

产量递减方程的渗流理论基础

计秉玉*

(大庆石油管理局勘探开发研究院)

提 要

从相对渗透率曲线和物质平衡原理出发导出了双曲型、调和型和指数型产量递减方程式,论证了水驱油藏产量递减方程主要取决于油相相对渗透率曲线特性并进行了有关讨论。

主题词 产量递减 方程 相对渗透率曲线 物质平衡

1 前 言

油田全面开发以后,如果不采取有关增产措施(如压裂、转抽或换泵、钻新井等),原油产量必然会出现逐年递减趋势。因此,研究产量递减规律将是编制油田开发规划,合理安排增产措施工作量,实现原油高产稳产的基础与前提。在本世纪30年代以后,出现了以下三种重要的预测产量递减规律的经验公式(Arps产量递减方程)

指数递减方程

$$q(t) = q_i e^{-D_i t} \quad (1)$$

调和递减方程

$$q(t) = q_i / (1 + D_i t) \quad (2)$$

双曲递减方程

$$q(t) = q_i (1 + n D_i t)^{-\frac{1}{n}} \quad (3)$$

式中 q_i 为初始原油产量; D_i 为初始产油量递减率。

从递减率概念出发,以上三种递减形式均可由下式假设导出

$$D = \frac{dq(t)}{q(t)dt} = K[q(t)]^n \quad (4)$$

其中 $n=0$ 时为指数递减, $n=1$ 时为调和递减, $0 < n < 1$ 时为双曲递减。

由于以上三种递减方程为核心的产量递减分析,在油田开发中有着重要的作用,许多学者将其列为油藏工程的一个分支在教科书中出现,同时也有相当数量的研究成果在期刊上发表。但所有这些研究基本上都局限于如何判断递减类型及确定参数,而没有涉及到这些方程式成立的渗流力学依据方面的讨论,使人们至今还认为这三种产量递减方程完全是经验性的,限制

* 计秉玉,1983年毕业于长春地质学院,现任大庆石油管理局勘探开发研究院高级工程师。通讯处:黑龙江省大庆市。邮政编码:163712。

了这些方程式更广泛的应用。同时,由于缺乏理论指导,也造成了这些方程式的误用和滥用^[1]。

本文以渗流理论为依据,证明与讨论这些递减方程。

2 双曲型递减方程的渗流理论依据及导出

2.1 水驱油藏产量递减基本方程式

在注水保护地层压力情况下,如不考虑井间产量差异,根据渗流力学原理,产油量可写成下列形式

$$q(t) = \frac{2\pi K K_{ro}(S_w) h \cdot n}{B\mu_0} \cdot \frac{\Delta P}{\ln(Re/r_w) - 3/4 + S} \quad (5)$$

$$\text{令} \quad \alpha = \frac{2\pi K h \cdot n}{B\mu_0} \cdot \frac{\Delta P}{\ln(Re/r_w) - 3/4 + S} \quad (6)$$

$$\text{则} \quad q(t) = \alpha K_{ro}(S_w) \quad (7)$$

式中 K 为油层渗透率, μm^2 ; h 为油层厚度, m ; μ_0 为原油粘度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$; n 为生产井数; ΔP 为生产压差, Pa ; Re 为供油半径, m ; r_w 为井径, m ; S_w 为油层平均含水饱和度, 小数; $K_{ro}(S_w)$ 为油相相对渗透率, 小数; B 为原油体积系数; S 为表皮系数; $q(t)$ 为产油量, cm^3/s 。

在注采平衡情况下,有

$$\frac{dS_w}{dt} = \frac{q(t)B}{V\phi} \quad (8)$$

式中 V 为油层体积, cm^3 ; ϕ 为油层孔隙度, 小数。

(7)、(8)两式相结合,有

$$\frac{dS_w}{K_{ro}(S_w)} = \frac{\alpha B}{V\phi} dt \quad (9)$$

积分(9)式,得

$$\int_{S_{wc}}^{S_w} \frac{dS_w}{K_{ro}(S_w)} = \frac{\alpha B}{V\phi} dt \quad (10)$$

