文章编号:1003 - 207(2009)04 - 0165 - 05

区间 DEA 模型求解算法及其在项目投资效率评价中的应用

陆志鹏 ,王洁方 ,刘思峰 ,方志耕

(南京航空航天大学经济与管理学院 ,江苏 南京　210016)

摘　要:当决策单元的变量取值区间范围较大时 ,经典区间 DEA 求解算法求得的相对效率区间长度也可能较大 ,对决策单元有效性的解释力低 ,很难直观反映相对效率的大小。将决策单元的变量区间划分为若干个子区间 ,分别计算决策单元在各子区间上的 DEA 效率 ,进而求得综合效率区间 ,作为评价决策单元有效性的基准。综合效率区间的区间长度比经典算法的求解结果小 ,将新算法应用于投资项目的效率评价 ,便于对投资项目的效率大小进行比较 ,进而为项目投资决策提供科学依据。

关键词:区间 DEA ;效率区间 ;项目投资 ;效率评价

中图分类号:N94 ; F06　　　**文献标识码**:A

1　引言

项目投资是投资主体为获取利润 ,或满足社会公共需求 ,推动经济、社会发展而实施的将资金转化为资产的行为和过程。根据投资目的不同 ,可将项目投资分为经营性投资和非经营性投资。经营性投资具有营利性质 ,多数非政府主导的投资均是经营性投资 ,以政府为主导的水利、电力、铁路等投资也属于经营性投资 ,经营性投资项目评价主要侧重于经济评价。非经营性投资如学校、医院等的项目评价则侧重于社会评价和生态评价。在我国提出 4 万亿经济刺激方案之际 ,政府和企业投资规模不断扩大 ,项目投资效率的大小对中国整体经济效率的影响举足轻重。科学评价备选投资项目的预期效率 ,选择高效率的项目进行投资 ,是提升我国整体经济效率的前提。

DEA (数据包络分析) 是“相对效率评价”概念基础上发展起来的一种系统分析方法[1,2]。被广泛应用于公共管理部门、企业经营管理的效率 ,城市宏观经济状况 ,以及产品质量的评估和评价。

文献[3] - [5]基于 DEA 方法对城市基础设施、信息化技术项目、配电网等投资项目进行的经济效率评价 ,均是基于确定性 DEA 模型的项目后评价。用效率评价辅助投资项目决策时 ,由于外部环境的不确定性 ,以区间数反映项目投入和产出的预期值更符合实际 ,因此 ,本文提出区间 DEA 模型新算法 ,并将其运用于投资项目的效率评价。

传统区间 DEA 求解算法的一般思路是:求解覆盖决策单元所有效率可能值的效率区间 ,进而按照效率区间的大小判断决策单元的有效性 ,或按照区间数比较法则 ,对决策单元的效率进行比较。针对区间 DEA 的基本模型 - 区间 CCR 模型 , Cooper 等建立了求解效率区间上界和下界的确定型线性规划方程[1,2] , Kao、Despotis、Smirlis、郭均鹏、吴育华等学者对方程进行了改进[6 - 9] 。但是 ,当决策单元的变量取值区间范围较大时 ,经典区间 DEA 求解算法求得的效率区间长度也可能较大 ,容易导致决策群体的效率区间相互包含 ,加大了 DEA 效率比较的难度。例如 ,效率区间为[0. 05 ,1]的决策单元和[0. 4 ,0. 9]的决策单元进行比较时 ,一方面 ,前者的 DEA 效率介于 0. 05 和 1 之间 ,包含信息量过少 ;另一方面 ,由于缺乏公认有效的区间数比较方法 ,比较结果的随意性较大[10,11] 。

本文提出区间型 DEA 模型的一种新解法:将决策单元的变量区间划分为若干个子区间 ,对各子区间上决策单元的 DEA 效率值进行集结 ,得到综合效率区间 ,作为决策单元效率评价的基准。综合

收稿日期:2008 - 05 - 27 ;**修订日期**:2009 - 06 - 01
基金项目:国家自然科学基金(70701017) ;国家软科学研究计划(2008 GXS5D115)
作者简介:陆志鹏(1965 -) ,男(汉族) ,南京航空航天大学经济与管理学院博士研究生 ,研究方向:灰色系统理论、政府绩效评价.

