

文章编号: 0258-1825(2013)05-0546-08

谐波平衡法在旋翼前飞绕流数值模拟中的应用研究

许建华, 宋文萍, 王 龙

(西北工业大学 翼型叶栅空气动力学国家重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要:采用谐波平衡方法,以 Euler 方程为控制方程,数值模拟了旋翼前飞绕流。由于旋翼前飞绕流的周期特性,流动变量可以展开为关于时间的傅里叶级数,从而将时域下的非定常流动控制方程转换为频域下的定常方程。采用现有的数值方法求得定常解即可得到旋翼绕流的非定常解。与传统的双时间推进法相比,谐波平衡法采用周期性边界条件,只需计算一片桨叶,因而极大地提高了非定常流动求解的计算效率。计算的压力分布、拉力系数均与实验值或双时间推进法的计算结果吻合良好。为了进一步提高计算效率,还实现了基于 MPI (Message Passing Interface)的并行计算。

关键词:旋翼;前飞绕流;谐波平衡法;Euler 方程;MPI 并行计算

中图分类号:V211.52 **文献标识码:**A

0 引言

直升机旋翼绕流数值模拟是旋翼气动、降噪设计的基础。其方法主要分为两类:(1)将流动控制方程与旋翼尾迹模型结合的方法;(2)直接求解流动控制方程的方法。该方法无需附加尾迹模型,而是将尾迹作为流动解的一部分。

国外关于旋翼绕流数值模拟的研究始于上世纪 80 年代。1980 年,Johnson^[1]在 Scully^[2]对自由尾迹方法研究工作基础上,建立了一套旋翼气动和动力学综合分析程序——CAMRAD(Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics and Dynamics),该程序直到今天还在广泛使用。随后,德国宇航院的 Kroll^[3]于 1986 年完成了悬停旋翼绕流的 Euler 方程计算。二十世纪 90 年代后,随着计算机技术和 CFD 技术的发展,旋翼绕流数值模拟发展迅速;Chen^[4]采用 Roe 格式对无升力前飞旋翼流动进行了 Euler 方程数值模拟,计算完全考虑了所有桨叶,并得到了与实验较为一致的结果;NASA 的 Srinivasan^[5]成功地对模型旋翼(Caradonna 旋翼)悬停流动进行了 Navier-Stokes (NS)方程数值模型,计算过程没有附加尾

迹模型,尾涡系统作为解的一部分存在;法国宇航院(ONERA)的 Boniface 等^[6]和美国宾州大学的 Bangalore 和 Sankar^[7]采用变形网格方法模拟了旋翼前飞粘性流动;Ahmad 和 Duque^[8]采用运动嵌套网格(Moving Overset Grids)方法数值模拟了 AH-1G/OLS 旋翼的前飞粘性流动。

国内对旋翼 CFD 的研究起步较晚,但进展很快。中国空气动力学研究与发展中心的江雄、陈作斌、张玉伦等采用改进的双时间法和重叠网格技术进行了悬停旋翼 Euler 和 NS 方程计算^[9],并进行了基于 Euler 方程的旋翼/机身气动干扰计算^[10]。西北工业大学的王立群等发展了采用 Euler 方程的悬停和前飞旋翼数值模拟方法^[11],没有附加尾迹模型;杨爱明采用运动嵌套网格技术和全隐式双时间法数值模拟了前飞非定常粘性流动^[12],又采用多重网格方法进行了悬停旋翼 Euler 方程计算^[13];许和勇等采用非结构网格运动嵌套方法进行了旋翼/机身干扰的非定常流场数值模拟研究^[14]。南京航空航天大学的招启军、徐国华等采用三阶 Roe-FDS 迎风偏置格式进行悬停和前飞旋翼粘性绕流的数值模拟,并卓有成效地开展了基于 NS 方程/全势方程/自由尾迹分析的

* 收稿日期:2011-07-12; 修订日期:2012-04-19

基金项目:西北工业大学翼型/叶栅空气动力学国家重点实验室基金(9140C4201020802)

作者简介:许建华(1984-),男,浙江衢州人,博士研究生,主要从事计算流体力学方向研究。E-mail: jianhua19492002@163.com

引用格式:许建华,宋文萍,王 龙. 谐波平衡法在旋翼前飞绕流数值模拟中的应用研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(5): 546-553.
XU J H, SONG W P, WANG L. Application of harmonic balance method in forward flight simulation for helicopter rotors[J].
ACTA Aerodynamica Sinica, 2013, 31(5): 546-553.

