

来流对 Al-Cu 合金三维树枝晶生长的影响 *

张显飞^{1,2)} 赵九洲¹⁾

1) 中国科学院金属研究所, 沈阳 110016

2) 沈阳理工大学材料科学与工程学院, 沈阳 110159

摘要 建立了模拟二元合金树枝晶生长的三维元胞自动机模型, 以 Al-4%Cu(质量分数) 为模型合金, 模拟了合金过冷熔体中树枝晶的生长过程, 研究了来流对枝晶生长的影响. 结果表明, 来流对合金过冷熔体中三维树枝晶生长影响显著, 迎流侧枝晶尖端生长速度随来流速度的增大而增大, 枝晶尖端半径随来流速度的增大而减小; 随着来流速度的增大, 枝晶尖端选择参数减小; 在给定过冷度条件下, 随界面能各向异性的增大, 来流对枝晶尖端选择参数的影响增强; 对于给定的合金 (或界面能各向异性), 来流对枝晶尖端选择参数的影响随着过冷度的增大而增强.

关键词 Al-Cu 合金, 三维树枝晶生长, 来流, 元胞自动机

中图分类号 TG111.4

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2012)05-0615-06

EFFECT OF FORCED FLOW ON THREE DIMENSIONAL DENDRITIC GROWTH OF Al-Cu ALLOYS

ZHANG Xianfei^{1,2)}, ZHAO Jiuzhou¹⁾

1) Institute of Metal Research, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016

2) School of Material Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159

Correspondent: ZHAO Jiuzhou, professor, Tel: (024)23971918, E-mail:jz Zhao@imr.ac.cn

Supported by National Natural Science Foundation of China (Nos.51071159, 51031003 and u0837601)

Manuscript received 2012-02-13, in revised form 2012-04-05

ABSTRACT The dendrite morphology is determined by the interaction between the capillarity effect and the transports of heat and solute, and is significantly altered by the presence of fluid flow during solidification. A lot of numerical models have been developed to investigate the effect of fluid flow on the dendritic growth of pure materials. But up to date, only a few researches were carried out on the effect of fluid flow on the dendritic growth of alloys. The effect of fluid flow on three dimensional (3D) dendrite tip selection parameter of alloys remains an unsolved scientific problem. A 3D cellular automaton (CA) model for dendritic growth of alloys was developed in this paper. 3D CA is solved in coupling with a momentum transport model in order to predict the evolution of dendritic morphology during solidification of alloys in the presence of flow. The dendrite growth with a forced flow in an undercooled melt of an Al-4%Cu (mass fraction) alloy was simulated. The effect of forced flow on dendritic growth was investigated. The results show that a forced flow affect the three dimensional dendritic growth of an alloy significantly. The growth of the primary and secondary arm in the upstream direction is much greater than that in the downstream direction. The growth direction of the primary arm perpendicular to the flow direction tilted into the upstream direction. The dendrite tip of the primary arm perpendicular to the flow direction shows an asymmetric morphology. The degree of the tilt and the asymmetry of the tip become stronger with the increase of the forced flow velocity. With the increase of the flow velocity the growth velocity of the upstream dendrite tip increases, the radius and the selection parameter of the upstream dendrite tip decrease. For a given undercooling, the effect of forced flow on the selection parameter of the upstream dendrite tip becomes stronger with the increase of the anisotropy of the interfacial energy. For a given alloy, the effect of forced flow on

* 国家自然科学基金项目 51071159, 51031003 和 u0837601 资助

收到初稿日期: 2012-02-13, 收到修改稿日期: 2012-04-05

作者简介: 张显飞, 男, 1976 年生, 博士生

DOI: 10.3724/SP.J.1037.2012.00069

the selection parameter of the upstream dendrite tip also becomes stronger with the increase of undercooling.

KEY WORDS Al-Cu alloy, 3D dendritic growth, forced flow, cellular automaton

有关液相无流动时树枝晶尖端的形态选择问题, 现已有较完善的理论模型, 它将枝晶尖端生长速度 (v_{tip}) 和半径 (R_{tip}) 表示成熔体过冷度和枝晶尖端选择参数 σ^* 的函数, 通常 σ^* 为常数. 对于传热控制的枝晶生长, $\sigma^* = 2d_0^\Gamma \alpha / R_{\text{tip}}^2 v_{\text{tip}}^{[1]}$, 式中, d_0^Γ 为热毛细长度, α 为热扩散系数. 如果液相有流动, 枝晶生长过程较复杂. Bouissou 和 Pelcé^[2] 分析了来流作用下二维枝晶的稳定性, 定义函数 $a_{2D}(Re)$

$$a_{2D}(Re) = \left(\frac{2Re}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\exp(-Re/2)}{\text{erfc}(\sqrt{Re/2})} \quad (1)$$

式中, $Re = UR_{\text{tip}}/\nu$ 为 Reynolds 数, U 为远场来流速度, ν 为运动学黏度.