效率区间的区间长度小于经典 DEA 模型求解的效率区间长度,减少了效率区间之间的相互包含的可能性,降低了决策单元之间的效率比较结果的随意性。

2 区间 DEA 模型的经典求解算法

设 A 是由 n 个决策单元构成的决策群体,DMU_j 为 A 中第 j 个决策单元,DMU_j 的输入向量和输出向量分别为:

$$x_j = (x_{1j}, \cdots, x_{ij}, \cdots, x_{sj})^T \geq 0$$

$$y_j = (y_{1j}, \cdots, y_{kj}, \cdots, y_{pj})^T \geq 0$$

其中,$x_{ij} \in [\underline{x_{ij}}, \overline{x_{ij}}]$,$y_{kj} \in [\underline{y_{kj}}, \overline{y_{kj}}]$。

定义 1 称 $\theta_{j_o}^* = [\underline{\theta_{j_o}^*}, \overline{\theta_{j_o}^*}]$ 决策单元 DMU_{j_o} 的效率区间,当且仅当 $\underline{\theta_{j_o}^*}$,$\overline{\theta_{j_o}^*}$ 分别为确定型线性规划(1)和(2)的最优解。

$$\min \theta \tag{1}$$

$$s.t.\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j \underline{x_{ij}} + \lambda_{j_o} \overline{x_{ij_o}} \leq \theta \overline{x_{ij_o}}$$

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_i \overline{y_{kj}} + \lambda_{j_o} \underline{y_{kj_o}} \geq \underline{y_{kj_o}}$$

$$i = 1,2,\cdots,s;\ k = 1,2,\cdots,p;\ \lambda_j \geq 0$$

$$\min \theta \tag{2}$$

$$s.t.\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j \overline{x_{ij}} + \lambda_{j_o} \underline{x_{ij_o}} \leq \theta \underline{x_{ij_o}}$$

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_i \underline{y_{kj}} + \lambda_{j_o} \overline{y_{kj_o}} \geq \overline{y_{kj_o}}$$

$$i = 1,2,\cdots,s;\ k = 1,2,\cdots,p;\ \lambda_j \geq 0$$

效率区间 $[\underline{\theta_{j_o}^*}, \overline{\theta_{j_o}^*}]$ 包含了 DMU_{j_o} 所有可能的效率值[6-8]。

3 区间型 DEA 模型的新解法

步骤 1 将输入输出变量区间划分为若干子区间。

m 为预先给定的整数,可根据决策群体输入输出区间范围的大小和对效率区间长度要求,选择 m 值,决策群体输入输出区间的范围越大,对效率区间不确定性程度要求越高,m 取值应越大。

在 $x_{ij} = [\underline{x_{ij}}, \overline{x_{ij}}]$ 中插入 $m+1$ 个分点 $x_{ij1}, \cdots, x_{ijl}, \cdots, x_{ijm+1}$,将 $[\underline{x_{ij}}, \overline{x_{ij}}]$ 划分为 m 个子区间 $[x_{ij1}, x_{ij2}], \cdots, [x_{ijl}, x_{ijl+1}], \cdots, [x_{ijm}, x_{ijm+1}]$,其中 $x_{ij1} = \underline{x_{ij}}$,$x_{ijm+1} = \overline{x_{ij}}$。

在 $y_{kj} = [\underline{y_{kj}}, \overline{y_{kj}}]$ 中插入 $m+1$ 个分点 $y_{kj1}, \cdots, y_{kjl}, \cdots, y_{kjm+1}$,将 $[\underline{y_{kj}}, \overline{y_{kj}}]$ 划分为 m 个子区间 $[y_{kj1}, y_{kj2}], \cdots, [y_{kjl}, x_{kjl+1}], \cdots, [y_{kjm}, x_{kjm+1}]$,其中 $y_{kj1} = \underline{y_{kj}}$,$y_{kjm+1} = \overline{y_{kj}}$。