式中 S_{wc} 为初始时刻油层含水饱和度。

由此可见,只要知道水驱油田具有代表性的相对渗透率曲线 $K_{ro}(S_w) - S_w$, 通过(10)、(7)式就可推出产量递减方程表达式,这个递减方程式适用于压差不变,没有压裂改造和钻新井等措施下的产量递减分析。

2.2 双曲型递减方程式的渗流依据及导出

假设油相相对渗透率曲线呈幂函数形式,即

$$K_{ro}(S_w) = a(1 - S_w)^b \quad (11)$$

式中 a 、 b 为油相相对渗透率曲线形态参数。

将(11)式代入(10)式,有

$$\int_{S_{wc}}^{S_w} \frac{dS_w}{a(1-S_w)^b} = \frac{\alpha B}{V\phi} t \quad (12)$$

假设 $b \neq 1$ ($b=1$ 时相对渗透率曲线为直线形式,将在后面讨论),积分(12)式,有

$$(1-S_w)^{1-b} = \frac{(1-b)\alpha Ba}{V\phi} t + c \quad (13)$$

式中 c 为积分常数。

将(13)式代入(7)式,有

$$q(t) = \alpha \cdot a(1-S_w)^b = \frac{\alpha \cdot a}{\left[\frac{(1-b)\alpha Ba}{V\phi} t + c \right]^{\frac{b}{1-b}}} = A(1+Et)^N \quad (14)$$

式中 $A = \frac{\alpha \cdot a}{c}$, $E = \frac{(1-b)\alpha Ba}{V\phi c}$, $N = -\frac{b}{1-b}$ 。

令 q_i 表示初始产油量,则 $q_i = A$, (14)式变为

$$q(t) = q_i(1+Et)^N \quad (15)$$

从上式可推出递减率变化方程

$$D(t) = -\frac{dq(t)}{q(t)dt} = -\frac{EN}{1+Et} \quad (16)$$

显然,初始递减率

$$D_i = D(0) = -EN \quad (17)$$

将(17)式代入(15)式,得

$$q(t) = q_i \left(1 - \frac{D_i}{N} t \right)^N \quad (18)$$

令 $N = -\frac{1}{n}$, 则上式变为

$$q(t) = q_i (1 + nD_i t)^{-\frac{1}{n}} \quad (19)$$

上式就是矿场上人们经常使用的双曲型产量递减方程。

3 调和型递减方程的渗流理论依据及导出

假设油相相对渗透率曲线呈指数形式,即

$$K_{ro}(S_w) = ae^{-bS_w} \quad (20)$$

代入(10)式,有

$$\int_{S_{wc}}^{S_w} \frac{dS_w}{ae^{-bS_w}} = \frac{\alpha B}{V\phi} t \quad (21)$$

积分上式,有

$$e^{bs_w} = \frac{abaB}{V\phi}t + c \quad (22)$$

式中 c 为积分常数。

将(22)式代入(7)式,产油量可写成

$$q(t) = \alpha a e^{-bs_w} = \frac{\alpha a}{\frac{abaB}{V\phi}t + c} \quad (23)$$