混合方法的悬停和前飞旋翼绕流数值模拟研究^[15-16], 获得了较高的计算效率。北京航空航天大学的曹义华等采用 Euler 方程数值模拟绕悬停旋翼流动, 并采用自由尾迹分析来求解局部的诱导下洗速度以修正翼型攻角^[17], 而后发展了预测悬停旋翼跨声速流动的一种组合自由层流/CFD 方法^[18]。

经过近 30 年的发展, 直升机旋翼绕流的数值模拟技术已相当成熟。其中, 直接求解惯性坐标系中的 Euler 方程或 NS 方程是当前数值模拟旋翼前飞绕流的最主要方法^[10,14,19], 在机身/旋翼干扰和直升机全机绕流数值模拟中得到了广泛的应用。然而, 受到物理时间步长的限制, 非定常的前飞绕流数值模拟需要很长的计算时间, 特别是求解 NS 方程。

2007 年, 美国杜克大学的 Ekici, Hall 和 Dowell^[20] 等运用傅里叶变换将谐波平衡法应用于旋翼前飞的 Euler 方程计算, 研究了谐波数对计算精度和收敛性的影响, 并与双时间法进行了比较。谐波平衡法较早地应用于翼型的俯仰震荡和颤振的研究, 近十年来, 广泛应用于透平机械等的周期性流动数值模拟^[21-22]。

无论旋翼有多少叶片, 只需要在一片旋翼网格上求解谐波平衡方程。所以叶片数越多, 其计算效率高的优势越明显。其另一个重要特点是每一时间层的迭代计算相对独立, 他们之间的联系由周期性边界条件实现, 这种算法非常利于并行计算的实施。基于此, 本文采用 MPICH2 实现了计算程序的 MPI 并行。由于该方法在非惯性坐标系下更容易实现, 当考虑旋翼的变距、挥舞, 及机身/旋翼干扰等部件之间具有相对运动的问题时存在一定的困难。

作为初步研究, 本文以旋转坐标系下的 Euler 方程为流动控制方程。旋翼模型选用展弦比为 6 和 7 的 Caradonna 旋翼。首先计算了一个跨声速悬停状态, 初步验证了程序的正确性; 然后分别计算了一个无升力前飞状态和有升力前飞状态, 得到的压力分布和拉力系数与实验值或采用双时间推进法求解非定常雷诺平均 NS 方程得到的结果基本一致, 验证了方法的有效性; 最后利用 MPI 实现程序的并行, 在多核单机上研究了并行计算的加速性能。

1 谐波平衡方程

在固连于旋翼桨叶的旋转坐标系下, 积分形式的 Euler 方程可表述为^[23]:

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} dV + \iint_{\partial \Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_{\Omega} \mathbf{G} dV = 0 \quad (1)$$

式中, $\mathbf{W} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]^T$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{q} - \mathbf{q}_b) \\ \rho u(\mathbf{q} - \mathbf{q}_b) + p\mathbf{I}_x \\ \rho v(\mathbf{q} - \mathbf{q}_b) + p\mathbf{I}_y \\ \rho w(\mathbf{q} - \mathbf{q}_b) + p\mathbf{I}_z \\ \rho H(\mathbf{q} - \mathbf{q}_b) + p\mathbf{q}_b \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q})_x \\ \rho(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q})_y \\ \rho(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q})_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, \mathbf{H} 和 \mathbf{G} 分别表示无粘通量项和科氏力源项。 $\rho, (u, v, w), p, E$ 分别代表流体的密度、速度在直角坐标系下的三个分量、压力、单位质量总能(它与单位质量焓值 H 的关系为 $H = E + p/\rho$)。 \mathbf{n} 表示控制体的单位面矢量。 $\mathbf{q} = (u, v, w)^T$ 为流体绝对速度矢量, $\mathbf{q}_b = u_b\mathbf{I}_x + v_b\mathbf{I}_y + w_b\mathbf{I}_z$ 为控制体边界的运动速度矢量, $\mathbf{I}_x, \mathbf{I}_y, \mathbf{I}_z$ 分别为旋转坐标系下的单位坐标向量。 $\boldsymbol{\omega}$ 为旋翼的旋转角速度。

将旋翼旋转周期划分为 $2N+1$ 等分, 对任意守恒变量 U 可展开为如下傅里叶级数:

$$U(x, y, z, t) \approx U_0(x, y, z) + \sum_{n=1}^N [A_n(x, y, z) \cos(\omega n t) + B_n(x, y, z) \sin(\omega n t)] \quad (3)$$