一般情况下,可以将输入输出变量区间等分为 m 个子区间,即令 $x_{ijl} = \underline{x_{ij}} + (l-1)\alpha_{ij}$,$y_{kjl} = \underline{y_{kj}} + (l-1)\beta_{kj}$。其中,$\alpha_{ij} = \dfrac{\overline{x_{ij}} - \underline{x_{ij}}}{m}$,$\beta_{kj} = \dfrac{\overline{y_{kj}} - \underline{y_{kj}}}{m}$,$l = 1,2,\cdots,m+1$。

定义 2 称 $[x_{ijl}, x_{ijl+1}]$ 为 DMU_j 在指标 i 下第 l 输入区间,记为 A_{ijl};称 $[y_{kjl}, x_{kjl+1}]$ 为 DMU_j 在指标 k 下的第 l 输出区间,记为 B_{kjl};

步骤 2 计算决策单元在各子区间上的效率。

当决策群体的输入变量均在第 l 输入区间,输出变量亦均在第 l 输出区间($l = 1,2,\cdots,m$)时,记 DMU_{j_o} 的 DEA 效率为 $\theta'_{j_ol} = [\underline{\theta_{j_ol}}, \overline{\theta_{j_ol}}]$,则 $\underline{\theta_{j_ol}}$,$\overline{\theta_{j_ol}}$ 分别为线性规划(3)和(4)的最优解[8]。

$$\min \theta \tag{3}$$

$$s.t.\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j x_{ijl} + \lambda_{j_o} x_{ij_ol+1} \leq \theta x_{ij_ol+1}$$

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j y_{kjl+1} + \lambda_{j_o} y_{kj_ol} \geq y_{kj_ol}$$

$$i = 1,\cdots,s;\ k = 1,\cdots,p;\ \lambda_j \geq 0$$

$$\min \theta \tag{4}$$

$$s.t.\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j x_{ijl+1} + \lambda_{j_o} x_{ij_ol} \leq \theta x_{ij_ol}$$

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq j_o}}^{n} \lambda_j y_{kjl} + \lambda_{j_o} y_{kj_ol+1} \geq y_{kj_ol+1}$$

$$i = 1,\cdots,s;\ k = 1,\cdots,p;\ \lambda_j \geq 0$$

计算各决策单元的效率值 θ'_{jl},可以得到效率矩阵

$$\Omega = \begin{pmatrix} \theta'_{11} & \cdots & \theta'_{1m} \\ \cdots & \theta'_{jl} & \cdots \\ \theta'_{n1} & \cdots & \theta'_{nm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\underline{\theta_{11}}, \overline{\theta_{11}}] & \cdots & [\underline{\theta_{1m}}, \overline{\theta_{1m}}] \\ \cdots & [\underline{\theta_{jl}}, \overline{\theta_{jl}}] & \cdots \\ [\underline{\theta_{n1}}, \overline{\theta_{n1}}] & \cdots & [\underline{\theta_{nm}}, \overline{\theta_{nm}}] \end{pmatrix}$$

Ω 为 $n \times m$ 维矩阵,θ'_{jl} 为当决策群体输入输出向量均为第 l 区间时,DMU_j 的 DEA 效率;Ω 的列向量 $(\theta'_{1l} \cdots \theta'_{jl} \cdots \theta'_{nl})^T$ 为当决策群体输入输出向量均为第 l 区间时 DMU_j 的 DEA 效率;Ω 的行向量 $(\theta'_{j1} \cdots \theta'_{jl} \cdots \theta'_{jm})$ 代表当决策群体输入输出向量为不同的输入区间($l = 1,2,\cdots,m$)时 DMU_j 的 DEA 效率。

