2010 年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目:材料力学

使用单位:中国科学技术大学 中国科学院部分院所

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

一、简要回答下列问题（每小题 6 分，共 36 分）

1. 何谓内力，何谓应力？
2. 何谓小变形假设，此假设在材料力学中有何作用？
3. 何谓圣维南原理？
4. 何谓纯弯曲平面假设？
5. 何谓压杆的临界载荷？
6. 何谓材料的持久极限，何谓构件的持久极限？

二、简单题（共 49 分）

1. 试求出如图 1 所示截面的形心主惯性矩 I_z（9 分）。

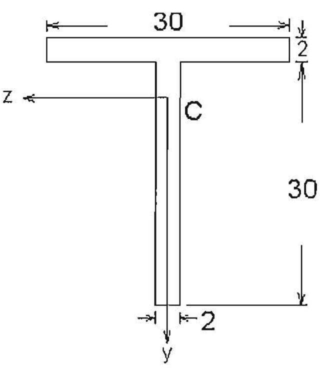


图 1

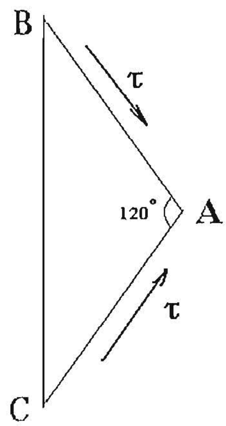


图 2

2. 如图 2 所示等腰三角形的无限小单元，AB、AC 两边的应力已知，求 BC 边的应力，画出应力圆，并求出两个主应力（用 τ 表示）（9 分）。

3. 已知梁的弯矩图（图 3）如下，试作梁的载荷图和剪力图（9 分）。

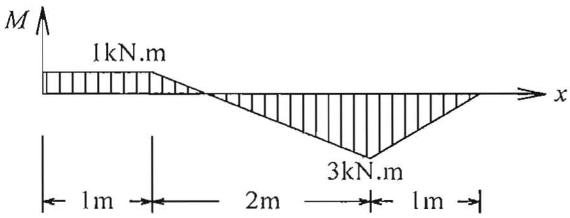


图 3

4. 如图 4 所示两杆的长度 l、面积 A 和 EI 相同，铰接后简单支承在铰支坐上（沿水平面），在中间 C 点沿图示方向加一集中力 P，求其临界值（10 分）。

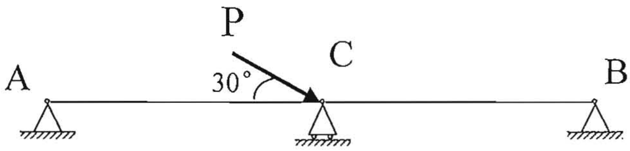


图 4

5. 如图 5 所示，螺钉在拉力 P 作用下,已知材料的剪切许用应力[τ]和拉伸许用应力[σ]之间的关系约为[τ]=0.6[σ]。试求螺钉直径 d 与钉头高度 h 的合理比值（12 分）

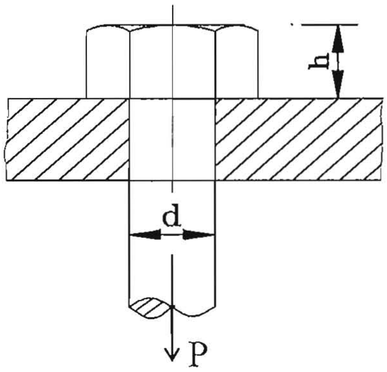


图 5

三、计算题（共 65 分）

1. 如图 6 所示直径 d=40cm，长为 l=6m 的圆木桩，顶端固定，一重力为 W = 2 kN 的重锤由下向上撞击木桩，当重锤距离木桩底部为 H=2m 时，其速度为 v=7m/s。求桩内的最大正应力。已知木材的弹性模量 E = 10 Gpa（21 分）。