其中, N 为谐波数, U_0, A_n 和 B_n 是傅里叶系数。

假设 \mathbf{W}^* 为 $2N+1$ 个时间层的守恒变量所组成的向量矩阵, $\tilde{\mathbf{W}}$ 为系数矩阵, 则上式可写成矩阵形式: $\mathbf{W}^* = \mathbf{E}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}$, 或 $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{E} \mathbf{W}^*$ 。其中,

$$\mathbf{E}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \omega t_1 & \cdots & \cos \omega N t_1 & \sin \omega t_1 & \cdots & \sin \omega N t_1 \\ 1 & \cos \omega t_2 & \cdots & \cos \omega N t_2 & \sin \omega t_2 & \cdots & \sin \omega N t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \omega t_{(2N+1)} & \cdots & \cos \omega N t_{(2N+1)} & \sin \omega t_{(2N+1)} & \cdots & \sin \omega N t_{(2N+1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

不同的守恒量在不同的空间点对应不同的傅里叶系数。以密度 ρ 为例, 傅里叶系数与每一时间层的密度之间的关系可写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} \rho_1(x, y, z) \\ \rho_2(x, y, z) \\ \vdots \\ \rho_{2N+1}(x, y, z) \end{bmatrix} = \mathbf{E}^{-1} \begin{bmatrix} A_0(x, y, z) \\ A_1(x, y, z) \\ \vdots \\ A_N(x, y, z) \\ B_1(x, y, z) \\ \vdots \\ B_N(x, y, z) \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过上式可以求出任意空间点 (x, y, z) 的密度随时间变化的傅里叶系数,进而可求得该点在任意时刻的密度。

对所有时间层,可得如下方程:

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{W}^*}{\partial t} dV + \iint_{\partial \Omega} \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_{\Omega} \mathbf{G}^* dV = 0 \quad (5)$$

其中, \mathbf{H}^* 是关于 \mathbf{W}^* 的通量。注意到,对于三维问题,上式是一个包含 $5 \times (2N+1)$ 个方程所组成的方程组。且有:

$$\frac{\partial \mathbf{W}^*}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{W}^*}{\partial t} = \mathbf{D} \mathbf{W}^* \quad (6)$$

其中 \mathbf{D} 为伪谱算子。将式(6)代入式(5),可得谐波平衡方程:

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{D} \mathbf{W}^* dV + \iint_{\partial \Omega} \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_{\Omega} \mathbf{G}^* dV = 0 \quad (7)$$

又由(3)式可得:

$$\frac{\partial \mathbf{W}^*}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \omega_n [-A_n \sin(\omega_n t) + B_n \cos(\omega_n t)] \quad (8)$$

由(8)式可知,方程(1)转换为谐波平衡方程后,关于时间的导数可以由傅里叶系数解析地表达出,即时间导数项消失了。为了便于求解,引入伪时间后求解得到方程的定常解即可得到原控制方程(1)的非定常解。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \iiint_{\Omega} \mathbf{W}^* dV + \iiint_{\Omega} \mathbf{D} \mathbf{W}^* dV \\ & + \iint_{\partial \Omega} \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_{\Omega} \mathbf{G}^* dV = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

方程(8)的形式与方程(1)相同,只是多了伪谱算子项,所以可采用相同的数值方法。本文采用有限体积法求解方程(9),时间推进采用隐式 LU-SGS 格式,空间离散采用 Roe 格式。

2 网格与边界条件

计算网格为 O-H 型,由 Bezier 曲线变换将桨叶径向的网格面变换为近似圆柱形^[24],如图 1。图 2 为桨叶展向剖面网格。

边界条件包括:物面边界条件、远场边界条件、周期性边界条件、割逢边界条件。对于无粘流动,物面边界(图 1 中的 Blade)实施无穿透条件;远场边界采用一维黎曼不变量处理;对于周期性边界条件,如图 3,图中 Ψ 为方位角。则有:

