

林剑, 吴云. Abel 电离层掩星反演方法及误差分析. 地球物理学报, 2013, 56(4): 1070-1076, doi: 10. 6038/cjg20130402.

Lin J, Wu Y. Abel ionospheric inversion technique and its error analysis. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2013, 56(4): 1070-1076, doi: 10. 6038/cjg20130402.

## Abel 电离层掩星反演方法及误差分析

林 剑<sup>1,2</sup>, 吴 云<sup>1</sup>

1 中国地震局地震研究所(地震大地测量重点实验室), 武汉 430071

2 COSMIC Program Office, University Corporation for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, USA

**摘 要** GNSS-LEO 电离层无线电掩星技术是近年来发展的电离层探测新技术. 为消除 LEO 轨道以上的电离层影响, 改正 TEC 反演方法采用非掩星侧的观测数据进行电离层掩星反演. 本文首次提出了一种新方法——基于历元差分的电离层反演方法; 并将改正 TEC 与历元差分两种反演方法应用于模拟掩星观测数据反演, 随后基于反演结果及误差分析得到一些有益的结论: 历元差分反演精度较改正 TEC 反演精度均有所提高; 不管是哪种方法, 高轨(约 800 km)反演结果要优于低轨(约 500 km)的反演结果; 随着剖面高度的降低, 反演精度随之下降; 反演误差主要集中在 8 至 18 时(当地时), 主要分布在磁纬  $-30^{\circ}$  至  $30^{\circ}$  之间.

**关键词** GPS 无线电掩星, 改正 TEC 反演, 历元差分反演, 国际电离层参考 2007

doi: 10. 6038/cjg20130402

中图分类号 P412

收稿日期 2012-04-23, 2012-06-05 收修定稿

## Abel ionospheric inversion technique and its error analysis

LIN Jian<sup>1,2</sup>, WU Yun<sup>1</sup>

1 Key Laboratory of Earthquake Geodesy, Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Wuhan 430071, China

2 COSMIC Program Office, University Corporation for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, USA

**Abstract** Currently, GNSS-LEO ionospheric radio occultation (IRO) is a new and powerful technique in probing ionosphere. In order to eliminate the effect from the topside ionosphere above LEO, the Calibrated TEC inversion technique retrieves electron density profiles utilizing non-occultation side measurements. In this paper, a new technique is firstly proposed based on the Epoch Difference, and then the two techniques are applied in the inversion of simulated data, subsequently some conclusions can be drawn from the inversion results and its error analysis; the inversion results derived from the Epoch Difference inversion technique show better performance than those derived from the Calibrated TEC inversion technique; no matter which inversion technique is used, the inversion results at the higher orbits ( $\sim 800$  km) are better than those at the lower orbits ( $\sim 500$  km). The lower the profile altitudes, the lower the precision of inversion; the inversion errors are significant during 8–18 (local time), and are mainly located between  $-30^{\circ}$  and  $30^{\circ}$  (magnetic latitude).

**Keywords** GPS radio occultation, Calibrated TEC inversion, Epoch Difference inversion, International Reference Ionosphere 2007

## 1 引言

无线电掩星技术在行星大气遥感有着悠久的历史<sup>[1]</sup>. 1988 年, JPL (Jet Propulsion Laboratory) 提出了从低轨卫星 (LEO) 接受多通道的 GPS 载波相位信号和通过掩星探测地球大气和电离层技术<sup>[2]</sup>. GPS/MET 首次在中层、对流层<sup>[3-5]</sup> 和电离层<sup>[6-9]</sup> 应用了此项技术, 使用 GPS 卫星的无线电掩星观测来获取折射率、密度、压强、温度和水汽的垂直剖面. GPS/MET 掩星计划成功后, 许多国家完成了各自的掩星计划, 包括丹麦的 Orsted、德国的 CHAMP、阿根廷的 SAC-C、美德 GRACE 和南非的 SUNSAT. 相比较地面的电离层观测, GPS 无线电掩星技术的主要优点是全球覆盖, 垂直分辨率高, 还可反演获取峰值高度 ( $h_m F_2$ ) 以上的电子密度.