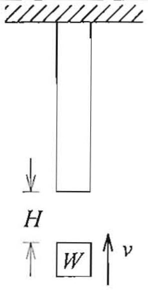


图 6

2. 如图 7 所示为由相同材料（E 已知）制成的两管，两端固支，横截面面积 A、截面惯性矩 I、热膨胀系数 α 均为已知，当温度变化为 ΔT 时，

(1) 计算图(a)所示管中的内力；
(2) 计算图(b)所示管中 C-C 截面处的内力；
(3) 根据计算结果说明该问题在工程中的意义（22 分）。

图 7

3. 直径为 d 长度为 l 的实心短圆轴（l=1.5d），自由端 B 处受横向力 P 作用（如图 8 所示）。试作出 AB 轴的弯矩图、剪力图和扭矩图，指出危险截面和危险点。若轴材料的许用应力为[σ]，给出按第三强度理论校核该轴强度的表达式（以 P、d 和[σ]表示）。（22 分）

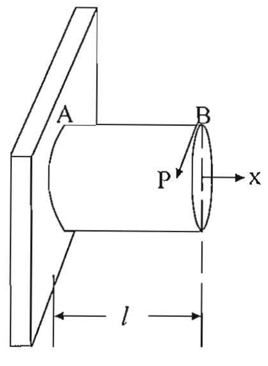


图 8

2010年硕士学位研究生入学考试试题标准答案

考试科目:材料力学

使用单位:中国科学技术大学 中国科学院部分院所

一、简要回答下列问题（每小题 6 分，共 36 分）

1. 何谓内力，何谓应力？

内力：外力作用引起变形，变形引起的物体内各部分之间相互作用的改变量。

应力：在某截面一点的邻域内，若其上分布内力的合力与邻域面积的比值当面积趋于无穷小时存在极限，则此极限称为该点在相应平面上的应力。

2. 何谓小变形假设，此假设在材料力学中有何作用？

构件变形的大小远小于物体的原始尺寸，这称为小变形假设。由此假设即可忽略变形对平衡和运动的影响，从而使问题大大简化。

3. 何谓圣维南原理？

作用在物体表面小面积上的外力被一静力等效的力系代替，只引起作用力附近局部应力和变形的变化，稍远处可忽略不计。

4. 何谓纯弯曲平面假设？

变形前原为平面的梁的横截面变形后仍保持为平面，并仍然垂直于变形后的梁的轴心线，且绕中性轴作一转动。

5. 何谓压杆的临界载荷？

使压杆产生微小弯曲的最小轴压力。

6. 何谓材料的持久极限，何谓构件的持久极限？

材料的持久极限：对标准试件进行纯弯曲对称循环疲劳试验，当循环次数趋向于无穷时，所对应的最大应力称为材料的持久极限。

构件的持久极限：非标准试件在循环加载条件下得到的持久极限，称为构件的持久极限。

二、简单题（共 49 分）

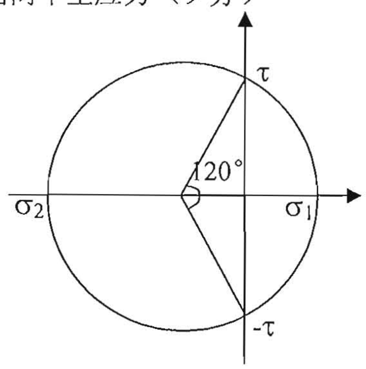
1. 试求如图所示截面的形心主惯性矩 I_z（9 分）。

$$c=\frac{\sum A_i c_i}{\sum A_i}=\frac{10\times1\times5+10\times1\times(-0.5)}{10\times1+10\times1}=2.25(mm)$$

$$I_z=\sum\int_{A_i}y^2dA_i=1\times\int_{-2.25}^{7.75}y^2dy+10\times\int_{-3.25}^{-2.25}y^2dy$$

$$=\frac{1}{3}\left(7.75^3+2.25^3\right)+\frac{10}{3}\left(-2.25^3+3.25^3\right)=235.41\dot{6}\left(mm^4\right)$$