$$U_{r1}(t) = U_{r2} \left(t - \frac{T}{N_B} \right) \quad (10)$$

其中, U_r 表示旋转坐标系下的相对变量, N_B 为桨叶数, T 为周期。

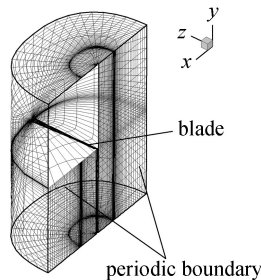


图 1 旋翼计算网格

Fig. 1 Computational grid

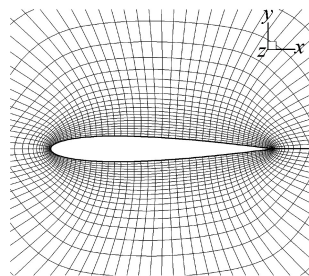


图 2 展向剖面网格局部

Fig. 2 Cross section of grid

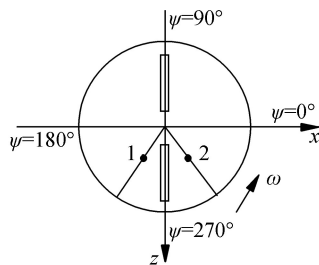


图 3 周期性边界示意图

Fig. 3 Periodical boundary

周期性边界条件的实施不是直接针对流动变量,而是流动变量展开成傅里叶级数后的系数。根据文献[20]的推导,边界 1 与边界 2 的傅里叶系数之间的关系如下:

$$\begin{bmatrix} A_{1n} \\ B_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) & -\sin\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) & \cos\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{2n} \\ B_{2n} \end{bmatrix} \quad (11)$$

在周期边界条件实施完成后,由傅里叶级数(式 3)可以得到周期边界面上每一时间层的流动变量值。

3 谐波平衡方法的 MPI 并行计算

谐波平衡法在每一时间层上的迭代求解是相互独立的,它们之间的信息传递通过周期性边界条件实现,因此非常利于并行计算的实现。并行计算的效果可用并行加速比 S_P 和并行效率 η 来表征。

并行加速比定义为:

$$S_P = \frac{t_{seq}}{t_{par}} \quad (12)$$

并行效率定义为:

$$\eta = \frac{S_P}{p} \quad (13)$$

其中, t_{seq} 和 t_{par} 分别为串行计算时间和并行计算时间。 p 为处理器个数。

MPI 是目前应用最广的并行程序设计平台,几乎被所有并行计算环境(共享和分布式存储并行机、MPP、机群系统等)和流行的多进程操作系统 (UNIX, Windows NT) 所支持,基于它开发的应用程序具有最佳的可移植性。本文使用 MPICH2 实现 FORTRAN 程序的 MPI 并行^[25]。

4 算例分析

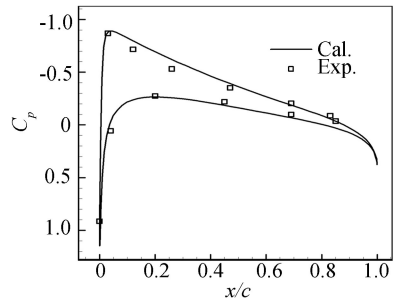
以 Caradonna 旋翼为桨叶模型。桨叶为平直桨叶(无扭转,无尖削),桨叶翼型为 NACA0012 翼型。其中,旋翼 1 的展弦比为 6,旋翼 2 的展弦比为 7。计算网格如图 1,网格单元数:100×30×50。

4.1 悬停计算

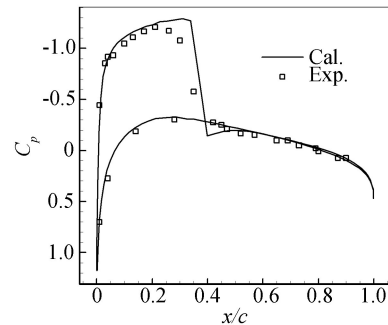
桨叶模型为旋翼 1。计算状态:桨距角 8° ,桨尖马赫数 0.877。悬停状态可以看成是特殊的前飞状态,即对于相同的空间点,每个时间层上的流动变量值相同。因此,为了避免不必要的计算量,取谐波数为零。从图 4 可以看出,计算得到的压力分布与实验值吻合很好,初步说明了程序的正确性。

4.2 无升力前飞

桨叶模型为旋翼 2。计算状态:桨距角 0° ,桨尖马赫数 0.8,前进比 0.2。该算例是一个无升力前飞问题。谐波数 N 分别取 3 和 5,即一个周期分为 7 和 11 个时刻求解。图 5 给出了 90° 方位角时的压力分布计算值与实验值^[26] 的比较,两种谐波数下得到的压力分布均与实验值吻合较好。图 6 和图 7 分别给出了两种谐波数下残值随迭代步数和计算时间的比较。 N 取 5 时所需迭代步数和计算时间都是 N 取 3 时的 2 倍以上。因此, N 取 3 在较小的计算量的同时



(a) $r/R=0.50$



(b) $r/R=0.89$

图 4 压力分布计算值与实验值的比较(悬停状态)