GPS 电离层无线电掩星 (Inversion Radio Occultation, IRO) 技术是崭新的、有效的地球电离层探测技术, 仍在不断发展与完善之中. 对于 IRO 反演技术, 基于电离层球对称的 Abel 积分变换及其形变反演方法最为常用. 据目前文献报道, 为顾及 LEO 轨道以上的电离层影响, 需使用轨道以下的 TEC (Calibrated TEC, 改正 TEC) 进行反演计算. 在计算改正 TEC 时<sup>[10-12]</sup> 引入以下误差: 在掩星期间, LEO 与 GPS 轨道近似同一面上<sup>[10]</sup>. 而在获取改正 TEC 时, 不得再次利用电离层球对称假设, 因此改正 TEC 反演方法加剧了电离层球对称假设误差. 本文首次提出了一种基于历元间差分的电离层反演方法, 并通过模拟数据对两种方法的反演误差进行了详细讨论.

文章结构如下: 第 2 节介绍了基于改正 TEC 的反演方法和推导了基于历元差分的电离层反演方法; 第 3 节利用模拟掩星数据详细讨论了反演误差; 最后得到结论.

## 2 电离层掩星反演方法

### 2.1 基于改正 TEC 反演方法

通常, 从掩星观测数据反演到电子密度剖面是基于 GPS 卫星双频载波相位  $L_1$  和  $L_2$  观测值. 在 GPS 无线电波信号直线传播近似条件下:

$$T = \frac{f_1^2 f_2^2}{C(f_1^2 - f_2^2)} (L_1 - L_2) + N_{1,2}, \quad (1)$$

式(1)中,  $T$  表示 LEO 到 GPS 路径上的 TEC,  $f_1$  和  $f_2$  为 GPS 载波频率,  $C$  是常量, 为  $40.3082 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$N_{1,2}$  为  $L_1$  和  $L_2$  的差分整周模糊度. 在电离层球对称近似下, LEO 轨道以下改正  $\overline{\text{TEC}}$  可表示为:

$$\overline{\text{TEC}}(p) \approx T - T_0 = 2 \int_p^{p_{\text{top}}} \frac{r N_e(r)}{\sqrt{r^2 - p^2}} dr, \quad (2)$$

式(2)中,  $T_0$  表示 LEO 轨道以上的电离层 TEC, 在 LEO 与 GPS 弧段近似同一面的条件下, 可通过非掩星侧数据获得<sup>[13]</sup>.  $p$  为掩星切点到地心的距离, 称为碰撞高度.  $p_{\text{top}} \equiv r_{\text{LEO}}$ ,  $r_{\text{LEO}}$  为 LEO 轨道半径. 式(2)通过 Abel 变换可得<sup>[10]</sup>:

$$N_e(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_{\text{LEO}}} \frac{d \overline{\text{TEC}}}{\sqrt{p^2 - r^2}} dp. \quad (3)$$

源于 COSMIC 的 Shell 反演方法则是对电波射线作直线近似, 并假设电离层球面分层, 沿电波射线的 TEC 表示为各层电子密度的积分之和, 令  $p = p_i$ ,  $p_{i+k}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, m$ ) 表示从  $p_i$  到  $p_{i+m} = p_{\text{top}}$  的  $m+1$  层 (本文中, 电离层的分层数与掩星 GPS 电波数相同, 随掩星切点的降低, 每一条电波都通过一个新的层面). 假设每层之间为线性变化, 则式(2)可变化为:

$$\overline{\text{TEC}}(p_i) = p_i \left[ c_{i,0} N(p_i) + \sum_{k=1}^{m-1} c_{i,k} N(p_{i+k}) + c_{i,m} N(p_{i+m}) \right], \quad (4)$$

COSMIC 详细反演方法请参见文献[11].

### 2.2 基于历元间差分反演方法

上述反演方法为通过改正 TEC 来实现, 本节将推导历元间差分的电离层反演方法, 图 1 展示了 LEO 与 GPS 掩星探测的几何关系. 两条平行线 ( $A_{i+1} C_{i+1}, A_i C_i$ ) 连接着 LEO 卫星 (左) 和 GPS 卫星

