

整体钻柱力学接触有限元分析

张学鸿 陈抡元 刘巨保

(大庆石油学院)

提 要

考虑钻柱的扭转效应和接触摩擦,用有限元法建立了整体钻柱受力分析的三维准静力学模型和空间多向接触摩擦间隙元。用修正的牛顿迭代法进行迭代运算和用近似梯度增量法修改载荷增量,并对钻柱与井壁的接触摩擦和钻柱变形进行了分析计算。现场实验证明本文提出的理论和模型用于井眼轨迹跟踪预测结果与钻后实测结果符合很好,可作为定向井钻柱受力分析以及井眼轨迹设计和预测的一种基础理论和实用方法。

关键词: 钻柱力学 有限元法 三维静力学模型 接触摩擦间隙元

一、前 言

在石油定向井工程中,井眼轨迹控制和预测是个重要问题,钻柱力学研究是解决这一问题的关键,其次是研究钻头和岩石的各向异性。

关于钻柱力学分析,近十年来国内外学者作了大量的研究工作,取得了相当的进展^[1, 2, 3, 4]。井斜预测比较成功,但方位预测只能作定性估计,不能作定量预测。这是因为没有全面考虑整体钻柱的三维扭转效应、接触和摩擦阻力矩等因素。在以往的研究中是以下部钻柱为研究对象,忽略了上部钻柱对下部钻柱的扭转作用。本文从整体钻柱出发,用有限元法对钻柱的接触摩擦和三维扭转效应作了系统的研究。

二、计算力学模型

井眼轴线为任意形状的空间曲线,钻柱在发生变形以前其轴线与井眼轴线重合(图1)。模型采用如下假设:

1. 井壁为刚性,井径可以任意变化;
2. 钻柱是弹性变形体,变形前钻柱外

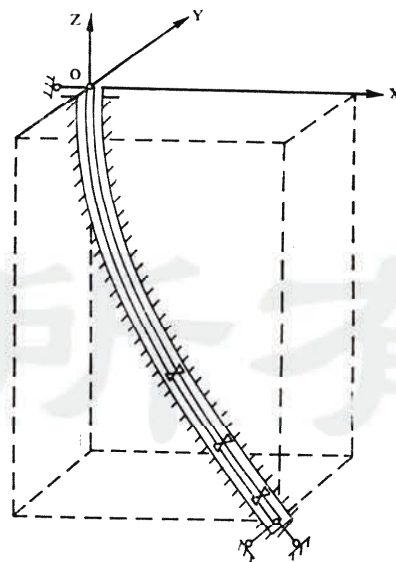


图 1 井眼中的钻柱示意图

Fig. 1 Sketch of drillstring in well hole

壁与井壁之间有一定间隙，变形后钻柱的某些部分可能与井壁接触；

3. 钻柱一旦与井壁接触，在接触点处，井壁对旋转钻柱不仅有法向支反力，而且有摩擦阻力和阻力矩存在；

4. 钻具组合是任意的，可有多个扶正器；

5. 考虑泥浆浮力及其对旋转钻柱的摩擦阻力矩；

6. 考虑钻头切削过程中岩石对钻头的阻力矩，其大小与钻柱转速、钻头钻速等因素有关；

7. 不考虑钻柱的初始变形，因为钻柱非常细长，这种初始变形曲率很小，可忽略不计。

钻柱在分布自重、钢丝绳提升力、转盘扭矩以及各种摩擦阻力和阻力矩作用下，在圆形井眼内发生拉压、弯曲和扭转变形。由于钻柱是极为细长的任意空间曲线杆件，因此，变形后的钻柱可能在井眼圆周的某一个方向上与井壁产生接触。所以这是一个多向接触摩擦问题，也是几何非线性问题。这种问题要比一般的结构分析复杂得多。

三、有限元刚度矩阵

钻柱在井眼内是一根极细长的任意空间曲线杆件。用一般的有限元法，把钻柱沿轴线离散为若干个直线单元，他们是空间梁 AB 单元（图 2）^[5]。对每一个梁单元，考虑分布载荷和节点力载荷，其势能表达式为

