则零售商的总利润可以表示为:

$$\pi_1(M, P, T) = PD - \frac{S}{T} - \frac{D(h + C\theta)}{\theta^2 T} (e^{\theta T} - 1) + \frac{hD}{\theta} + PI_d D(M - T/2) \quad (4)$$

情况 2:  $T \geq M$

在这种情况下, 零售商在  $M$  时刻销售了  $DM$  的货款, 这部分货款带来的利息收入为:

$$PI_d \int_0^M Dt dt / T = \frac{PI_d D}{2T} M^2,$$

在剩下的  $[M, T]$  内, 零售商将为其库存产品支付利息:

$$CI_c \int_M^T I(t) dt / T = \frac{CI_c D}{\theta^2 T} [e^{\theta(T-M)} - 1] - \frac{CI_c D}{\theta T} (T - M).$$

零售商的总利润函数可以表示为:

$$\pi_2(M, P, T) = PD - \frac{S}{T} - \frac{D(h + C\theta)}{\theta^2 T} (e^{\theta T} - 1) + \frac{hD}{\theta} + \frac{PI_d D}{2T} M^2 - \frac{CI_c D}{\theta^2 T} [e^{\theta(T-M)} - 1] + \frac{CI_c D}{\theta T} (T - M) \quad (5)$$

归纳上述两种情况, 零售商的总利润函数为:

$$\pi(M, P, T) = \begin{cases} \pi_1(M, P, T), & T \leq M \\ \pi_2(M, P, T), & T \geq M \end{cases}$$

当  $T = M$  时,  $\pi_1(M, P, T) = \pi_2(M, P, T)$ , 所以函数  $\pi(M, P, T)$  在整个区间上连续。

相对于比较低的退化率来说, 我们可以利用泰勒展开式得到(2004)<sup>[16]</sup>:

$$e^{\theta T} \approx 1 + \theta T + (\theta T)^2 / 2 \quad (6)$$

所以, 零售商的总利润函数可以表示为:

$$\begin{aligned} \pi_1(M, P, T) &\approx A \pi_1(M, P, T) \\ &= PD[1 + I_d(M - T/2)] - \frac{S}{T} - DC - \frac{DT}{2}(h + C\theta), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \pi_2(M, P, T) &\approx A \pi_2(M, P, T) = D[P - C(1 - I_c M)] - \frac{1}{T} \left[ S + \frac{DM^2(CI_c - PI_d)}{2} \right] - \frac{DT}{2}(h + C\theta + CI_c), \end{aligned} \quad (8)$$

这也就是说, 零售商的总利润函数可以近似的表示为:

$$A \pi(M, P, T) = \begin{cases} A \pi_1(M, P, T), & T \leq M, \\ A \pi_2(M, P, T), & T \geq M. \end{cases}$$

### 3.2 供应商模型

对于供应商来说, 假设其按照零售商的订货量进行生产, 其利润来源于销售产生的收入。由于供应商给予零售商一定的信用期限, 则其损失在这个时间区间的销售收入产生的利息, 供应商的利润函数为:

$$\begin{aligned} \Pi(M, P, T) &= \frac{(C - a)Q - CMQI_c}{T} \\ &= \frac{D}{\theta T} (e^{\theta T} - 1)(C - a - CMI_c). \end{aligned} \quad (9)$$

由(6)可得, 供应商的总利润函数可以近似的表示为:

$$A \Pi(M, P, T) = D(1 + \frac{\theta T}{2})(C - a - CMI_c). \quad (10)$$

### 3.3 斯坦博格博弈

给定零售商的订货周期, 供应商根据零售商的订货批量给予一定的信用期限。对于零售商来说, 在给定的信用期限和市场需求条件下来确定最优的订货量和零售价。这个过程可以看作供应商先行动的斯坦博格博弈模型。

(1) 零售商的最优反应函数

根据(7)式我们可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A \pi_1(M, P, T)}{\partial P} &= (\alpha - 2\beta P)[1 + I_d(M - T/2)] \\ &+ \beta C + \beta T(h + C\theta)/2, \\ \frac{\partial^2 A \pi_1(M, P, T)}{\partial P^2} &= -2\beta[1 + I_d(M - T/2)] < 0. \end{aligned}$$