步骤 3 求解决策单元的综合效率区间,作为

效率评价基准

记评价者对决策群体在第 l 区间取值的"偏好系数"为 w_l ,当决策群体的输入输出变量区间为均匀分布时,显然 w_l 应和各决策单元输入输出变量的第 l 区间的区间长度成正相关关系。因此,令 $w_l' = \prod_{j=1}^{n}(\prod_{\substack{i=1\\ x_{ijl}\neq x_{ijl}}}^{s}(x_{ijl+1} - x_{ijl})\prod_{\substack{k=1\\ x_{kjl}\neq x_{kjl}}}^{p}(y_{kjl+1} - y_{kjl}))$ 。

定义 3 称 $\theta_j' = \sum_{l=1}^{m} w_l \theta_{jl}'$ 为 DMU_j 的综合效率区间,其中, $w_l = w_l' / \sum_{l=1}^{m} w_l'$ 。当插入点等分决策群体的输入输出变量区间时,容易证明, $w_l = \frac{1}{m}$ 。

在实际应用中,决策单元的变量可能不是均匀分布,典型的分布函数可以用函数 $f(x)$ 表示,记分布函数为 $f(x)$ 的区间数为 $[x_1, x_2, x_3, x_4]$ 。

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}, x \in [x_1, x_2) \\ 1, x \in [x_2, x_3) \\ \dfrac{x_4 - x}{x_4 - x_3}, x \in [x_3, x_4) \end{cases}$$

当 DMU_j 的第 i 个输入变量和第 k 个输出变量分别为 $[x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}, x_{ij4}]$, $[y_{kj1}, y_{kj2}, y_{kj3}, y_{kj4}]$ 时,将 $[x_{ij1}, x_{ij2}]$, $[x_{ij2}, x_{ij3}]$, $[x_{ij3}, x_{ij4}]$ 作为 DMU_j 对指标 i 的三个输入子区间,将 $[y_{kj1}, y_{kj2}]$, $[y_{kj2}, y_{kj3}]$, $[y_{kj3}, y_{kj4}]$ 作为 DMU_j 对指标 k 三个输出子区间。

对输入输出变量在第 l 区间取值的偏好与白化权函数覆盖第 l 区间的面积成正相关关系。因此,令:

$$w_1' = \prod_{j=1}^{n}(\prod_{\substack{i=1\\ x_{ij1}\neq x_{ij2}}}^{s}\frac{1}{2}(x_{ij2} - x_{ij1})\prod_{k=1}^{p}\frac{1}{2}(y_{kj2} - y_{kj1}))$$

$$w_2' = \prod_{j=1}^{n}(\prod_{\substack{i=1\\ x_{ij1}\neq x_{ij2}}}^{s}(x_{ij3} - x_{ij2})\prod_{k=1}^{p}(y_{kj3} - y_{kj2}))$$

$$w_3' = \prod_{j=1}^{n}(\prod_{\substack{i=1\\ x_{ij4}\neq x_{ij3}}}^{s}\frac{1}{2}(x_{ij4} - x_{ij3})\prod_{k=1}^{p}\frac{1}{2}(y_{kj4} - y_{kj3}))$$

当变量的分布函数为 $f(x)$ 时, DMU_j 的综合效率区间为 $\theta_j' = \sum_{l=1}^{3} w_l \theta_{jl}'$,其中 $w_l = \dfrac{w_l'}{\sum_{l=1}^{3} w_l'}$ 。

本文定义的综合效率区间长度小于经典算法[6-8]求得的效率区间长度(证明过程略)。

4 项目投资的效率评价

投资始终是推动经济增长的主要因素之一,尤其是 2000 年以来,投资是经济增长的主要动力。"十五"期间, GDP 增长速度分别为 8.3 %、9.1 %、10.0 %、10.1 %、9.9 %,而投资各年增长为13.0 %、16.9 %、27.7 %、26. 6 %、25.7 %,在高投资拉动经济增长的同时,我国项目投资存在一个严重的问题:项目投资效率低下[12] 。

在三类项目投资效率评价(经济效率评价、社会效率评价、生态效率评价)中,经济效率评价尤为重要。经济效率评价是针对政府投资项目支出目标,比较一定时期内项目的总投入与经济产出之间的比率关系。