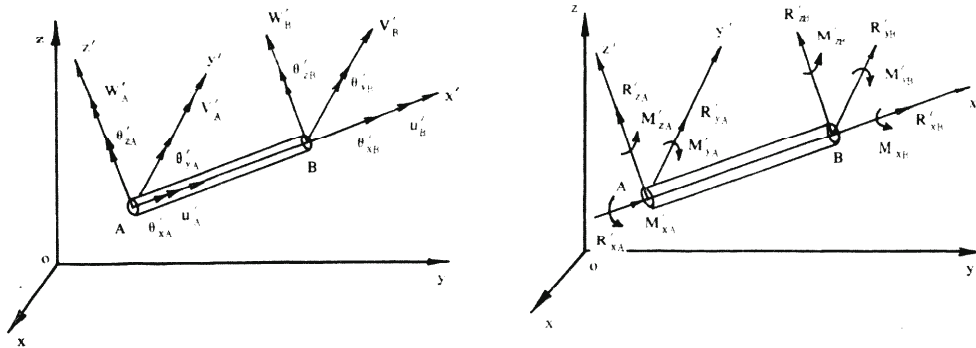


图 2 单元位移内力示意图

Fig. 2 Sketch of the displacement and internal force in the element

$$\Pi p = \int_L \frac{1}{2} \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dl - \int_L \{q\} \{u\} dl - \{\delta\}^{eT} \{p_o\} \quad (1)$$

并满足如下接触摩擦条件：

$$\begin{cases} |u| \leq \epsilon_0 \\ R_n \leq 0 \\ R_t = f \cdot |R_n| \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (3)$$

式中 L 表示单元长度， $\{\epsilon\}$ 为应变向量， $[D]$ 为弹性矩阵， $\{q\}$ 为分布载荷， $\{u\}$ 为位移函数， $\{p_o\}$ 为节点力向量， $\{\delta\}^e$ 为节点位移向量，上标 T 为矩阵转置符号， $|u|$ 为节点横向位

移的绝对值, ϵ_0 为钻柱与井壁的初始间隙, R_n 为井壁对钻柱的法向反力, R_t 为摩擦力, f 为摩擦系数, $[B]$ 为应变矩阵。

由式(1)和变分的驻值条件得

$$[K_0]^e \{\delta\}^e = \{F_0\}^e \tag{4}$$

其中 $[K_0]^e = \int_L [B]^T [D] [B] dl$ (5)

$$\{\delta\}^e = \{u'_A, v'_A, w'_A, \theta'_{xA}, \theta'_{yA}, \theta'_{zA}, u'_B, v'_B, \dots, \theta'_{zB}\}^T \tag{6}$$

$$\{F_0\}^e = \{R'_{xA}, R'_{yA}, R'_{zA}, M'_{xA}, M'_{yA}, M'_{zA}, R'_{xB}, R'_{yB}, \dots, M'_{zB}\}^T \tag{7}$$

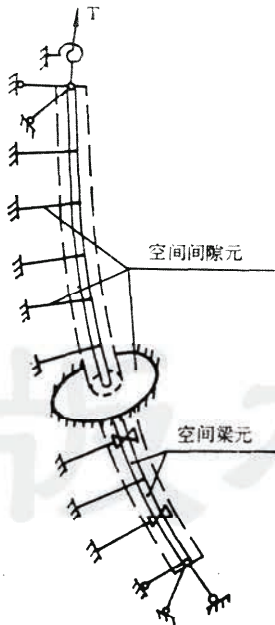
式中 $[K_0]^e$ 、 $\{\delta\}^e$ 、 $\{F_0\}^e$ 分别为单元刚度矩阵、单元节点位移向量和单元节点力向量。 u'_A 、 v'_A 、 w'_A 、 θ'_{xA} 、 θ'_{yA} 、 θ'_{zA} 、 u'_B 、 v'_B 、 \dots 、 θ'_{zB} 、分别为 AB 单元 A 、 B 节点在局部坐标系 $o'x'y'z'$ 中沿 x' 、 y' 、 z' 轴方向的位移和绕 x' 、 y' 、 z' 轴的转角, R'_{xA} 、 R'_{yA} 、 R'_{zA} 、 M'_{xA} 、 M'_{yA} 、 M'_{zA} 、 R'_{xB} 、 R'_{yB} 、 \dots 、 M'_{zB} 分别为 AB 单元 A 、 B 节点在局部坐标系 $o'x'y'z'$ 中沿 x' 、 y' 、 z' 轴方向的节点力和绕 x' 、 y' 、 z' 轴的节点力矩。经过所有单元相应坐标转换和拼装, 就得到总体平衡方程