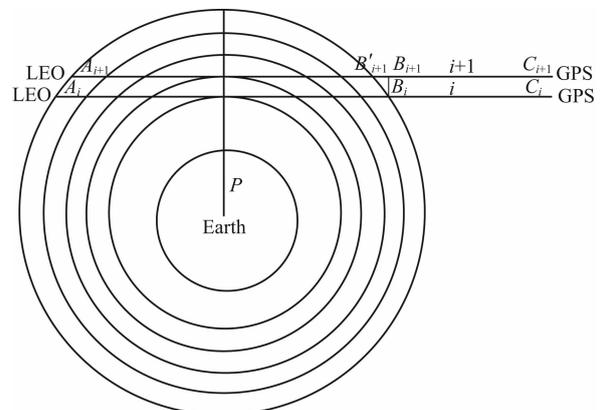


图 1 LEO GPS 掩星探测的几何示意图  
Fig. 1 Illustration of the geometry of LEO GPS occultation

(右),点  $A_i, A_{i+1}, B_i, B'_{i+1}$  位于 LEO 轨道上. 从  $B_i$  点做  $A_{i+1}C_{i+1}$  的垂线, 交  $A_{i+1}C_{i+1}$  于点  $B_{i+1}$ .

令  $dTEC$  为相邻两历元 TEC 之差, 即  $dTEC(p_i) = TEC(A_iC_i) - TEC(A_{i+1}C_{i+1})$ . 对于采样率为 1 Hz 的 LEO 掩星观测数据而言,  $TEC(B_iC_i)$  与  $TEC(B_{i+1}C_{i+1})$  几乎相等(当 LEO 较低时, 由于 LEO 高度附近的电子密度较大, 该近似的误差会增大). 因此,

$$dTEC(p_i) = TEC(A_iB_i) - TEC(A_{i+1}B_{i+1}) \approx \overline{TEC(p_i)} - \overline{TEC(p_{i+1})} - TEC(B'_{i+1}B_{i+1}), \quad (5)$$

由式(4)可整理得:

$$N(p_i) = \frac{\left[ \frac{dTEC(p_i) + \overline{TEC(p_{i+1})} + TEC(B'_{i+1}B_{i+1})}{p_i - \sum_{k=1}^{m-1} c_{i,k}N(p_{i+k}) - c_{i,m}N(p_{top})} \right]}{c_{i,0}},$$

$$TEC(B'_{i+1}B_{i+1}) = L(B'_{i+1}B_{i+1})N(p_{top}), \quad (6)$$

式(6)中虽包含了  $\overline{TEC(p_{i+1})}$  (改正 TEC), 如果  $N(p_{i+k}) (k = 1, 2, \dots, m)$  一旦获知, 则  $\overline{TEC(p_{i+1})}$  可由式(4)计算得出. 顶部电离层  $N(p_{top})$  可利用顶部信息来近似获得, 即

$$N(p_{top}) = \frac{dTEC(p_{top-1})}{L(B'_{top}B_{top})}, \quad (7)$$

$L(B'_{top}B_{top})$  为  $B'_{top}, B_{top}$  两点之间距离. 因此, 通过以上方法, 无需非掩星侧数据便可从顶部递归获得每层的电子密度.

### 3 基于模拟数据掩星反演及误差分析

掩星模拟研究是基于 COSMIC 掩星事件的空

间信息, COSMIC 实测 TEC 值被国际参考电离层 2007 (International Reference Ionosphere 2007, IRI2007)模式 TEC 值取代, 详细请参见文献[14]. 按上述两种反演方法, 利用模拟值进行反演计算, 算例结果如图 2 所示. 图 2a 是 LEO 轨道高度为 500 km 的模拟掩星数据反演结果, 图 2b 是 800 km 高度的模拟掩星数据的反演结果. 由图 2 可知, 对于较低 LEO 轨道(约 500 km)的模拟反演计算, 改正 TEC 反演与真值(IRI07 模式值)存在一定差异, 而历元间差分反演与真值较为接近; 而对于较高 LEO 轨道(约 800 km)的模拟反演, 历元差分反演和基于改正 TEC 反演结果基本一致, 与真值吻合.