汽车产业是我国产业振兴规划中 9 大产业之一,汽车制造产业是《南京市工业布局规划》中指出的五大支撑产业之一, 2010 年汽车产业要达到 100 万辆、销售收入 1000 亿元的目标。本文设置评价指标,应用区间 DEA 模型,对 6 个汽车产业的相关投资项目进行经济效率评价。

4.1 评价指标

采用项目的流动资产,固定资产和项目运营成本作为输入变量,采用项目运营输入和利润总额作为输出变量。

项目的流动资产和固定资产采用当期的统计值,为确定实数。评价期(一年)项目的运营成本、运营收入、利润总额由专家根据历史数据预测得到,考虑到预测误差,用区间数表示。

表 1 各决策单元的变量区间上界

DMU	流动 资产	固定 资产	项目运营成本	项目运营收入	利润 总额
DMU_1	49. 3	5. 5	20. 06	18. 07	30. 82
DMU_2	115. 3	12. 3	63. 33	37. 53	90. 04
DMU_3	5. 87	0. 1	7. 87	3. 52	4. 83
DUM_4	6. 25	0. 5	6. 74	2. 93	6. 00
DUM_5	21. 88	1. 83	9. 58	2. 25	18. 53
DUM_6	8. 85	1	16. 03	6. 19	7. 12

表 2 各决策单元的变量区间下界

DMU	流动资产	固定 资产	项目运营成本	项目运营收入	利润总额
DMU_1	39. 86	4. 43	20. 06	18. 07	20. 93
DMU_2	104. 45	10. 45	63. 33	37. 53	70. 04
DMU_3	4. 58	0. 03	7. 87	3. 52	3. 98
DUM_4	5. 25	0	6. 74	2. 93	4. 87
DUM_5	17. 86	1. 13	9. 58	2. 25	14. 47
DUM_6	7. 16	0. 48	16. 03	6. 19	5. 08

4. 2 评价结果分析

取 $m = 4$,且插入点将变量区间等分 ,根据本文中的方法 ,求得效率矩阵为:

$$\Omega = \begin{pmatrix} [1,1] & [1,1] & [1,1] & [1,1] \\ [0.86,1] & [0.88,1] & [0.85,1] & [0.85,1] \\ [0.55,0.72] & [0.58,0.8] & [0.66,0.83] & [0.62,0.83] \\ [0.59,0.73] & [0.60,0.73] & [0.63,0.74] & [0.62,0.75] \\ [1,1] & [1,1] & [1,1] & [1,1] \\ [0.64,0.88] & [0.65,0.88] & [0.68,0.75] & [0.70,0.89] \end{pmatrix}$$

各子区间上 ,效率区间的权重均为四分之一 ,各决策单元的综合效率区间依次为:[1 ,1]、[0. 87 ,1]、[0. 62 ,0. 78]、[0. 61 ,0. 74]、[1 ,1]、[0. 67 ,0. 85]。

项目 1 和项目 5 的 DEA 效率评价结果为有效 ,经济效率最高 ,项目 2 的 DEA 效率评价结果为部分有效 ,经济效率次于项目 1 和项目 5 ,项目 3、项目 4、项目 6 的 DEA 效率评价结果为非有效 ,按照综合效率区间的大小 ,三个项目的经济效率从大到小依次为项目 6、项目 3、项目 4。

若按照经典 DEA 模型求解算法 ,各决策单元的综合效率区间依次为:[1 ,1]、[0. 7 ,1]、[0. 43 ,0. 78]、[0. 46 ,0. 96]、[1 ,1]、[0. 37 ,1]。与经典 DEA 模型求解结果相比 ,本文求得综合效率区间长度较短 ,求解结果的不确定性低:6 个项目的综合效率区间长度分别为:0、0. 14、0. 16、0. 12、0、0. 15 ,经典 DEA 模型求得的效率区间长度分别 0、0. 3、0. 47、0. 5、0、0. 63。