Fig. 4 Comparison of pressure distribution with calculation results and experimental data (hover flight)

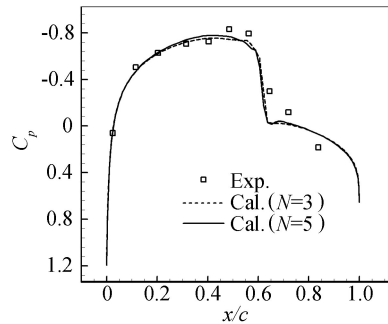


图 5 压力分布计算值与实验值的比较($r/R=0.89$)

Fig. 5 Comparison of pressure distribution with calculation results and experimental data ($r/R=0.89$)

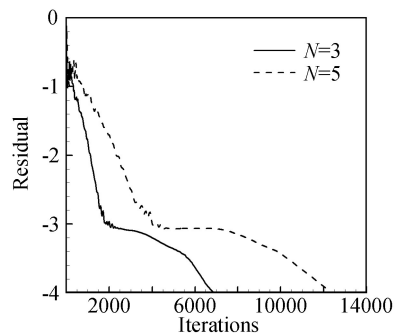


图 6 残值收敛历程比较(迭代步数)

Fig. 6 Comparison of residual convergent history (iteration number)

获得了较高的计算精度。

4.3 有升力前飞

桨叶模型为旋翼 1。计算状态: 桨距角 8° , 桨尖马赫数 0.628, 前进比 0.3。谐波数分别取 3 和 5。图 8 给出了谐波数 N 取 3 时其中四个时刻的残值和总残值的收敛历程。

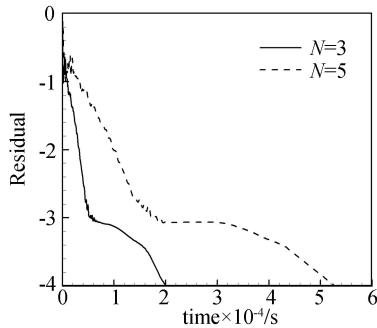


图 7 残值收敛历程比较 (计算时间)

Fig. 7 Comparison of residual convergent history (computation time)

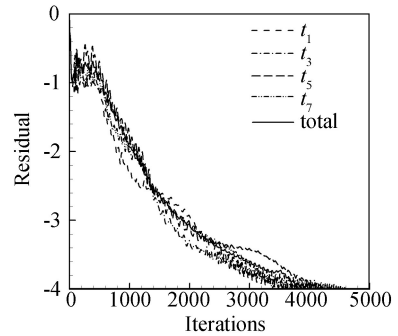


图 8 残值收敛历程

Fig. 8 Residual convergent history

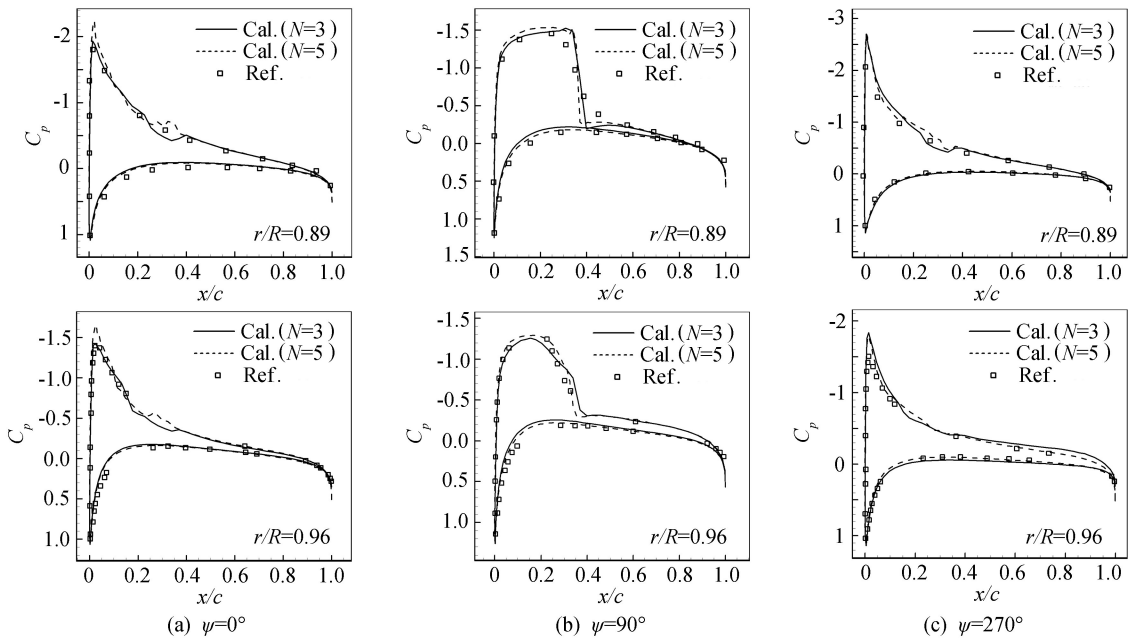


图 9 不同谐波数下的压力分布计算值与文献值的比较

Fig. 9 Comparison of pressure distribution with calculation results and experimental data