Bouissou 和 Pelcé 认为, 当 $a_{2D}(Re)P_{uT} \ll P_T(R_{\text{tip}}/\lambda)$ 时 (其中, $P_{uT} = UR_{\text{tip}}/2\alpha$ 为流动 Péclet 数, $P_T = v_{\text{tip}}R_{\text{tip}}/2\alpha$ 为热 Péclet 数, λ 为远小于枝晶尖端半径的扰动波长), 来流对枝晶尖端选择参数没有影响, 当 $a_{2D}(Re)P_{uT} \gg P_T(R_{\text{tip}}/\lambda)$ 时, 没有流动与有流动条件下枝晶尖端选择参数满足

$$\frac{\sigma_0^*}{\sigma^*} = 1 + b\chi_{2D}^{11/14} \quad (2)$$

式中, σ_0^* 和 σ^* 分别为无流动和有流动时的枝晶尖端选择参数, b 为常数, $\chi_{2D} = \frac{a_{2D}(Re)Ud_0^\Gamma}{(15\varepsilon)^{3/4}v_{\text{tip}}R_{\text{tip}}}$ 为二维无量纲流动参数, ε 为界面能各向异性系数. 来流对三维枝晶的影响也可以用式 (2) 表示, 三维无量纲流动参数 $\chi_{3D} = \frac{a_{3D}(Re)Ud_0^\Gamma}{(15\varepsilon)^{3/4}\alpha P_T}$, $a_{3D}(Re) \approx -1/\ln(Re)^{[2,3]}$.

Bouissou 等^[4] 实验研究了来流作用下特戊酸枝晶的生长, 发现 σ^* 随来流速度增大而减小, 实验结果与以上理论分析结果相一致, 但 Lee 等^[5] 对丁二腈的枝晶生长实验却发现 σ^* 随来流速度增大而增大.

除实验和理论分析外, 研究人员也模拟研究了流动对枝晶生长的影响. Tong 等^[6,7] 和 Beckermann 等^[8] 用二维相场模型模拟了液相有流动时大过冷熔体中纯物质的自由枝晶生长, 模拟结果与理论分析吻合得很好. Tönhardt 和 Amberg^[9-11] 用相场法研究了自然对流和强制对流对丁二腈枝晶生长的影响. 结果表明, 模拟给出的枝晶生长速度随初始晶核的择优生长方向不同而不同, 并且生长速度与流动强度、过冷度和各向异性强度有关. Jeong 等^[12,13] 用相场法研究了流动对二维和三维枝晶生长的影响, 并将模拟结果与实验结果进行了对比分析. Chen 等^[14] 用相场法模拟了强制对流作用下的枝晶生长, 发现过冷度较大时, 模拟结果与 Oseen-IVantsov 解

吻合得很好; 过冷度低时, R_{tip} 和 v_{tip} 与实验结果相符. 继而, 研究了自然对流对沿不同方向生长的 v_{tip} 和枝晶形态的影响^[15], 发现 σ^* 随对流速度的增大而减小. Lu 等^[16] 用三维相场模型研究了流动对 v_{tip} 和 R_{tip} 的影响, 结果表明在所选择的流速范围内, σ^* 与流速关系不大.

以上均是针对纯物质枝晶的生长过程开展的. Zhu 等^[17] 和 Sun 等^[18] 用二维元胞自动机模型 (CA) 模拟了来流作用下 Al-Cu 合金树枝晶的生长, 结果表明来流速度很小时, 来流对二维 σ^* 没有影响. Yuan 和 Lee^[19] 及 Shi 等^[20] 模拟了流动对合金三维枝晶形态的影响. 然而, 目前尚未见有关来流对合金三维枝晶 σ^* 影响的模拟研究报道.