为研究两种方法的反演误差, 我们将反演结果与其相对应的 IRI07 模式值(真值)做统计分析研究. 本文随机选择了两天 COSMIC 掩星事件的空间信息, 时间为 2006 年积日 199 (LEO 轨道高度大约为 500 km)和 2008 年积日 28 (LEO 轨道高度大约为 800 km), 分别得到了低轨 1323 和高轨 1485 个掩星事件. 相比较  $h_mF_2$ , 不同时刻、地方的  $N_mF_2$  变化幅度较大, 因此本文采用相对偏差(Relative Deviation, RD)作  $N_mF_2$  的统计指标, 计算公式为

$$\left| \frac{\text{retrieved value} - \text{true value}}{\text{true value}} \right| \times 100\%.$$

图 3、4 展示了不同轨道高度, 两种反演方法相关统计指标. 图 3 表明, 对于 LEO 轨道高度约为 500 km 的模拟掩星事件, 改正 TEC 与历元差分反演得到的  $N_mF_2$ 、 $h_mF_2$  与 IRI07 模式值(真值)的相关系数分别为 0.95 和 0.98、0.97 和 0.98, RD 与均方根误差(RMSE)分别为 10.3% 和 7.7%、7.9 km 和 6.64 km; 而对于 LEO 轨道高度约为 800 km 的模拟掩星事件(由图 4 所

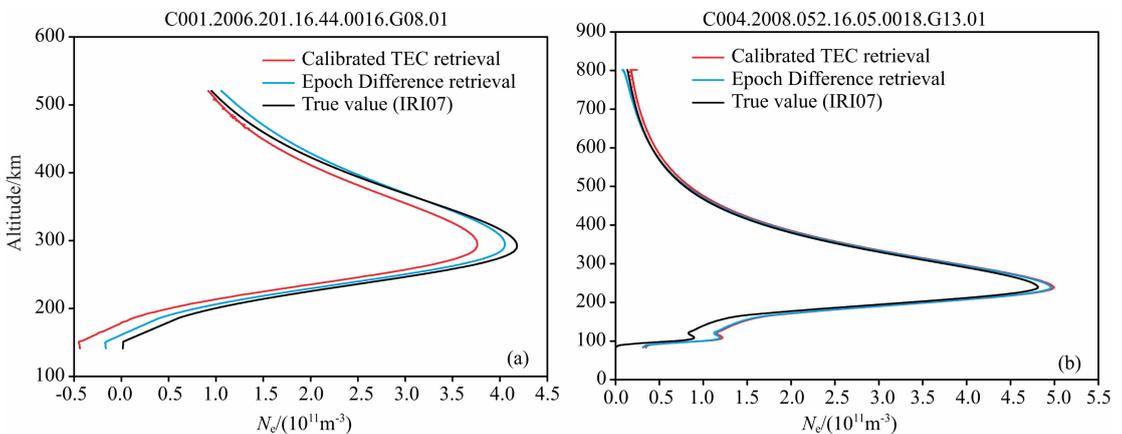


图 2 模拟掩星反演结果个例

(a)轨道高度约 500 km;(b)轨道高度约 800 km.

Fig. 2 Examples of inversion result based on the simulated occultation data

(a) Orbit altitudes of about 500 km;(b) Orbit altitudes of about 800 km.