令 q_i 为初始产量, $m = \frac{abaB}{V\phi c}$, 则

$$q(t) = \frac{q_i}{1 + mt} \quad (24)$$

从(24)式可推出产量递减方程

$$D(t) = \frac{m}{1 + mt} \quad (25)$$

显然,初始递减率 $D_i = m$, 代入(24)式,有

$$q(t) = \frac{q_i}{1 + D_i t} \quad (26)$$

上式就是调和型产量递减方程式。

4 指数型递减方程的渗流理论依据及导出

4.1 水驱油藏指数递减方程

假设油相相对渗透率曲线呈直线形式,(室内实验表明低渗透油田常常是这种情况),即

$$K_{ro}(S_w) = a - bS_w \quad (27)$$

将其代入(10)式,有

$$\int_{s_{wc}}^{s_w} \frac{ds_w}{a - bS_w} = \frac{aB}{V\phi}t \quad (28)$$

积分上式,有

$$\ln(a - bS_w) = -\frac{baB}{V\phi}t + c \quad (29)$$

将(29)、(27)式代入(7)式,得

$$q(t) = \alpha e^{c - \frac{baB}{V\phi}t} = A e^{-Dt} \quad (30)$$

式中 $A = \alpha e^c$, $D = \frac{baB}{V\phi}$ 。

令 q_i 为初始产量, 有 $A = q_i$, 则

$$q(t) = q_i e^{-Dt} \quad (31)$$

上式即为指数型递减方程, 显然 D 为递减率, 为一常数且与动用孔隙体积(或储量)成反比, 与油相相对渗透率曲线斜率 b 成正比。

4.2 封闭油田弹性驱动产油量递减方程

对于封闭、弹性驱动油田, 根据物质平衡方程式, 有

$$N_p B = C_e N B_i (P_i - P) \quad (32)$$

式中 $C_e = C_o + \frac{S_w}{S_o} C_w + \frac{1}{S_o} C_p$, 为综合弹性压缩系数; C_o 、 C_w 、 C_p 分别为油、水和岩石压缩系数; B_i 、 B 分别为原油初始体积系数和体积系数(压力 P 下); N_p 为累积产油量; P_i 、 P 分别为初始地层压力和地层压力。

(32)式对 t 微分, 有

$$\frac{dN_p}{dt} = - \frac{C_e N B_i}{B} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (33)$$

将 $q(t) = \frac{dN_p}{dt}$ 代入上式, 得

$$q(t) = - \frac{C_e N B_i}{B} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (34)$$

根据稳定流产量公式, 产量可写成

$$q(t) = n \cdot J (P - P_f) \quad (35)$$

式中 n 为井数; J 为采油指数; P_f 为油井流压。

(35)式对 t 微分, 假定 P_f 不变, 有

$$\frac{dq(t)}{dt} = nJ \frac{dP}{dt} \quad (36)$$

(34)、(36)相结合, 有

$$\frac{dq(t)}{dt} = - \frac{nJB}{C_e N B_i} q(t) \quad (37)$$

积分上式, 并令 $D = \frac{nJB}{C_e N B_i}$, 得

$$q(t) = q_0 e^{-Dt} \quad (38)$$

式中 q_0 为初始产油量。

因此, 在没有重大措施情况下封闭弹性驱动油藏产量以指数形式递减, 其递减的力学机制是随着原油的采出, 地层压力不断下降, 生产压差逐渐变小。产量递减率与动用地质储量成反比, 与采油指数成正比。

5 简要的讨论

1. 推导过程表明,产量递减方程仅适用于没有重大措施条件下((7)式中 α 为常数)的产量预测。而在油田开发过程中,由于压裂或转抽换泵、加强注水提高地层压力等措施,(7)式中 α 可能变化较大,这种情况下不能简单地使用产量递减方程进行建模和预测。产量递减方程在油田开发规划中的意义在于预测无措施情况下的产量变化趋势,然后在此基础上合理安排增产措施工作量,使整个原油产量构成达到规划目标要求。

2. 对于水驱油藏,如果生产压差等因素变化不大,造成原油产量递减的根本原因是随着含水饱和度的增加,油相相对渗透率下降。产量递减方程完全取决于油相相对渗透率曲线特性。因此,只要给定不同的油相相对渗透率方程,就能推导出相应的产量递减方程,或者说递减方程并不局限于前述三种形式。

致谢 本文完成过程中曾得到大庆石油管理局勘探开发研究院袁庆峰和赵永胜等同志的指导,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] H. C. 斯利德著,徐怀大译. 实用油藏工程方法. 北京:石油工业出版社,1982.
[2] 陈钦雷等. 油田开发设计与分析基础. 北京:石油工业出版社,1980.

(本文收到日期 1993-03-19)

(修改稿收到日期 1994-03-16)

(编辑 杨 茁)

THE FUNDAMENTALS OF SEEPAGE FLOW THEORY USED ON THE PRODUCTION DECLINE EQUATIONS

Ji Bingyu

(*Research Institute of Exploration and Development, Daqing Petroleum Administrative Bureau*)

Abstract

Based on relative permeability curve and material balance principle, hyperbolic, harmonic and exponential decline equations have been derived and the fact that decline equation on water-drive reservoir mainly depends on the characteristic of relative permeability curve for oil phase has been demonstrated, and also some other related discussions have been made in this paper. The results provided important fundamentals for the further understanding and correct use of production decline equations.

Key words production decline equation relative permeability curve material balance