本文求解结果对决策单元效率高低的解释力较强:采用经典 DEA 算法求解的项目 5 的效率区间为[0. 37 ,1] ,即决策单元的效率值介于 0. 37 和 1 之间 ,很难直观反映该决策单元的效率是大还是小 ,而本文方法求得的项目 5 的综合效率区间为[0. 67 ,0. 85] ,可得知该决策单元的效率值大约介于 0. 67 和 0. 85 之间 ,有效性中等偏上。

此外 ,经典 DEA 模型求解的项目 3 的效率区间为[0. 43 ,0. 78] ,项目 4 的效率区间为 [0. 46 ,0. 96] ,项目 6 的效率区间为[0. 37 ,1]。项目 6 的效率区间包含项目 3 和项目 4 的效率区间 ,很难比较项目 6 和项目 3、项目 4 的有效性高低。而本文算法求得的项目 3、项目 4 和项目 6 的综合效率区间分别为 [0. 62 ,0. 78]、[0. 61 ,0. 74]、[0. 67 ,0. 85] ,不存在相互包含关系 ,容易进行比较。

5 结语

“效率区间长度大 ,评价结果不确定程度高”是区间 DEA 文献在实际应用中的一个普遍问题 ,本文算法求得的效率区间的长度较短 ,增强了区间 DEA 模型的应用性。

除区间 CCR 模型外 ,本文算法还可以拓展到其他区间 DEA 模型

参考文献:

[1] Cooper W. W. , Park K. S. , Yu G. . IDEA and AR - IDEA: Models for dealing with imprecise data in DEA [J]. Management Science ,1999 , 45:97 - 607.

[2] Cooper W. W. , Park K. S. , Yu G. . An illustrative application of IDEA (Imprecise Data Envelopment Analysis) to a Korean mobile telecommunication company[J]. Operations Research , 2001 ,49:807 - 820.

[3] 孙慧 ,王媛. 基于 DEA 的 malmquist 指数在城市基础设施投资效率评价中的应用[J]. 科技进步与对策 ,2008 , 25(10) :97 - 99.

[4] 程巍 ,宋加升. 基于 DEA 的信息化制造技术投资评价研究[J]. 科技与管理 ,2007 ,9(2) :112 - 115.

[5] 张铁峰 ,苑津莎 ,郭伟. 基于数据包络分析的配电网投资项目经济评价[J]. 电力建设 , 2005(17) : 71 - 73.

[6] Chiang Kao. Interval efficiency measures in data envelopment analysis with imprecise data[J]. European Journal of Operational Research , 2006 ,174:1087 - 1099.

[7] Dinitris KD, Yiannis GS. Data envelopment analysis with imprecise data [J]. European Journal of Operational Research ,2002 , 140: 24 - 360.

[8] 郭均鹏 ,吴育华. 区间数据包络分析的主客观求解[J]. 天津工业大学学报 ,2004 ,23(3) :77 - 84.

[9] D. K. Despotis, Y. G. Smirlis. Data envelopment analysis with imprecise data[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 140:24 - 36.
[10] 梁樑,吴杰. 区间 DEA 的一种改进的充分排序方法[J]. 系统工程,2006,24(1):107 - 111.
[11] 马立杰,赵益军,邓伟. 区间 DEA 模型下的决策单元排序[J]. 山东大学学报(理学版),2006,41(6):61 - 70.
[12] 申长平,申展. 政府投资效率的实证分析. 山西财政税务专科学校学报,2008,10(2):3 - 12.

Interval DEA Algorithm and Its Application on Investment Efficiency Evaluation

LU ZHI-Peng, WANG Jie-fang, LIU Si-feng, FANG Zhi-geng
(Economics and Management Department, University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Efficiency interval length might be too long to evaluate the effectiveness of decision-making units well if range of input and output variables interval is large. Divides input and output interval into sub-intervals, and calculates efficiency of decision-making units in different sub-intervals respectively, furthermore, comprehensive efficiency intervals are solved to use as standards of effectiveness evaluation. Length of comprehensive efficiency intervals is shorter than that in the results of classical algorithms, which is easy to be used to compare efficiency of investment projects as applying to evaluate the investment projects.

Key words: data envelopment analysis with interval number; efficiency interval; investment projects; Efficiency evaluation