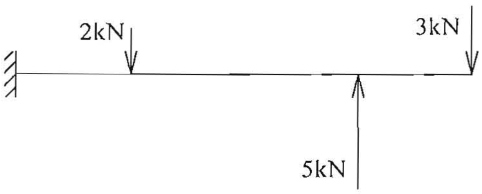
2. 画出应力圆，并求出两个主应力（9 分）



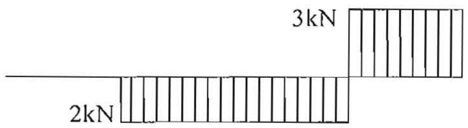
圆心：$-\frac{\sqrt{3}\tau}{3}$；半径：$R=\frac{2\sqrt{3}\tau}{3}$；$\sigma_1=\frac{\sqrt{3}\tau}{3}$，$\sigma_2=-\sqrt{3}\tau$

3. 已知梁的弯矩图，试作梁的载荷图和剪力图（9 分）。

载荷图：



剪力图：



4. 求临界载荷（10 分）。

考察两杆的平衡可知，BC 杆承受 $P/2\cos 30^0$ 的压力，且简支，所以临界力为

$$P_{cr}=\frac{4\sqrt{3}\pi^2EI}{3l^2}$$

5. 求螺钉直径 d 与钉头高度 h 的合理比值（12 分）

当螺钉杆和螺钉头内的应力同时达到各自的许用应力时，***d*** 和 ***h*** 之比最合理。螺钉杆的拉伸强度条件为

$$\sigma=\frac{N}{A_1}=\frac{4P}{\pi d^2}\le[\sigma]$$

螺钉头的剪切强度条件为

$$\tau=\frac{Q}{A_2}=\frac{P}{\pi dh}\le[\tau]$$

上二式相比，得 $\dfrac{[\tau]}{[\sigma]}=\dfrac{d}{4h}=0.6$ 。所以 d/h=2.4

螺钉杆直径 d 与螺钉头高度 h 的合理比值为 2.4。

三、计算题（共 65 分）

1. 求桩内的最大正应力（20 分）。

$$A=\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{\pi\times 0.4^2}{4}=0.04\pi=0.1257m^2$$

$$\Delta_d=\frac{P_d l}{EA}，\ \Delta_s=\frac{mgl}{EA}=\frac{2k\times 6}{10G\times 0.04\pi}=9.55\times 10^{-6}m$$

$$\frac{1}{2}mv^2=mg(H+\Delta_d)+\frac{1}{2}\Delta_d P_d=mg(H+\Delta_d)+\frac{1}{2}\Delta_d^2\frac{EA}{l}$$

$$\Delta_d^2+2(H+\Delta_d)\frac{mgl}{EA}-\frac{v^2}{g}\cdot\frac{mgl}{EA}=\Delta_d^2+2(H+\Delta_d)\Delta_s-\frac{v^2}{g}\Delta_s=\Delta_d^2+2\Delta_s\Delta_d+\left(2H-\frac{v^2}{g}\right)\Delta_s=0$$

$$\Delta_d=\frac{-2\Delta_s+\sqrt{4\Delta_s^2-4\left(2H-v^2/g\right)\Delta_s}}{2}=\Delta_s\left(\sqrt{1+\frac{v^2/g-2H}{\Delta_s}}-1\right)$$