上, 傅里叶级数的精度随着 N 取值增大而提高。图中给出的不同谐波数计算得到的压力分布均与文献值吻合较好。再次验证了本文所发展的谐波平衡法程序的有效性和正确性。

图 10 为本文方法 (HB, $N=3$) 与采用双时间法求解非定常雷诺平均 NS 方程^[26]得到的单片桨叶拉力系数的对比。两者吻合较好, 进一步说明本文方法

图 9 显示各方位角的压力分布计算值与文献值^[27]的对比。可以看出, 不同谐波数的计算结果有一定差别, 尤其是 N 取 5 计算得到的激波更陡峭一些。因为不同谐波数下的时间层所对应的物理时间不同, 傅里叶级数的项数和系数也不同, 所以最后求得同一物理时刻的压力分布也会略有不同。理论

具有较高的精度。图 11 给出了谐波数取 3 时的 7 个时间层的桨叶上表面压力云图。

为了说明本文方法的高效性, 在单片桨叶网格的网格量相同的情况下, 与采用双时间法数值模拟旋翼前飞绕流的计算量进行了分析比较。为了便于分析, 将 1 片桨叶网格迭代 1 次的计算时间记为 t_n 。对于本文方法, 当 N 取 3 时, 总迭代步数约为 4000, 因此

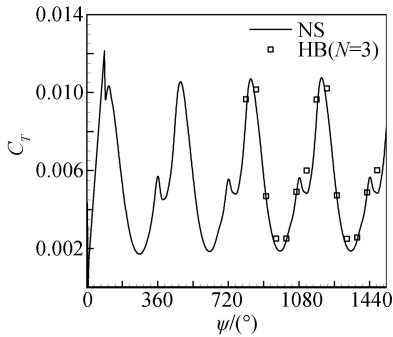


图 10 拉力系数比较

Fig. 10 Comparison of thrust coefficient

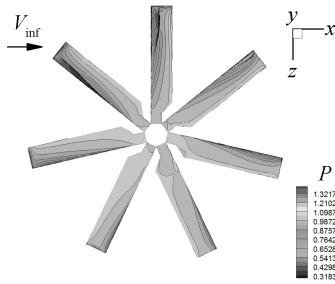


图 11 桨叶上表面压力云图

Fig. 11 Pressure contour of the upper surface

7 个时间层的总计算量约为 $28000t_n$ 。对于双时间法,假设一个周期划分为 180 个时刻,每个物理时刻需子迭代步数平均约为 50,完整的一个非定常计算至少需 4 个周期,那么对于本文中的旋翼 1 具有 2 片桨叶,其总计算量为 $72000t_n$ 。这说明本文方法与双时间方法相比计算效率提高了 1 倍多。值得注意的是,采用双时间法需要在每一片桨叶网格上进行流动迭代求解,而采用本文方法,无论旋翼含有多少片桨叶都只需在其中的一片桨叶网格上迭代求解,也就是说随着桨叶数的增加,本文的高效计算优势将更加明显。此外,正如第 3 节中所述,本文方法非常有利于并行计算的实现。

4.4 并行计算研究

以 4.3 节的算例为例,谐波数取 3,进行了程序并行计算加速效果的研究。计算全部在一台四核的 Intel Core Q9550,主频 2.83GHz,内存 3.0G 的单机上进行。需要注意的是,由于谐波数取 3,总共有 7 个时间层,所以不能保证并行计算的负载平衡,这在一定程度上降低了并行效率。图 12 显示 1~4 个核计算得到的残值收敛历程完全一致,说明程序的并行改造是正确的。图 13 显示残值随时间变化,可以看出,随着核数量的增加,计算时间逐渐减少。