通常的情况下,  $M$  和  $T$  为小于 1 的时间长度,

$I_d$  为较小的百分数, 所以,  $-2\beta[1 + I_d(M - T/2)] < 0$  为合理的假设。故利润函数  $A\pi_1(M, P, T)$  存在最大值。

同理, 根据(8)式我们可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A\pi_2(M, P, T)}{\partial P} &= \alpha - 2\beta P + \beta C(1 - I_c M) \\ &- \frac{2\beta P M^2 I_d - \beta M^2 C I_c - \alpha M^2 I_d}{2T} \\ &+ \frac{\beta T(h + C\theta + C I_c)}{2} \frac{\partial A\pi_2(M, P, T)}{\partial P^2} \\ &= -2\beta - \frac{\beta M^2 I_d}{T} < 0. \end{aligned}$$

故利润函数  $A\pi_2(M, P, T)$  存在最大值。

令上述一阶条件等于零, 我们可以得到:

$$P_1 = \frac{\alpha}{2\beta} + \frac{C + \frac{T(h + C\theta)}{2}}{2(1 + I_d(M - \frac{T}{2}))}, T \leq M, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{\alpha}{2\beta} \\ &+ \frac{C + C I_c M(\frac{M}{2T} - 1) + \frac{T}{2}(h + C\theta + C I_c)}{2[1 + I_d(M - \frac{T}{2})]}, T \\ &\geq M. \end{aligned} \quad (12)$$

根据(7)式我们可以得到:

$$\frac{\partial A\pi_1(M, P, T)}{\partial T} = \frac{S}{T^2} - \frac{D(h + C\theta + P I_d)}{2}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 A\pi_1(M, P, T)}{\partial T^2} = -\frac{2S}{T^3} < 0. \quad (14)$$

同理, 根据(8)式我们可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A\pi_2(M, P, T)}{\partial T} &= \frac{1}{T^2} \left[ S + \frac{DM^2(C I_c - P I_d)}{2} \right] \\ &- \frac{D(h + C\theta + C I_c)}{2}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A\pi_2(M, P, T)}{\partial T^2} &= -\frac{2}{T^3} \left[ S + \frac{DM^2(C I_c - P I_d)}{2} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

由式(14)可知, 对于每一个固定的  $P, A\pi_1(M, P, T)$  是  $T$  的严格凹函数, 因此, 存在  $T_1$  使  $A\pi_1(M, P, T)$  取得最大值:

$$T_1 = \sqrt{\frac{2S}{D(h + C\theta + P I_d)}}. \quad (17)$$

因为  $T_1 \leq M$ , 将(16)代入  $T_1 \leq M$ , 我们可以

得到:

$$2S \leq (h + C\theta + P I_d)DM^2. \quad (18)$$

从上式我们可以知道,  $T_2 \geq M$  意味着  $2S \geq (h + C\theta + P I_d)DM^2$ 。所以我们有:

$$2S + (C I_c - P I_d)DM^2 \geq (h + C\theta + C I_c)DM^2 > 0, \text{ 所以}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A\pi_2(M, P, T)}{\partial T^2} &= -\frac{2}{T^3} \left[ S + \frac{DM^2(C I_c - P I_d)}{2} \right] < 0. \end{aligned} \quad (19)$$

由式(19)可知, 对于每一个固定的  $P, A\pi_2(M, P, T)$  也是  $T$  的严格凹函数, 因此, 存在  $T_2$  使  $A\pi_2(M, P, T)$  取得最大值:

$$T_2 = \sqrt{[2S + DM^2(C I_c - P I_d)]/D(h + C\theta + C I_c)} \quad (20)$$

(2) 供应商确定最优信用交易期限

将(11)代入(10)式, 我们可以得到:

$$\begin{aligned} A\pi_1(M, P, T) &= \left\{ \alpha - \beta \left[ \frac{\alpha}{2\beta} + \frac{C + \frac{T(h + C\theta)}{2}}{2 \left( 1 + I_d \left( M - \frac{T}{2} \right) \right)} \right] \right\} \left( 1 + \frac{\theta T}{2} \right) \\ &\cdot (C - a - C M I_c) \end{aligned} \quad (21)$$