实际凝固过程中, 液相流动都是三维的, 与二维流动不同, 三维流动时熔体更容易绕过枝晶, 因此, 只有针对三维体系开展研究才能真正揭示来流对合金凝固过程中枝晶生长行为的影响. 本文建立了二元合金树枝晶生长的三维 CA 模型, 模拟研究了来流作用下 Al-4%Cu(质量分数) 合金过冷熔体中三维树枝晶生长的过程. 分析了来流对 v_{tip} , R_{tip} 和 σ^* 的影响.

1 模型

以二元合金为对象, 模拟研究来流作用下过冷熔体中的树枝晶生长过程. 计算区域为图 1 所示的立方体. 假设合金熔体恒温、等温、不可压缩, 枝晶生长由溶质扩散控制. 来流以恒定速度 U 从计算区域左侧流入, 从右侧流出, 其它各面均设为对称边界条件.

1.1 控制方程

假设固相静止, 液相流场控制方程为

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3)$$

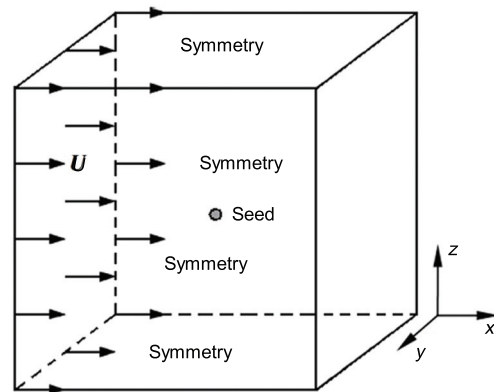


图 1 计算区域示意图

Fig.1 Schematic diagram of the simulation domain

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V_x \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla V_x) \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho V_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V_y \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla V_y) \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V_z \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla V_z) \quad (6)$$

溶质扩散控制方程为

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} c_i) = \nabla \cdot (D_i \nabla c_i) + c_L^* (1 - k_0) \frac{\partial f_S}{\partial t} \quad (7)$$

式中, ρ 为熔体密度, $\vec{V} = \vec{V}(V_x, V_y, V_z)$ 为流动速度, t 为时间, p 为压力, μ 为熔体动力学黏度, c_i 为溶质浓度, D_i 为溶质扩散系数, i 表示固相 (S) 或液相 (L), c_L^* 为界面平衡液相溶质浓度, k_0 为平衡溶质分配系数, f_S 为固相分数.

1.2 固/液界面平衡溶质浓度计算

假设固/液界面处满足热力学平衡, 溶质浓度可用下面两式计算:

$$c_L^* = c_0 + \frac{(T^* - T_L^{eq})}{m_L} +$$

$$\frac{\Gamma K [2F(\theta, \varphi) + \frac{\partial^2 F(\theta, \varphi)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F(\theta, \varphi)}{\partial \varphi^2}]}{m_L} \quad (8)$$

$$c_S^* = k_0 c_L^* \quad (9)$$

式中, c_0 为初始合金中溶质浓度, c_S^* 为界面平衡固相溶质浓度, T^* 为界面平衡温度, T_L^{eq} 为初始合金的平衡液相线温度, Γ 为 Gibbs-Thomson 系数, K 为固/液界面平均曲率, 这里假设在一个元胞内固/液界面的 2 个主曲率相等. $F(\theta, \varphi)$ 为界面能各向异性函数, m_L 为液相线斜率. 在球坐标系内, $F(\theta, \varphi)$ 可用下式计算 [21]:

$$F(\theta, \varphi) = 1 - 3\varepsilon + 4\varepsilon [\sin^4 \theta (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi) + \cos^4 \theta] \quad (10)$$

固/液界面平均曲率 K 用下式计算 [22]:

$$K = \frac{1}{\Delta s} \left(1 - \frac{2}{N+1} (f_S + \sum_{k=1}^N f_S^k) \right) \quad (11)$$

式中, Δs 为元胞尺寸, $N=26$ 为邻近元胞数, f_S^k 为邻近元胞的固相分数.

1.3 固/液界面生长速度和固相分数的计算

根据固/液界面处溶质守恒关系计算固/液界面法向生长速度 $v_n^{[23]}$

$$v_n c_L^* (1 - k_0) = (-D_L \nabla c_L|_I + D_S \nabla c_S|_I) \cdot \hat{n} \quad (12)$$

式中, $\hat{n} = \frac{\nabla f_S}{\|\nabla f_S\|}$ 为固/液界面法向量.