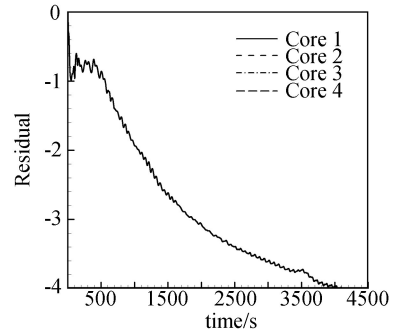


图 12 残值收敛历程比较(迭代步数)

Fig. 12 Comparison of residual convergent history (iteration number)

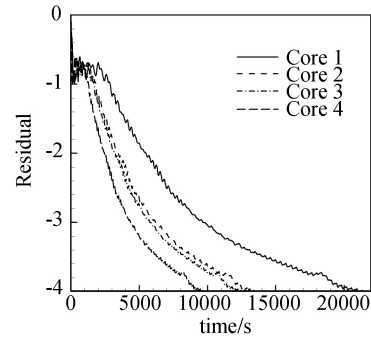


图 13 残值收敛历程比较(计算时间)

Fig. 13 Comparison of residual convergent history (computation time)

表 1 给出了并行效率。随着核数量的增加,并行效率下降。由于负载不平衡,在 2 个核并行的情况下也只能达到 80% 的并行效率,3 个核的并行效率迅速下降,而 4 个核的并行效率与 3 个核相差很小。由于本文的并行计算均在一台微机上进行,当多核同时计算时会导致单个核的处理速度略有下降,这在一定程度上使得并行效率更低。

表 1 并行效率

Table 1 Parallel efficiency

Core	1	2	3	4
并行效率(%)	100	79.7	57.0	55.3

5 结论

本文采用谐波平衡法求解旋转坐标系下的非定常 Euler 方程,通过引入周期性边界条件实现了仅用一片桨叶网格数值模拟旋翼前飞绕流。为了更好地发挥谐波平衡法的优势,进一步提高非定常计算效率,利用 MPI 技术实现了程序的并行。研究表明:

(1) 谐波数取 3 时既能保证较高的精度又有很高的计算效率。

(2) 计算得到的压力分布、拉力系数与实验值或双时间推进法求解 NS 方程的计算结果基本一致,说明了程序的正确性和有效性。

(3) 随着用于计算的核数量的增加,总计算时间减少。2 个核并行时,并行效率达到最高为 79.7%;而 4 个核并行时,加速比达到最大为 2.2。3 个核的并行效率与 4 个核的并行效率接近,且与 2 个核相比下降很多。

参 考 文 献:

- [1] JOHNSON W. A comprehensive analytical model of rotorcraft aerodynamics and dynamics [R]. NASA TM-81182, 1980.
- [2] SCULLY M P. Computation of helicopter rotor wake geometry and its influence on rotor harmonic airload[R]. MIT. Tech. Rep. ASRL-TR-178-1, 1975.
- [3] KROLL N. Computation of the flow fields of propellers and hovering rotors using Euler equations[R]. The 12th European Rotorcraft Forum, 1986.
- [4] CHEN C L, MCCROSKEY W J, OBAYASHI S. Numerical solution of forward-flight rotor flow using an upwing method[J]. *Journal of Aircraft*, 1991, 28(6): 374-380.
- [5] SRINIVANSAN G R, BAEDER J D, OBAYASHI S, et al. Flowfield of a lifting rotor in hover: a Navier-Stokes simulation[J]. *AIAA Journal*, 1992, 30(10): 2371-2378.
- [6] BONIFACE J C, MIALON B, SIDES J. Numerical simulation of unsteady Euler flow around multi-bladed rotor in forward flight using a moving grid approach[R]. In the AHS 51th Annual Forum, Fort Worth, TX, May 9-11, 1995.
- [7] BANGALORE A, SANKAR L N. Forward flight analysis of slatted rotors using Navier-Stokes methods[R]. AIAA Paper 96-0675, 1996.
- [8] AHMAD J, DUQUE E P N. Helicopter rotor blade computation in unsteady flows using moving overset grids[J]. *Journal of Aircraft*, 1996, 33(1): 54-60.
- [9] 江雄, 陈作斌, 张玉伦. 用双时间法数值模拟悬停旋翼流场[J]. *空气动力学学报*, 1998, 16(3): 288-296.
- [10] 江雄. 直升机旋翼/机身干扰流场数值模拟方法研究[D]. [博士学位论文]. 中国空气动力学研究与发展中心, 2001.
- [11] 王立群, 乔志德, 钟伯文. 直升机旋翼悬停流场的欧拉方程计算[J]. *空气动力学学报*, 1998, 16(3): 282-287.
- [12] 杨爱明, 乔志德. 用运动嵌套网格方法数值模拟旋翼前飞非定常流场[J]. *空气动力学学报*, 2000, 18(4): 427-433.
- [13] 杨爱明, 翁培奋, 乔志德. 用多重网格方法计算旋翼跨声速无粘流场[J]. *空气动力学学报*, 2004, 22(3): 313-318.
- [14] 许和勇, 叶正寅, 王刚, 等. 旋翼/机身干扰非定常流场数值模拟[J]. *空气动力学学报*, 2010, 28(2): 162-167.
- [15] 招启军, 徐国华. 基于高阶逆风通量差分裂格式的直升机旋翼前飞流场模拟[J]. *空气动力学学报*, 2005, 23(4): 408-413.
- [16] 招启军, 徐国华. 基于 Navier-Stokes 方程/自由尾迹/全位势方程的旋翼流场模拟混合方法[J]. *空气动力学学报*, 2006, 24(1): 15-21.
- [17] CAO Y H, YU Z Q, SU Y, et al. Combined free wake/CFD methodology for predicting transonic rotor flow in hover [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2002, 02: 65-71.
- [18] 于子文, 曹义华. 前飞旋翼三维湍流场的数值模拟[J]. *北京航空航天大学学报*, 2006, 32(7): 751-755.
- [19] 肖中云. 旋翼流场数值模拟方法研究[D]. [博士学位论文]. 中国空气动力研究与发展中心, 2007.
- [20] EKICI K, DOWELL E H. Computationally fast harmonic balance methods for unsteady aerodynamic predictions of helicopter rotors[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(12): 6206-6225.
- [21] EKICI K, HALL C K. Nonlinear analysis of unsteady flows in multistage turbomachines using harmonic balance[J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(5): 1047-1057.
- [22] EKICI K, HALL C K. Harmonic balance analysis of limit cycle oscillations in turbomachinery[R]. AIAA Paper 2010-6710, 2010.
- [23] 杨爱明, 乔志德. 悬停旋翼粘性绕流 N-S 方程数值模拟[J]. *西北工业大学学报*, 2000, 18(4): 579-582.
- [24] KUNTZ M. Rotor noise prediction in hover and forward flight using different aeroacoustic Method[R]. AIAA Paper 96-1695, 1996.
- [25] 都志辉. 高性能计算并行编程技术——MPI 并行程序设计[B]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [26] CARADONNA F X, LAUB G H, TUNG C. An experimental investigation of the parallel blade-vortex interaction[R]. NASA TM 86005, 1984.
- [27] 杨爱明. 基于嵌套网格的直升机旋翼流场雷诺平均 Navier-Stokes 方程数值模拟[D]. [博士学位论文]. 西北工业大学, 2000.

Application of harmonic balance method in forward flight simulation for helicopter rotors

XU Jian-hua, SONG Wen-ping, WANG Long

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aerodynamic Design and Research,
School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The unsteady flow around helicopter rotor in forward flight is simulated by using harmonic balance method based on Euler equations. For the periodical characteristics in forward flight, the flow variables can be represented by Fourier series in time. Thus, the unsteady governing equations in time domain can be converted to steady equations in frequency domain, so the well-developed steady computational fluid dynamics(CFD) techniques can be used to solve the steady equations in frequency domain, and the unsteady solution is obtained. The main advantage of the present method is that only one blade needs to be simulated by implementation of the periodical condition. Compared with the traditional dual-time stepping method, harmonic balance method improves unsteady calculation efficiency greatly. The calculated pressure distributions and thrust coefficients agree well with the results of experimental data or dual-time stepping method. Message passing interface(MPI) parallel computing technique is utilized to improve the computational efficiency further.

Key words: helicopter rotor; forward flight; harmonic balance method; Euler equations; MPI parallel computation

(上接第 545 页)

computed by seven-species and eleven-species chemical model are different obviously when the flowfield temperatures beyond 10000K, and in the case O^+ must be taken into account in chemical reaction models besides NO^+ . The wall conditions, especially the catalytic activities, have a more important effect on the distribution of plasma, the reliable data of the wall catalytic activities, have a more important effect on the distribution of plasma, the reliable data the wall catalytic activities, have a more important effect on the distribution of plasma, the reliable data of the wall catalytic activities, have a more important on the distribution of plasma, the reliable data of the wall catalytic activities and temperatures must be obtained firstly in order to simulate exactly the plasma flow over a lift body.

Key words: thermo-chemical nonequilibrium; chemical reactions; plasma; electron number densities; Navier-Stokes equations; lift body