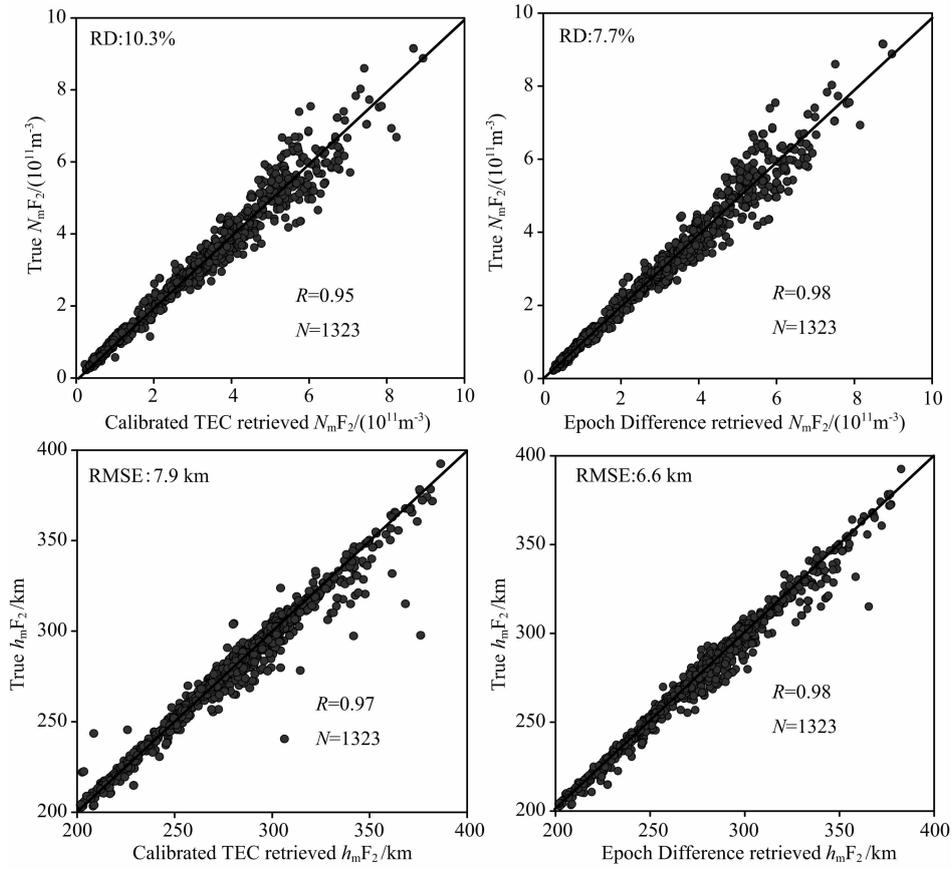


图 3 改正 TEC 与历元差分反演的  $N_m F_2$  和  $h_m F_2$  与真值的相关系数示意图  
LEO 轨道高度约为 500 km,  $N$  和  $R$  分别为匹配数据和相关系数。

Fig. 3 Correlations between  $N_m F_2$  and  $h_m F_2$  retrieved from Calibrated TEC and Epoch Difference inversion techniques and those derived from IRI07

The orbit altitudes are about 500 km, the number of data points  $N$  and the correlation coefficient  $R$  are also shown.

示),改正 TEC 与历元差分反演得到的  $N_m F_2$ 、 $h_m F_2$  与 IRI07 模式值(真值)的相关系数分别为 0.97 和 0.98、0.98 和 0.99, RD 与 RMSE 分别为 7.5% 和 7.2%、5.5 km 和 4.0 km。另外,文中对于剖面不同高度 ( $h_m F_2$ , 200 km, 110 km) 的电子密度也进行了统计分析,统计结果如表 1 所示。

表 1 位于不同高度电子密度反演结果  
与真值的相关系数和相对偏差

Table 1 Correlations coefficient and relative deviation between electron density retrieved from both inversion techniques and the true value at different altitudes

反演方法	相关系数			相对偏差		
	110 km	200 km	$h_m F_2$	110 km	200 km	$h_m F_2$
Epoch Difference	0.73	0.95	0.99	490%	30.0%	7.5%
Calibrated TEC	0.72	0.95	0.98	494%	31.8%	7.2%

从以上统计数据,可得到以下结论:

(1) 历元差分反演精度较改正 TEC 反演精度均有所提高,并且这种方法无需非掩星侧数据;

(2) 不管是哪种反演方法,高轨(约 800 km)反演结果优于低轨(约 500 km);

(3) 对于  $h_m F_2$  以下,随着剖面高度的降低,反演精度随之下降。

针对以上结论,笔者分析原因为:历元差分反演方法无需估计 LEO 轨道以下的 TEC(改正 TEC),可得结论 1;对于改正 TEC 反演方法,LEO 轨道越高,则轨道以上的电离层影响越小,式(2)中的改正 TEC 计算越为精确,因此高轨反演结果优于低轨反演结果。而对于历元差分反演方法,轨道越高,则两历元间的  $TEC(B_i C_i)$  与  $TEC(B_{i+1} C_{i+1})$  之间的差异就越小,因此高轨反演结果优于低轨反演结果;不管上述哪种方法,电子剖面都是至上而下反演,因此反演误差也将至上而下传递。另,在  $h_m F_2$  以下,电子密度随着高度的降低而变小,较高高度上的一个偏差将会导致较低高度上电子密度的较大误差,可