在 Δt 时间内, 固/液界面元胞 f_S 的增量为

$$\Delta f_S = v_n \Delta t / L_\phi \quad (13)$$

式中, L_ϕ 为沿固/液界面法向方向、经过元胞中心的线段长度, 如图 2 所示. 具体计算如下: 通过界面元胞的每一个顶点作一个平行于该元胞内固/液界面的平面, 设该界面元胞中心到通过元胞第 i 个顶点的平面的距离为 d_i , 则 L_ϕ 为 [24]

$$L_\phi = 2d_{\max} \quad (14)$$

式中, d_{\max} 为最大的 $d_i (i = 1, 2, \dots, 8)$.

2 计算方法

选用 Al-4%Cu 合金进行模拟, 合金的热物性参数见表 1, 界面能各向异性系数 ε 取 0.02. 将计算区域划分成均匀的立方体元胞, 元胞尺寸为 $1.5 \mu\text{m}$, 计算区域元胞数目为 $180 \times 180 \times 180$ 个. 初始时刻在计算区域中心放置一个晶核.

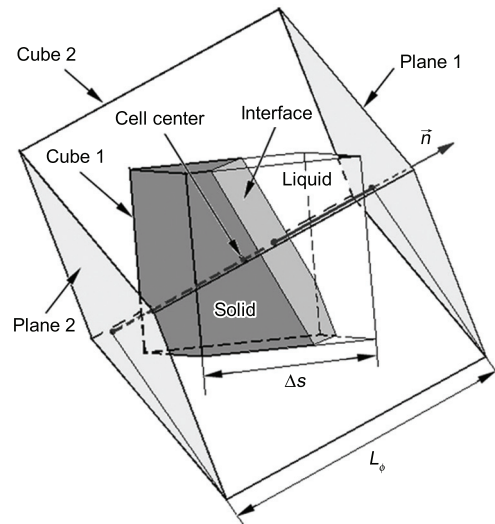


图 2 L_ϕ 计算示意图

Fig. 2 Illustration of the definition of L_ϕ (Cube 1 is an interfacial cell; cube 2 is the minimum envelopment cube of the interfacial cell; plane 1 and plane 2 of cube 2 parallel to the solidification interface; \hat{n} is the normal of the solidification interface, plane 1 and plane 2; L_ϕ equals to the edge length of cube 2; Δs is the cell size)

表 1 Al-Cu 合金的热物性参数

Table 1 Thermal physical properties of Al-Cu alloys

Symbol	Definition	Value	Ref.
ρ	Density	2600 g/cm ³	[23]
Γ	Gibbs-Thomson coefficient	2.4×10^{-7} m·K	[23]
k_0	Partition coefficient	0.17	[23]
D_S	Diffusivity in solid	3×10^{-13} m ² /s	[23]
D_L	Diffusivity in liquid	3×10^{-9} m ² /s	[23]
m_L	Liquidus slope	-2.6 K/%	[23]
μ	Liquid viscosity	1.4×10^{-3} Pa·s	[17]

3 结果与讨论

3.1 树枝晶形态

首先模拟了无流动时树枝晶的生长过程. 熔体无量纲过冷度 $\Delta = (T_L^{eq} - T_{melt})/|m_L|(1 - k_0)c_0$, T_{melt} 为熔体温度. 取 $\Delta=0.55$. 图 3 为 $t=0.12$ s 时的树枝晶形态. 可见, 在没有流动时, 树枝晶各个枝晶臂对称生长, 各个枝晶臂上均有二次枝晶生成. 图 4 显示了 v_{tip} 随时间的变化曲线. 当计算时间达到 0.06 s 时, 枝晶尖端生长达到稳态, 稳态生长速度为 $618 \mu\text{m/s}$. 图中也给出了 Lipton-Glicksman-Kurz(LGK) 模型^[25] 的预测结果, 计算结果与 LGK 模型预测结果吻合得很好. 模拟了不同过冷度条件下无流动时的枝晶生长过程, 计算的稳态生长时的 v_{tip} 和 R_{tip} 及 LGK 模型预测结果见图 5. 由图可知, 计算结果与 LGK 模型预测结果吻合的很好, 说明所建立的三维 CA 模型可以用来定量研究树枝晶的生长过程.