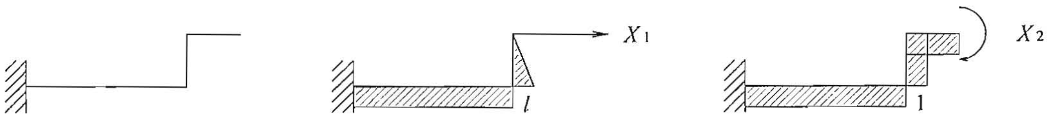
$$K_d=\sqrt{1+\frac{v^2/g-2H}{\Delta_s}}-1=\sqrt{1+\frac{7^2/9.8-2*2}{9.55\times 10^{-6}}}-1=322.6$$

$$\sigma_d=\frac{P_d}{A}=\frac{\Delta_d EA}{l}\cdot\frac{1}{A}=\frac{\Delta_s K_d E}{l}=\frac{9.55\times 10^{-6}\times 322.6\times 10G}{6}=5.13MPa$$

2. 求内力（22 分）。

(1) $\dfrac{P}{EA}\cdot 8l+\alpha\Delta T\cdot 8l=0$， $P=-EA\alpha\Delta T$

(2) 下面第一幅图为静定基。由对称性，可以判断此问题为二次超静定问题。



$$\delta_{11}=\frac{10l^3}{3EI}，\ \delta_{12}=\frac{7l^2}{2EI}，\ \delta_{22}=\frac{5l}{EI}$$

$$\begin{cases}\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\alpha\Delta T\cdot 4l=0\\ \delta_{12}X_1+\delta_{22}X_2=0\end{cases}，\quad \begin{cases}\dfrac{10l^3}{3EI}X_1+\dfrac{7l^2}{2EI}X_2+\alpha\Delta T\cdot 4l=0\\ \dfrac{7l^2}{2EI}X_1+\dfrac{5l}{EI}X_2=0\end{cases}$$

$X_1=-\dfrac{240EI\alpha\Delta T}{53l^2}$， $X_2=\dfrac{168EI\alpha\Delta T}{53l}$

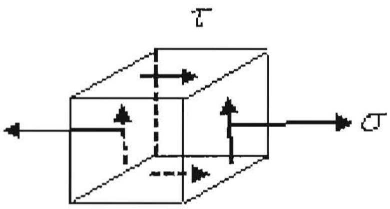
(3) $\left(\dfrac{240EI\alpha\Delta T}{53l^2}\right)\Big/\left(EA\alpha\Delta T\right)=\left(\dfrac{240I}{53l^2}\right)\Big/A$，对于细长杆，这是一个远小于 1 的数，说明(b)可以大幅度地减小由于温度变化所造成的影响。

3. 给出按第三强度理论校核该轴强度的表达式（22 分）。

$$\tau_{扭}=\frac{T}{W_p}=\frac{P\frac{d}{2}}{\pi d^3/16}=\frac{8P}{\pi d^2}$$

$$\tau_{剪}=\frac{4}{3}\frac{Q}{A}=\frac{16}{3}\frac{P}{\pi d^2}$$

$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{32P}{\pi d^3}\sqrt{\ell^2+d^2}$$



第一危险点（弯扭组合）

$$\sigma_{\substack{1\\3}}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}=\frac{\sigma}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2+4\tau_{扭}{}^2}$$

$$=\frac{16P\ell}{\pi d^3}\pm\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{32P\ell}{\pi d^3})^2+4(\frac{8P}{\pi d^2})^2}=\frac{16P\ell}{\pi d^3}\pm\frac{8P}{\pi d^3}\sqrt{4\ell^2+d^2}$$

$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{16P}{\pi d^3}\sqrt{4\ell^2+d^2}=\frac{16\sqrt{10}P}{\pi d^2}$$

第二危险点（扭剪组合）

$$\tau_{\max}=\tau_{扭}+\tau_{剪}=\frac{40}{3}\frac{P}{\pi d^2}$$

$$\because\ \frac{16\sqrt{10}P}{\pi d^2}>\frac{40}{3}\frac{P}{\pi d^2},$$

$\therefore$校核该轴强度的表达式为$\dfrac{16\sqrt{10}P}{\pi d^2}<[\sigma]$