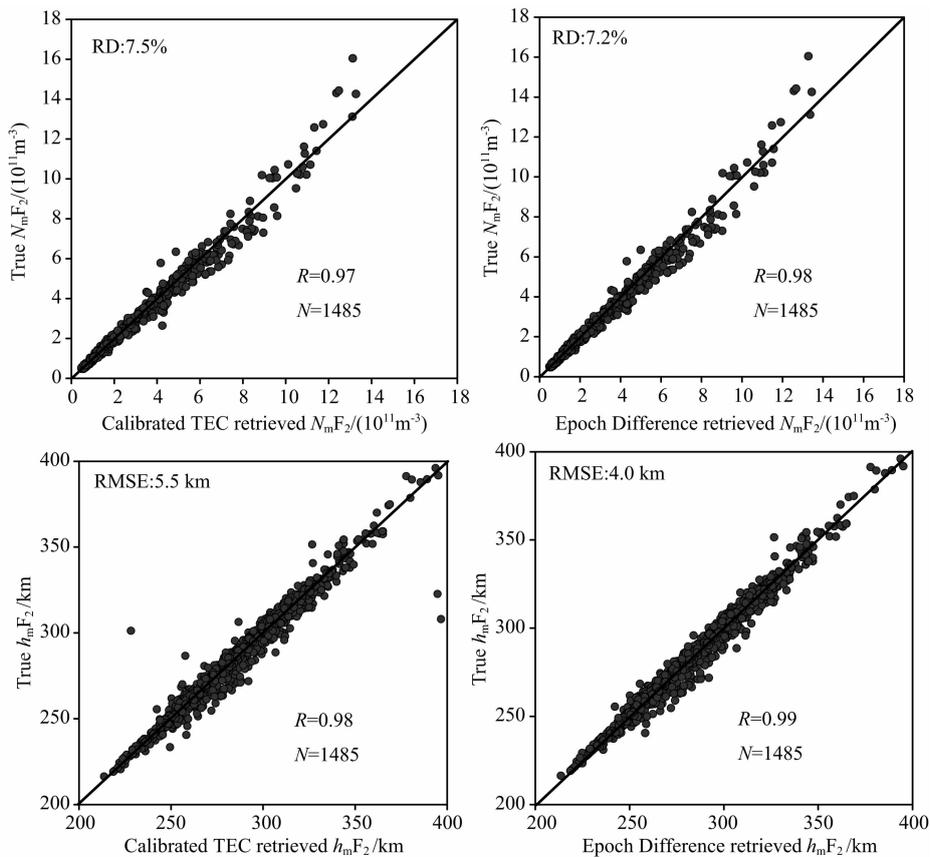


图4 改正 TEC 与历元差分反演的  $N_m F_2$  和  $h_m F_2$  与真值的相关系数示意图

LEO 轨道高度约为 800 km,  $N$  和  $R$  分别为匹配数据和相关系数。

Fig. 4 Correlations between  $N_m F_2$  and  $h_m F_2$  retrieved from Calibrated TEC and Epoch Difference inversion techniques and those derived from IRI07

The orbit altitudes are about 800 km, the number of data points  $N$  and the correlation coefficient  $R$  are also shown.

得结论 3。

为进一步分析反演误差时空分布特性,本文计算了高轨反演结果与真值的绝对偏差(Absolute Deviation,  $AD = \text{retrieved value} - \text{true value}$ ),偏差分布结果如图 5,6 所示。由图 5 可知,两种反演结果与真值的  $N_m F_2$  绝对偏差时空分布几乎一致,主要特性为:从时间上,偏差主要集中在 8 时至 18 时;从空间上,偏差主要分布在磁纬  $-30^\circ \sim 30^\circ$  之间,并且在磁赤道,  $N_m F_2$  被高估,而在磁赤道两侧的低纬地区,  $N_m F_2$  则被低估。而由图 6 所示两种反演结果与真值的  $h_m F_2$  绝对偏差时空分布基本一致,呈现出:从时间上,偏差主要集中在 8 时至 18 时;从空间上,偏差也主要分布在磁纬  $-30^\circ \sim 30^\circ$  之间,并且在磁赤道,  $h_m F_2$  被低估,而在磁赤道两侧,  $h_m F_2$  被高估。笔者分析由以下几个方面可解释上述偏差时空分布特性:

(1) 当地时 12 时左右(低纬地区),受太阳直射,电离层  $N_m F_2$  与  $h_m F_2$  达到一天的最大值。因此偏差

在当地时 12 时左右达到最大;

(2) 上述反演方法都是基于电离层球对称假设前提下完成的,而此项假设因磁赤道及磁赤道附近的喷泉效应引入了较大误差。因此偏差主要集中在磁纬  $-30^\circ \sim 30^\circ$  之间;