为了研究来流对枝晶生长的影响, 模拟了 $\Delta=0.55$, U 不同时, Al-4%Cu 合金树枝晶的生长过程. 图 6 为 $U=1$ mm/s, $t=0.1$ s 时的树枝晶形态和熔体流场. 由图可见, 熔体不仅可以从枝晶尖端绕过枝晶, 而且可从枝晶

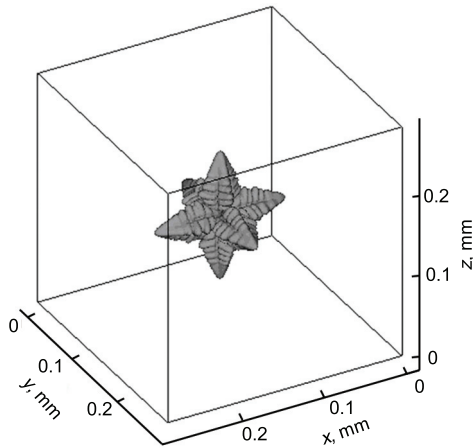


图 3 无来流时树枝晶形态

Fig.3 Calculated dendrite morphology without melt flow (the solidification time $t=0.12$ s)

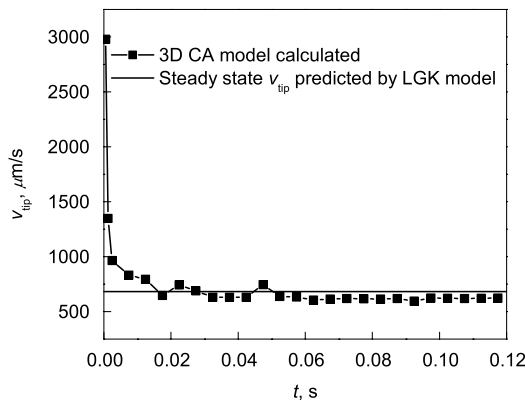


图 4 枝晶尖端生长速度 v_{tip} 随时间变化曲线

Fig.4 Evolution of dendrite tip velocity v_{tip} with time

臂之间的空隙流过. 迎流侧一次枝晶长度明显大于背流侧一次枝晶长度. 迎流侧二次枝晶发达, 背流侧二次枝晶生长受到抑制. 这是因为在迎流侧, 流动加快了溶质的传输, 枝晶尖端生长排出的溶质能够随流动快速传递到下游, 枝晶尖端溶质浓度降低, 促进了枝晶生长. 在背流侧, 溶质传输速度较慢, 枝晶尖端附近溶质富集, 使枝晶生长受到了抑制. 图 6 表明, 与来流方向垂直的枝晶向来流方向偏转. 这是由流动导致的枝晶尖端迎流侧和背流侧的溶质浓度场不对称造成的 (图 7).

3.2 来流对 v_{tip} 和 R_{tip} 的影响

图 8 为稳态生长时迎流 v_{tip} , R_{tip} 与 U 的关系. 由图可见, v_{tip} 随 U 的增大而增大, R_{tip} 随 U 的增大而减小. 这一现象可如下解释: D_S 远小于 D_L , 式 (12) 中固相内溶质传输项可以忽略, 因此, v_{tip} 与固/液界面前沿液相溶质浓度成反比、与界面前沿液相溶质浓度梯度成正比. 对于溶质控制的枝晶生长, 随着 U 的增大, 其流动 Péclet 数 ($P_{uc} = UR_{tip}/2D_L$) 增大, 流动导致的溶质传输作用

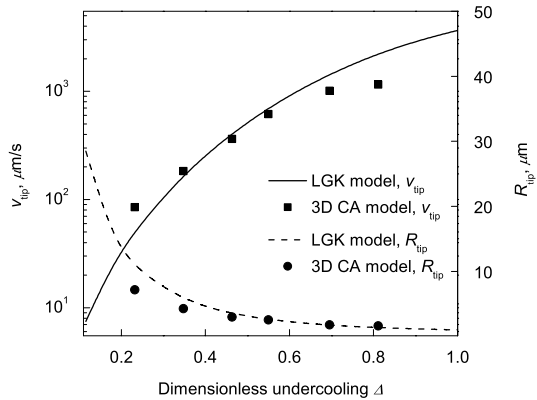


图 5 计算结果与 LGK 模型预测结果的对比

Fig.5 Comparison between the predictions given by LGK model and the numerical results for Al-4%Cu alloy (R_{tip} is the radius of dendrite tip)