同理, 将(12)代入(10)式, 我们可以得到:

$$\begin{aligned} A\pi_2(M, P, T) &= \left\{ \alpha - \beta \left[ \frac{\alpha}{2\beta} + \frac{C + C I_c M \left( \frac{M}{2T} - 1 \right) + \frac{T}{2}(h + C\theta + C I_c)}{2 \left( 1 + I_d \left( M - \frac{T}{2} \right) \right)} \right] \right\} \\ &\cdot \left( 1 + \frac{\theta T}{2} \right) (C - a - C M I_c) \end{aligned} \quad (22)$$

在整个区间  $(0, +\infty)$  上, 由于函数的连续性, 在区间  $(0, +\infty)$  通过对  $M$  求一阶导数, 总能够在  $M = M_i^* (i = 1, 2)$  时得到  $A\pi_i(M, P, T) (i = 1, 2)$  的最大值  $A\pi_i^*(M, P, T) (i = 1, 2)$ 。

比较  $A\pi_1^*(M, P, T)$  和  $A\pi_2^*(M, P, T)$ , 如果  $A\pi_1^*(M, P, T) \geq A\pi_2^*(M, P, T)$ , 则  $M = M_1^*$ ; 否则  $M = M_2^*$ 。

(3) 零售商确定最优零售价格和订货批量

根据供应商给定的信用期限  $M$  和供应价格  $C$ , 零售商根据式(11)得到最优的零售价格。

由(17)和(20)我们知道:

$$\begin{cases} \text{当 } 2S \leq (h + C\theta + P I_d)DM^2 \text{ 时, } T \leq M \\ \text{当 } 2S \geq (h + C\theta + P I_d)DM^2 \text{ 时, } T \geq M \end{cases} \quad (23)$$

根据(17)、(20)、(23)得到最优订购周期, 由  $Q$

$= I(0) = \frac{D}{\theta} [e^{\theta T} - 1] \approx (\alpha - \beta P) (T + \frac{\theta T^2}{2})$  得到最优订货批量。

### 4 数值算例

本节通过算例说明模型的求解过程。假设供应商的单位产品成本  $a = 3$ , 供应价格  $C = 6$ 。零售商每次订购成本  $S = 40$ , 单位产品存货持有成本  $h = 0.12$ , 贷款年利率  $I_c = 9\%$ , 存款年利率  $I_d = 7\%$ , 存货固定退化率  $\theta = 0.01$ , 市场需求函数为  $D = 100000 - 10000P$ 。

首先假设  $T \leq M$ , 设初始值  $P = 9$ , 代入式 (11), 通过 (11)、(17)、(23) 式对  $P, T, M$  形成循环迭代, 利用 matlab 迭代寻优,  $P$  收敛到 7.8661,  $\epsilon = 10^{-4}$ 。此时供应商提供的信用期限  $M = 0.3494$ , 供应商总利润  $A \Pi = 60088$ , 零售商总利润  $A \pi = 46904$ , 订购周期  $T = 0.0467$ , 订货批量  $Q = 998$ 。由于参数取值的影响,  $T \geq M$  在本例中的解不符合要求。表 1 给出了利率  $I_c$  和  $I_d$  对于信用交易期限、供应商利润、零售商利润、销售价格、订购周期及订货批量的影响, 其他的数据同上例保持一致。

表 1 灵敏度分析结果

算例	$I_c$	$I_d$	$M$	$A \Pi$	$a \pi$	$p$	$t$	$q$
1	9.5%	7%	0.2652	59891	44797	7.9012	0.0470	988
2	9%	7%	0.3494	60088	46904	7.8661	0.0467	998
3	8.5%	7%	0.4423	60346	49259	7.8284	0.0464	1008
4	8%	7%	0.5453	60673	51903	7.7878	0.0460	1020
5	8%	6.5%	0.5451	60672	51913	7.7877	0.0464	1029
6	8%	6%	0.5449	60671	51923	7.7876	0.0468	1038