(3) 对于  $N_m F_2$ , 电离层的喷泉效应表现为磁赤道低,两旁高;而对于  $h_m F_2$ , 则为磁赤道高,两旁低。因而对于  $N_m F_2$ , 在磁赤道,  $N_m F_2$  被高估,而在磁赤道两侧的低纬地区,  $N_m F_2$  被低估;而对于  $h_m F_2$ , 在磁赤道,  $h_m F_2$  被低估,而在磁赤道两侧,  $h_m F_2$  被高估。

## 4 结 论

本文首先介绍源于 COSMIC 的改正 TEC 反演方法,为提高反演精度,提出了一种新的方法——历元差分的电离层反演方法,并基于模拟掩星反演结果详细讨论了两种方法的反演误差,最后得到结论:

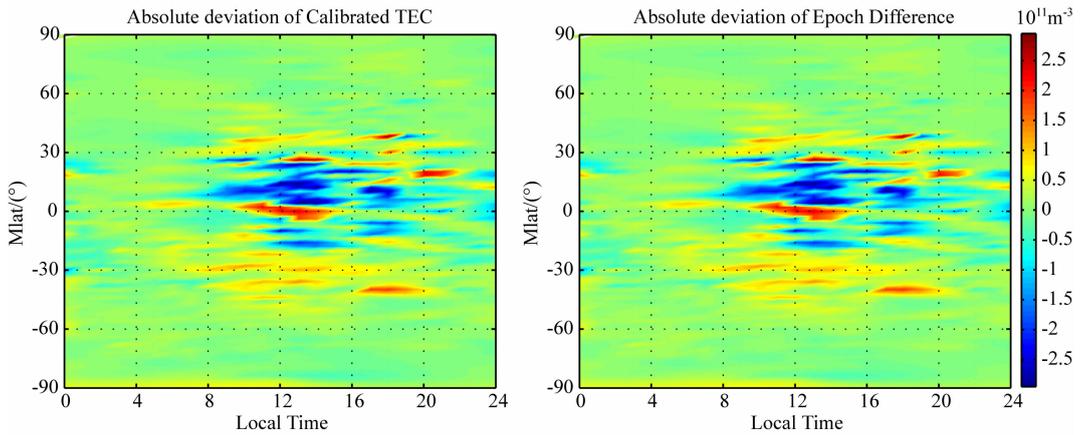


图 5 改正 TEC 与历元差分反演的  $N_m F_2$  与真值的绝对偏差时空示意图

Fig. 5 Geomagnetic latitude and local time variations of absolute deviation between the  $N_m F_2$  retrieved from Calibrated TEC and Epoch Difference inversion techniques and the true value

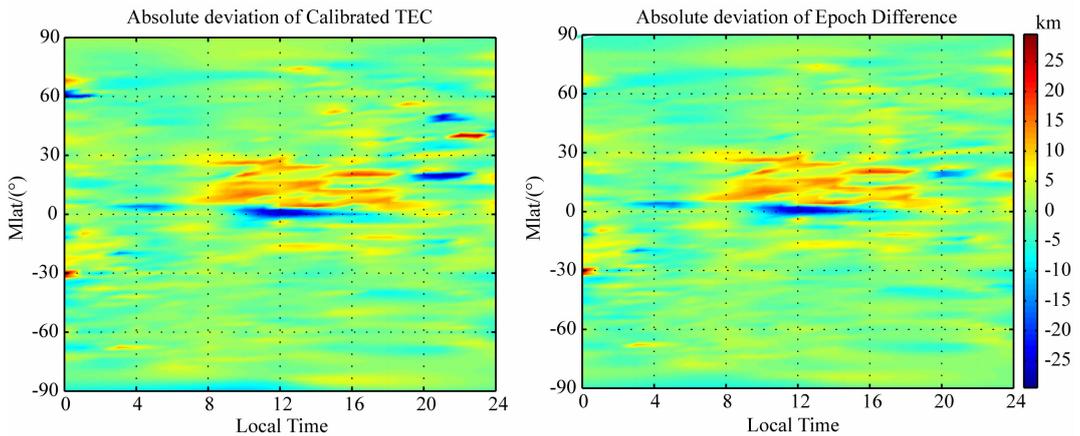


图 6 改正 TEC 与历元差分反演的  $h_m F_2$  与真值的绝对偏差时空示意图

Fig. 6 Geomagnetic latitude and local time variations of absolute deviation between the  $h_m F_2$  retrieved from Calibrated TEC and Epoch Difference inversion techniques and the true value