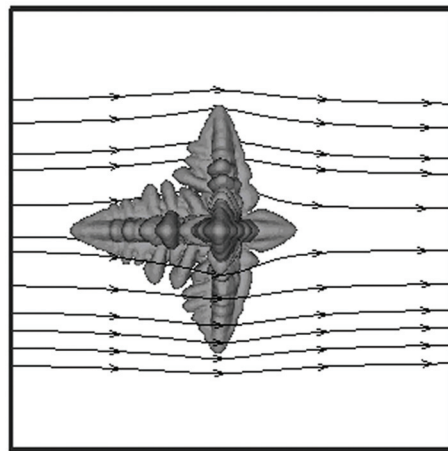


图 6 来流作用下树枝晶形态

Fig.6 Calculated dendrite morphology with forced melt flow (the forced flow velocity $U=1$ mm/s, $t=0.1$ s)

增强, 枝晶尖端液相溶质浓度降低, 而固/液界面前沿液相溶质浓度梯度随 U 的增大变化不大 (见图 9), 因此, 随着 U 的增大, 迎流侧 v_{tip} 增大.

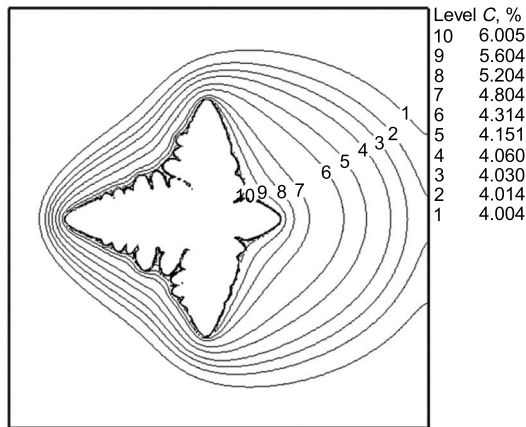


图 7 枝晶周围液相中溶质浓度分布

Fig.7 Solute concentration (C , mass fraction) profile in the liquid around the growing dendrite tip ($U=1$ mm/s, $t=0.1$ s)

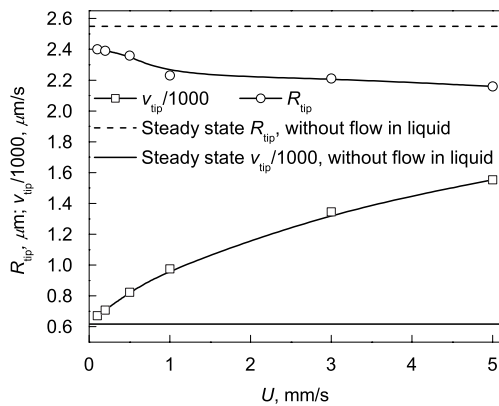


图 8 迎流 v_{tip} , 枝晶尖端半径 R_{tip} 随 U 的变化曲线
Fig.8 Variations of v_{tip} and R_{tip} with U

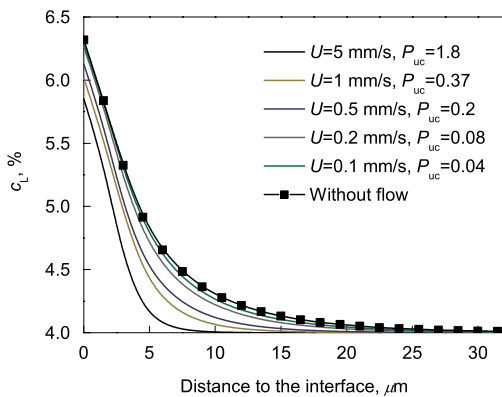


图 9 来流对枝晶尖端前沿液相溶质浓度的影响

Fig.9 Effect of the forced flow on the solute profile in the liquid ahead of the dendrite tip (P_{uc} is the flow Péclet number for solutal dendrite tip, c_L is solute concentration in the liquid ahead of the solid/liquid interface)

3.3 来流对 σ^* 的影响

对于溶质传输控制的三维枝晶生长, σ^* 可以用式 (15) 计算 [26], 有、无流动时 σ^* 的关系仍可以用式 (2) 表示, 但在计算 χ_{3D} 时, 需用溶质扩散系数代替热扩散系数, 即 $\chi_{3D} = \frac{a_{3D}(Re)Ud_0^S}{(15\varepsilon)^{3/4}D_L P_c}$, 其中, $d_0^S = \Gamma/[m_L c_0(1 - k_0)]$ 为溶质毛细长度.

$$\sigma^* = \frac{D_L \Gamma [1 - (1 - k_0) I v(P_c)]}{v_{tip} R_{tip}^2 |m_L| (1 - k_0) c_0} \quad (15)$$

$$I v(P_c) = P_c \exp(P_c) E_1(P_c) \quad (16)$$

式中, $P_c = v_{tip} R_{tip} / 2D_L$ 为溶质 Péclet 数, $I v(P_c)$ 为 Ivantsov 函数, $E_1(P_c)$ 为指数积分函数.