供应商和零售商的利润变化如图 3, 销售价格变化如图 4, 信用交易期限和订购周期变化如图 5, 订货量变化如图 6。

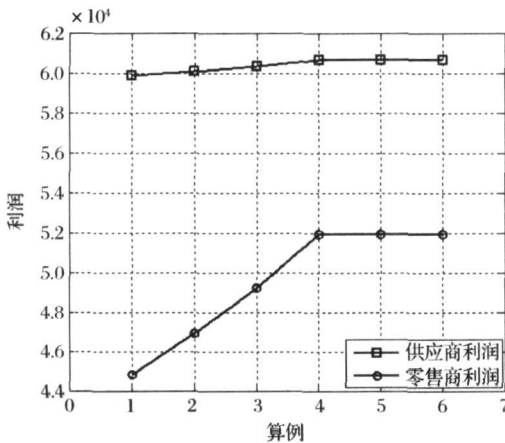


图 3 利润变化曲线图

从图 3 和图 4 我们可以看出, 供应商的利润随着  $I_c$  减小而增加, 随着  $I_d$  减小而减小, 但变化幅度较小。零售商的利润随着  $I_c$  减小大幅度增加, 销售价格大幅度减小; 随着  $I_d$  减小利润却小幅度增加, 但销售价格小幅度减小。

从图 5 和图 6 可以看出, 随着  $I_c$  减小, 供应商提供的信用交易期限大幅度增加, 零售商的订购周期小幅度减小, 但订货量却大幅度增加。随着  $I_d$  减小, 供应商信用交易期限小幅度减小, 零售商订购周期小幅度增加, 但订购量大大幅度增加。

从以上图中可以看出, 当利率  $I_c$  和  $I_d$  接近时,

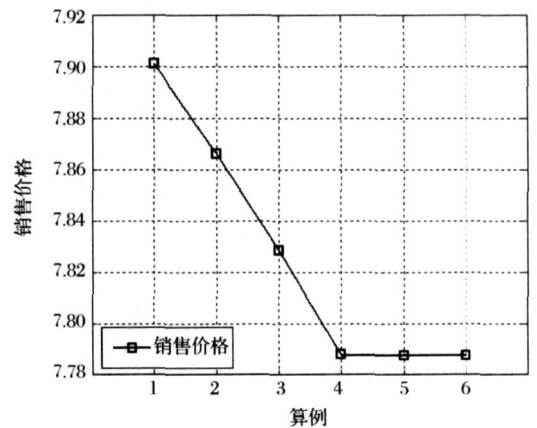


图 4 销售价格变化曲线图

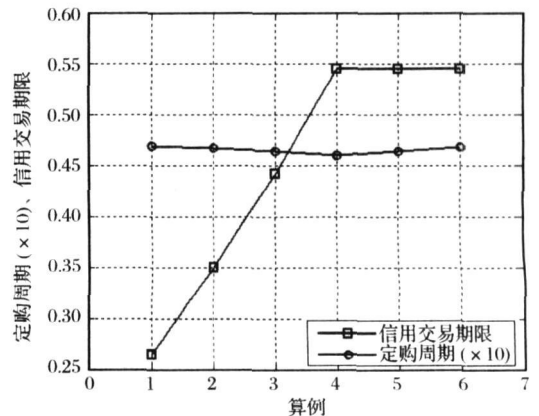


图 5 信用交易期限和订购周期变化曲线图

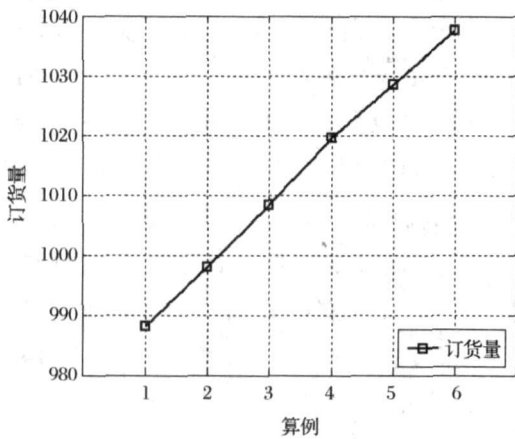


图 6 订货量变化曲线图

供应商提供的信用交易期限增加, 供应商利润较大, 零售商销售价格较低, 订购周期较短, 订货量和利润较大。

### 5 结语

在现实的经济生活中, 商业信用交易现象非常普遍。虽然基于信用交易库存模型的研究较多, 但忽略了信用交易策略的制定问题。本文通过斯坦博格博弈模型研究了最终需求为价格的线性函数条件下, 退化性商品在商业信用交易下供应商策略的制定问题, 并同时给出了零售商的最优订货策略, 并通过数值算例给出了这一问题的求解算法, 分析了利率对信用交易期限、供应商利润、零售商利润、销售价格、订购周期及订货批量的影响。为分析方便, 文章仅研究了完全信息下, 基于单一供应商和单一零售商构成的供应链系统。显然, 现实环境中存在的问题要更为复杂多样, 考虑到不同商品特性、市场需求和竞争状况等, 这有待我们以后做出更为深入的研究。