历元差分反演精度较改正 TEC 反演精度均有所提高;不管是哪种方法,高轨(约 800 km)反演结果优于低轨(约 500 km);随着剖面高度的降低,反演精度随之下降;上述两种反演误差主要集中在 8 至 16 时(当地时),主要分布在磁纬  $-30^\circ \sim 30^\circ$  之间。在磁赤道,  $N_m F_2$  被高估,在磁赤道两侧的低纬地区,  $N_m F_2$  被低估。而  $h_m F_2$  则与  $N_m F_2$  相反,在磁赤道,  $h_m F_2$  被低估,在磁赤道两侧,  $h_m F_2$  被高估。

#### 参考文献(References)

[1] Fjeldbo G, Eshleman V R. Atmosphere of venus as studied with the Mariner 5 dual radio-frequency occultation experiment. *Radio Sci.*, 1969, 4(10): 879-897.  
 [2] Tsai L C, Liu C H, Hsiao T Y. Profiling of Ionospheric electron density based on FormoSat-3/COSMIC Data; Results from the intense observation period experiment. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 2009, 20

(1): 181-191.  
 [3] Ware R, Rocken C, Solheim F, et al. GPS sounding of the atmosphere from low Earth orbit; Preliminary results. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, 1996, 77(1): 19-40.  
 [4] Kursinski E R, Hajj G A, Schofield J T, et al. Observing Earth' atmosphere with radio occultation measurements using the Global Positioning System. *J. Geophys. Res.*, 1997, 102(D19): 23429-23465.  
 [5] Rocken C, Anthes R, Exner M, et al. Analysis and validation of GPS/MET data in the neutral atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 1997, 102(D25): 29849-29866.  
 [6] Hardy K R, Hajj G A, Kursinski E R, et al. Accuracies of atmospheric profiles obtained from GPS occultations. // Proceedings of the ION GPS-93 Conference. Institute of Navigation, Alexandria, Va. 1993; 1545-1556.  
 [7] Hajj G A, Ibanez-Meier R, Kursinski E R, et al. Imaging the ionosphere with the global positioning system. *Int. J. Imaging Syst. Technol.*, 1994, 5(2): 174-187.  
 [8] Leitinger R, Ladreiter H P, Kirchengast G. Ionosphere

- tomography with data from satellite reception of Global Navigation Satellite System signals and ground reception of Navy Navigation Satellite System signals. *Radio Sci.*, 1997, 32(4): 1657-1669.
- [9] Hajj G A, Romans L J. Ionospheric electron density profiles obtained with the Global Positioning System; Results from the GPS/MET experiment. *Radio Sci.*, 1998, 33(1): 175-190.
- [10] Schreiner W S, Sokolovskiy S V, Rocken C, et al. Analysis and validation of GPS/MET radio occultation data in the ionosphere. *Radio Sci.*, 1999, 34(4): 949-966.
- [11] Lei J H, Syndergaard S, Burns A G, et al. Comparison of COSMIC ionospheric measurements with ground-based observations and model predictions; Preliminary results. *J. Geophys. Res.*, 2007, 112: A07308. doi: 10.1029/2006JA012240.
- [12] Yue X, Schreiner W S, Rocken C, et al. Evaluation of the orbit altitude electron density estimation and its effect on the Abel inversion from radio occultation measurements. *Radio Sci.*, 2011, 46(1): RS1013. doi: 10.1029/2010RS004514.
- [13] 林剑, 吴云, 刘经南. 电离层 GPS 掩星反演技术研究. *地球物理学报*, 2009, 52(8): 1947-1953.  
Lin J, Wu Y, Liu J N. Research on ionospheric inversion of GPS occultation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(8): 1947-1953.
- [14] 林剑, 吴云. 基于非改正 TEC 的电离层掩星反演方法. *大地测量与地球动力学*, 2012, 32(4): 51-56.  
Lin J, Wu Y. An ionospheric occultation inversion technique based on Non-calibrated TEC. *Journal of Geodesy and Geodynamic* (in Chinese), 2012, 32(4): 51-56.

(本文编辑 何 燕)