$$[K_0] \{\delta\} = \{F_0\} \tag{8}$$

式中 $[K_0]$ 为总体刚度矩阵, $\{\delta\}$ 为总体节点位移向量, $\{F_0\}$ 为总体载荷向量。

四、空间多向接触摩擦间隙元

对于井眼中的钻柱来说, 有了方程 (8) 还不能求解。这是因为钻柱是一个非常细长的杆件, 至使方程 (8) 中的总体刚度矩阵出现奇异性, 使方程 (8) 无法求解。同时, 为了解决旋转钻柱与井壁之间的接触摩擦问题, 我们引入了空间多向接触摩擦间隙元(以后简称间隙元)。这种间隙元不仅解决了方程 (8) 中总体刚度矩阵的奇异性问题, 而且能模拟钻柱在井眼中的接触摩擦问题 (图3)。单元势能表达式为



$$\Pi_P = \int_L \frac{1}{2} \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dl + \frac{1}{2} \{\epsilon_1\}^T [A] \{\epsilon_1\} - \int_L \{q\} \{u\} dl - \{\delta\}^e \{P_0\} \tag{9}$$

式中右端第二项表示间隙元的势能, $\{\epsilon_1\}$ 、 $[A]$ 为间隙元的应变向量和刚度矩阵

$$\{\epsilon_1\} = [B_1] \{\delta\}^e \tag{10}$$

$[B_1]$ 为间隙元应变矩阵。接触摩擦条件变为

$$\begin{cases} |u_1| \leq \epsilon_0 \\ R_n \leq 0 \\ R_t = f \cdot |R_n| \end{cases} \tag{11}$$

图 3 间隙元示意图

Fig. 3 Illusketchion of the gap element

式中 $|u_i|$ 为间隙元径向位移的绝对值。方程 (4) 变为 $[K_i]^e \{\delta\}^e = \{F_o\}^e$ (12)

其中 $[K_i]^e = \int_L [B]^T [D] [B] dl + [B_i]^T [A] [B_i]$ (13)

方程 (8) 变为

$[K_i] \{\delta\} = \{F_o\}$ (14)

现在的总体刚度矩阵 $[K_i]$ 是非奇异性矩阵，完全可以求出位移值。

然而第一次求得方程 (14) 的解，一般不能满足钻柱与井壁之间的接触摩擦条件。为了得到满足这个条件的解，需要进行迭代运算。钻柱与井壁的接触摩擦条件包括接触位移和接触内力等条件，接触内力又包括法向接触反力和切向摩擦阻力。对某一个间隙元来说，接触状态必为下面两种可能的接触状态之一：

1. 脱开：钻柱没有靠在井壁上，即钻柱表面与井壁侧面没有接触；
2. 接触：钻柱靠在井壁上，即钻柱外圆与井壁在井眼圆周的某一个方向上相接触（相切）。其接触摩擦情况用间隙元来描述。

下面给出间隙元的接触位移和接触内力条件（表1）。表1中 EO_i 为第 i 个间隙元的初始间隙， v_i, w_i 是局部座标内的位移（图4）， ϵ 为一个小量，一般取为 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ ， R_i 是第 i 个间隙元的井壁对钻柱的法向反力， T_i 是摩擦力， m_i 是旋转钻柱与井壁接触处产生的摩擦阻力矩。

表 1 接触位移和接触内力条件
Table 1 The Condition of the Contact Displacement and Internal Force