### 参考文献:

[1] Goyal, S. K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[J]. Journal of the Operational Research Society, 1985, 36: 35- 38

[2] Aggarwal, S. P., Jaggi, C. K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 46: 658- 662

[3] Chu, P., Chung, K. H., Lan, S. P.. Economic order quantity of deteriorating items under conditions of permissible delay in payments[J]. Computer and Operations Research, 1998, 25( 10): 817- 824.

[4] Chu, P., Chung, K. H.. A theorem on the determina-

tion of economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[ J]. Computer and Operations Research, 1998, 25(1): 49- 52.

[5] Jamal, A. M. M., Sarkar, B. R., Wang, S.. An ordering policy for deteriorating items with allowable shortage and permissible delay in payments[ J]. Journal of the Operational Research Society, 1997, 48( 8): 826- 833.

[6] Jamal, A. M. M., Sarkar, B., Wang, S.. Optimal payment time for a retailer under permitted delay of payment to the wholesaler[J]. International Journal of Production Economics, 2000, 66: 59- 66.

[7] Shinn, S. W.. Determining optimal retail price and lot size under day terms supplier credit[ J]. Computer and Industrial Engineering, 1997, 33( 3- 4): 717- 720.

[8] Hwang, H., Shinn, S. W.. Retailer's pricing and lot sizing policy for exponentially deteriorating products under the condition of permissible delay in payments[ J]. Computer and Operations Research, 1997, 24( 6): 539- 547.

[9] Liao, H. C., Tsai, C. H., Su, C. T.. An inventory model with deteriorating items under inflation when a delay in payment is permissible[ J]. International Journal of Production Economics, 2000, 63( 2): 207- 214.

[10] Sarker, B. R., Jamal, A. M. M., Wang, S. J.. Optimal payment time under permissible delay in payment for products with deterioration[ J]. Production Planning & Control. 2000, 11( 4): 380- 390.

[11] Chung, K. J., Liao, J. J.. Lot sizing decisions under trade credit depending on the ordering quantity [ J]. Computers & Operations Research, 2004, 31( 6): 909 - 928.

[12] Chung, K. J., Liao, J.. The optimal ordering policy in a DCF analysis for deteriorating items when trade credit depends on the order quantity[ J]. International Journal of Production Economics, 2006, 100( 1): 116- 130.

[13] Teng, J. T., Chang, C. T., Goyal, S. K.. Optimal pricing and ordering policy under permissible delay in payments[ J]. International Journal of Production Economics, 2005, 97: 121- 129.

[14] 杨树, 梁樑, 邱昊. 考虑延期支付的斯坦博格库存模型 [J]. 系统工程, 2006, 24(4): 21- 24.

[15] 夏海洋, 黄培清. 允许延迟支付条件下考虑营销投入水平的退化性商品库存模型[J]. 中国管理科学, 2008, 16( 4): 55- 61.

[16] Chang, C. T., Teng, J. T.. Retailer's optimal ordering policy under supplier credits [ J]. Mathematical Methods of Operations Research, 2004, 60: 471- 483.

## Deteriorating Products Sale and Ordering Policy under the Condition of Permissible Delay in Payments

LIU Tao, LI Bang yi, GONG Yan de

(School of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,  
Nanjing 210016, China)

**Abstract:** This paper proposes the Stackelberg game model to get the deteriorating items optimal trade credit tactic as well as ordering policy subject to the single vendor-buyer supply chain under the condition of permissible delay in payments, in order to maximize annual net profit. Finally we develop an algorithm to solve this problem. Numerical examples are shown to illustrate the effect of sensitivity of interest rates on trade credit length, supplier's profit, retailer's profit, retail price, order cycle and quantity in the paper, which offer guidance for supplier's trade strategies and retailer's inventory policy.

**Key words:** deteriorating products; delay in payments; stackelberg game; sale policy; ordering policy