图 10 为计算给出的稳态生长时迎流侧枝晶尖端的 σ_0^*/σ^* 与 χ_{3D} 的关系. 由图可知, 在所研究的来流速度范围内, σ_0^*/σ^* 随 χ_{3D} 增大. 将计算结果用函数 $\sigma_0^*/\sigma^* = 1 + b\chi_{3D}^c$ 进行拟合发现: 1) 与传热控制的枝晶生长不同, 在传质控制的枝晶生长过程中, 式 $\sigma_0^*/\sigma^* = 1 + b\chi_{3D}^c$ 中的常数 b 和 c 依赖于熔体的过冷度和界面能各向异性 (图 10); 2) 对于给定的过冷度和界面能各向异性, 即使来流速度很小, 来流对 σ^* 也有显著影响. 这与以往对纯物质的研究结果是不同的. Jeong 等 [13] 模拟了 $\Delta=0.04$ 时, 来流对丁二膈 σ^* 的影响, 模拟结果显示, σ_0^*/σ^* 随来流速度增大缓慢增大, 当 $U=5$ mm/s 时, $\sigma_0^*/\sigma^*=1.05$ (图 11). 本文取与丁二膈相同的界面能各向异性系数, 在与 Jeong 等 [12] 所用相同过冷度条件下, 模拟了来流作用下 Al-4%Cu 枝晶的生长情况, 计算给出的稳态生长时迎流侧枝晶尖端的 σ_0^*/σ^* 与来流速度的关系如图 11 所示. 可见, 来流对传质控制的合金枝晶生长要比传热控制的纯物质枝晶生长的影响更显著. 当 $U=2$ mm/s 时 σ_0^*/σ^* 的值达到 1.04, 与丁二膈枝晶

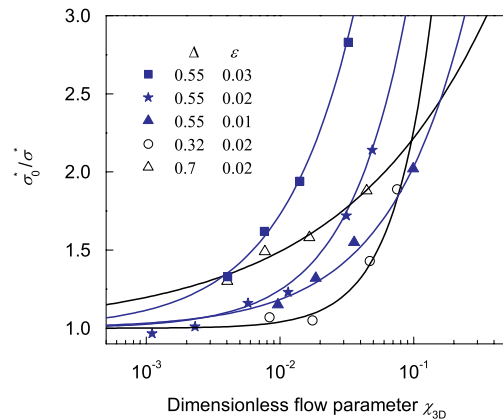


图 10 σ_0^*/σ^* 与 χ_{3D} 的关系

Fig.10 Calculated σ_0^*/σ^* vs dimensionless parameter χ_{3D} (Solid lines are the results obtained by fitting the numerical results with equation $\sigma_0^*/\sigma^* = 1 + b\chi_{3D}^c$, ε is the degree of the interfacial energy)

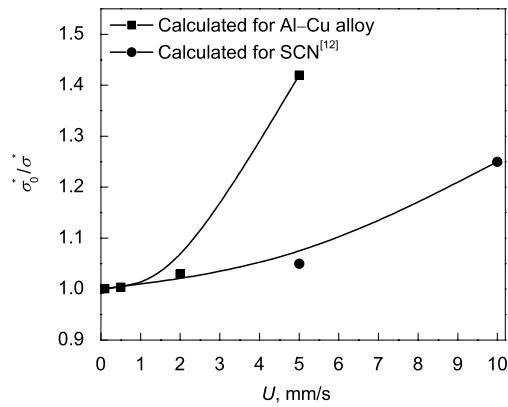


图 11 计算的 σ_0^*/σ^* 与来流速度的关系

Fig.11 Calculated σ_0^*/σ^* vs forced flow velocity ($\Delta=0.04$, $\varepsilon=0.0055$)

在 $U=5$ mm/s 条件下生长时 σ_0^*/σ^* 的值相当. 这一差别可解释为: 纯物质树枝晶生长由热扩散控制, 当来流影响到枝晶尖端前沿热边界层时, 就会影响枝晶生长和 σ^* ; 合金树枝晶生长主要取决于溶质传输过程, 当来流影响到枝晶尖端前沿溶质边界层时, 就会影响枝晶生长和 σ^* . 对于对流传热、传质过程, 通常可用 Prandtl 数 $Pr = \nu/\alpha$ 表示热量的对流传热与扩散传输的比值, 用 Schmidt 数 $Sc = \nu/D_L$ 表示溶质的对流传热与扩散传输的比值. 因为通常 α 远大于 D_L , 所以, 相对于热量传输, 对流对溶质传输过程影响更大.