接触状态		脱 开	接 触
接触条件			
位 移		$EO_i - \sqrt{V_i^2 + W_i^2} \geq \epsilon$	$ EO_i - \sqrt{V_i^2 + W_i^2} < \epsilon$
内 力		$R_i = 0$ $T_i = 0$ $m_i = 0$	$R_i \geq 0$ $T_i = f \cdot R_i$ $m_i = \frac{1}{2} D_i \cdot T_i$
间隙元平面		若 $V_i \geq 0, W_i \geq 0$ 时, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$	
内的位移	$\text{tg}\theta = \frac{W_i}{V_i}$	若 $V_i < 0, W_i \geq 0$ 时, $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$	
方向		若 $V_i < 0, W_i < 0$ 时, $\pi < \theta \leq \frac{3}{2}\pi$	
		若 $V_i \geq 0, W_i < 0$ 时, $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$	

求解过程是一个迭代过程，我们采用修正的牛顿迭代法，先从一个假定的接触状态出发，按照方程 (14) 求解，然后验证所得结果，看每个间隙元的位移和内力是否满足接触位移和接触内力条件，不满足时要根据位移值和初始间隙修改附加力。为了加速收敛，我们采用近似的梯度增量法修改附加力。其公式为

$P_{2i} = P_{1i} + \alpha \frac{\Delta P_{1i}}{\Delta S_{1i}} \Delta S_{2i}$ (15)

式中 P_{1i} 和 P_{2i} 分别为本次迭代前后的第 i 个间隙元的附加力， ΔP_{1i} 为前次迭代的第 i 个间隙元的

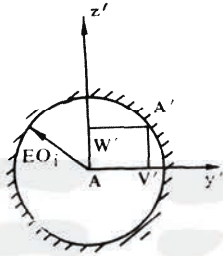


图4 节点位移

Fig. 4 Node displacement

附加力增量, ΔS_{1i} 和 ΔS_{2i} 为前次迭代前后所得到的位移增量, α 为小于1的修正系数。

然后, 根据修改后的附加力重新形成方程 (14) 中的右端项 $\{F\}$, 得到方程

$$[K_1]\{\delta\} = \{F\} \quad (16)$$

求解方程 (16), 再验证所得结果, 看是否满足接触位移和接触内力条件, 不满足时再修改附加力, 如此循环下去, 直到得出满足所有间隙元的接触位移和接触内力条件的解为止。

五、计算实例和结果分析

利用本文建立的整体钻柱三维静力学模型、空间多向接触摩擦间隙元及相应的有限元求解方法, 编制了钻柱力学分析工程软件。与钻头岩石相互作用模型结合起来, 在大庆油田作了五口井的钻后分析, 三口井的钻前设计和三口井的现场跟踪预测。实践证明, 计算结果与实际情况相符合 (表2)。

表2 中丁10-斜139井现场跟踪预测计算结果

Table 2 The Calculational Results of the Prediction in Zhong Ding 10-Sie139 Well

跟踪井段	井深 (m)	实测井斜角 (度)	实测方位角 (度)	井底反力 (kN)	钻头侧向力 (kN)		钻头倾角 (度)		
					变井斜力	变方位力	井斜方向	方位方向	
第一段	292	10.0	338.0	-139.5	-1.28	1.16	0.253	0.156	
	312			-139.5	-1.81	-0.14	0.245	-0.059	
	332			-139.6	-2.16	-0.39	0.241	-0.033	
	352	15.0	340.0	-139.7	-2.14	-0.36	0.243	-0.049	
	372			-139.3	-2.30	-0.45	0.240	-0.045	
	392			-139.1	-2.42	-0.48	0.240	-0.057	
	413			19.0	340.0				
第二段	537	24.0	341.0	-167.9	1.71	0.17	0.063	0.011	
	557			-169.0	0.99	0.01	0.068	0.051	
	577	23.8	342.0	-168.8	2.03	0.35	0.072	0.012	
	596			-170.3	0.82	0.18	0.070	0.039	
	597			-170.1	1.23	-0.02	0.057	0.044	
	627			-169.5	1.29	0.18	0.066	0.023	
	657			-169.1	1.16	0.13	0.068	0.023	
	687			-169.1	0.94	0.08	0.065	0.039	
	707								
	727			23.0	347.0				

表2给出中丁10-斜139井现场跟踪预测计算结果和实测结果, 现将两者作一比较, 表中第一段为增斜段, 跟踪预测长度为121米, 井斜角误差为0.322度, 每百米误差为0.266度;