4 结论

(1) 合金枝晶在来流作用下生长时, 迎流侧二次枝晶发达, 枝晶尖端生长速度随来流速度增大而增大; 背流侧二次枝晶受到抑制; 与来流方向垂直的枝晶臂向来流方向偏转.

(2) 与由传热控制的纯物质枝晶生长相比, 来流对由传质控制的合金枝晶生长过程影响更大, 即使来流速度很小, 也会导致合金三维枝晶尖端选择参数 σ^* 的明显改变.

(3) 随着来流速度增大, σ^* 减小. 在给定过冷度条件下, 来流对 σ^* 的影响随界面能各向异性的增大而增强; 对于给定的合金, 来流对 σ^* 的影响随着过冷度增大而增强.

参考文献

- [1] Langer J S, Müller-Krumbhaar H. *Acta Metall Mater*, 1978; 26: 1681
- [2] Bouissou P, Pelcé P. *Phys Rev*, 1989; 40A: 6673
- [3] Dash S K, Gill W N. *Int J Heat Mass Transfer*, 1984; 27: 1345
- [4] Bouissou P, Perrin B, Tabeling P. *Phys Rev*, 1989; 40A: 509
- [5] Lee Y W, Ananth R, Gill W N. *J Cryst Growth*, 1993; 132: 226
- [6] Tong X, Beckermann C, Karma A. *Phys Rev*, 2000; 61E: R49
- [7] Tong X, Beckermann C, Karma A, Li Q. *Phys Rev*, 2001; 63E: 061601
- [8] Beckermann C, Diepers H J, Steinbach I, Karma A, Tong X. *J Comput Phys*, 1999; 154: 468
- [9] Tönhardt R, Amberg G. *J Cryst Growth*, 2000; 213: 161
- [10] Tönhardt R, Amberg G. *Phys Rev*, 2000; 62E: 828
- [11] Tönhardt R, Amberg G. *J Cryst Growth*, 1998; 194: 406
- [12] Jeong J H, Goldenfeld N, Dantzig J A. *Phys Rev*, 2001; 64E: 041602
- [13] Jeong J H, Dantzig J A, Goldenfeld N. *Metall Mater Trans*, 2003; 34A: 459
- [14] Chen C C, Tsai Y L, Lan C W. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009; 52: 1158
- [15] Chen C C, Lan C W. *J Cryst Growth*, 2010; 312: 1437
- [16] Lu Y, Beckermann C, Ramirez J C. *J Cryst Growth*, 2005; 280: 320
- [17] Zhu M F, Lee S Y, Hong C P. *Phys Rev*, 2004; 69E: 061610
- [18] Sun D K, Zhu M F, Pan S Y, Raabe D. *Acta Mater*, 2009; 57: 1755
- [19] Yuan L, Lee P D. *Modell Simul Mater Sci Eng*, 2010; 18: 055008
- [20] Shi Y F, Xu Q Y, Liu B C. *Acta Phys Sin*, 2011; 60: 126101
(石玉峰, 许庆彦, 柳百成. 物理学报, 2011; 60: 126101)
- [21] Gurevich S, Karma A, Plapp M, Trivedi R. *Phys Rev*, 2010; 81E: 011603
- [22] Nastac L. *Acta Mater*, 1999; 47: 4253
- [23] Beltran-Sanchez L, Stefanescu D M. *Metall Mater Trans*, 2004; 35A: 2471
- [24] Zhang X F, Zhao J Z, Jiang H X, Zhu M F. *Acta Mater*, 2012; 60: 2249
- [25] Lipton J, Glicksman M E, Kurz W. *Mater Sci Eng*, 1984; 65: 57
- [26] Pan S Y, Zhu M F. *Acta Mater*, 2010; 58: 340

(责任编辑: 迟 美)