方位角误差为0.472度，每百米误差为0.39度。第二段为稳斜段，跟踪预测长度为190米，井斜角误差为0.038度，每百米误差为0.02度；方位角误差为1.196度，每百米误差为0.629度。图5表示下部钻柱与井壁的接触状况。

我们对几口井的跟踪预测结果作了分析，井斜角平均每百米误差为0.16度，方位角平均每百米误差为0.8度。显然，井斜角误差很小，方位角误差稍大，主要是没有考虑钻柱的动态因素和地下复杂情况（如断层等），以及井眼直径选取不准所致。

现场实验证明本文提出的整体钻柱的力学分析是正确的，完全可以在钻井工程中应用。1986~1988年我们已在大庆油田进行了现场科研实验，于1989年进行了推广应用，取得了较好的效果。

六、结 论

1. 三维钻柱力学理论，在计算定向井井底反力，造斜力、方位力和钻头倾角时是行之有效的，可以作这些参数的定量分析，并有较高的精度。

2. 三维钻柱力学理论能够确定钻柱与井眼的接触位置和接触反力，为研究钻柱磨损、扩眼速度提供必要的数据库。

3. 三维钻柱力学理论能够较合理的分析钻具组合（扶正器个数、位置、型号以及钻铤的配置）和钻井参数对井底反力、造斜力、方位力和钻头倾角的影响。为进一步研究钻具组合优化和钻井参数优化奠定了基础。

4. 用三维钻柱力学理论编制的工程软件FADS—3D完全可以用于定向井井眼轨迹的设计和现场跟踪预测。

致谢 本文工作得到了张建群副教授的热情帮助和支持，得到了王守瑜同志的有力合作，在此表示衷心感谢。

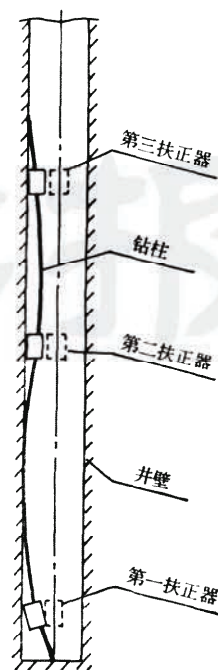


图5 下部钻柱与井壁的接触状况示意图

Fig.5 sketch of the contact state of the bottom drill-string with well wall

(本文收到日期1989年10月22日)

(编辑 王治同)

参 考 文 献

- [1] Lubinski, A. .Factors Affecting the Angle of Inclination and Dog-Legging in Rotary Bore Holes. Drilling and Production Prac. ,API. 1953
- [2] Millheim, K. ,et al. Bottom-Hole Assembly Analysis Using the Finite Element Method, JPI, 1978, PP. 265-274.
- [3] Michel Birades. Static and Dynamic Three-Dimension Bottomhole Assembly Computer Models. SPE Drilling Engineering, June, 1988.
- [4] 白家祉, 林小敏. 纵横弯曲法对钻具组合的二维分析. 石油学报, 1985, 第3期
- [5] 钟万镒等, 计算杆系结构力学, 水力电力出版社, 1980年

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THE CONTACT AND FRICTION OF A WHOLE DRILLPIPE STRING

Zhang Xuehong Chen Lunyuan Liu Jubao

(Daqing Petroleum Institute)

Abstract

The contact and friction of drill pipe string with the borehole wall in a directional well is a geometrically non-linear problem. The contact and friction as well as the torsional effect of a drill pipe string is studied in this paper. A three-dimensional quasi-static model of stress analysis of a whole drill pipe string and a spatial multi-directional contact and friction clearance element are established with the finite element method. The contact and friction of a drill pipe string with borehole wall and its deformation are analyzed and calculated with modified Newton iteration and approximate gradient increment of loading. Field tests have proved that the prediction of well trajectory with the proposed theory and model agrees with the after-drill measurement.

作者简介

张学鸿, 1943年生。1965年毕业于大连理工大学应用力学专业, 现为大庆石油学院机械系副教授。通讯处: 黑龙江省安达市大庆石油学院机械系, 邮政编码: 151400。