

一种油田开发指标预测的新方法

——中心差分建模理论及应用

常军 朗兆新 阎熙照

(中原石油勘探局) (石油大学) (石油工业出版社)

提 要

在进行差分方程理论和现代控制理论研究基础上,提出了“中心差分建模理论和方法”。该方法具有模型级自适应与参数时变性的特点,可适用于油区中,长期规划时开发指标的预测。与灰色预报模型进行对比研究,由于灰色预报模型只考虑了因变量与自变量的关系,仅仅建立了一个时间序列的函数,它要求原始时序规律性较强,这就对信息量有所限制,经矿场实际数据验证,其预报精度较中心差分预测模型要差,预报的时间要短。中心差分建模的模型即考虑了因变量与自变量的关系,又考虑了自变量与其本身过去的关系,是用原始数据直接建模,它既可进行时间序列的预报,又可进行动态系统的分析和控制。

主题词 模型 预测 差分方程 油田开发 动态分析

1 前 言

预测论在社会生活,科研生产等各个方面有着广泛的应用范围。在油田动态预测中,近十年来,对预测问题的研究发展很快,涉及的预测理论也日益深入。从不同的角度出发,根据不同的科学理论,研究并建立了油田各种动态预测方法对指导油田生产起到了重要作用。油田开发指标是描述动态系统状态变化的变量,如产油量、含水率、剩余可采储量及含油饱和度等等。在这个系统中的输出变量只有产液量、油层压力可测试计量,其它变量都不具有能控性和能观性。由于油区内各区块的生产历史不同,其所处开发阶段不同,有些油田已进入严重递减阶段,而另一些新区块却在上产阶段。采用同一套模型进行预测,显然是不科学的。因此,本文总结和分析了大量的矿藏资料,将传统的经验性预测方法和现代系统工程理论结合,提出了一种油田开发指标预测的新方法。

油田开发指标预测既是油田未投入正式开发前方案编制必做的工作,又是油田投入开发后方案调整中所需的基础数据指标。显然,没有一个较理想的预测结果是绝不会产生一个最优决策的,也不会有最优油田开发方案。研究与事实表明,油田动态系统的本质是复杂的、非确定性的,系统的随机特性决定了采用经典动力学原理(如驱替曲线法)和还原论所建立的确定性模型(如数值模拟法)预测功能的有限性,随着油田开发形势的发展和储量参数研究的不断深入,对油田开发指标预测的精度要求也越来越高。因此,在获取有限资料允许范围内,应用现代控制理论和方法,研究建立适合油田动态体系特点的开发指标预测随机性预测模型有着迫切

• 常军,1984年毕业于大庆石油学院,1994年获北京石油大学研究生院硕士学位。现任中原石油勘探局工程师。通讯处:河南省濮阳市中原油田投资管理中心。邮政编码:457001。

的现实意义。本文提出的中心差分建模预测的方法,经实践的预测检验获得较满意的结果。

2 中心差分建模原理及解法

2.1 建模方法的提出

为描述同动态系统内部的物质交换过程的本质,常需要建立微分方程时间连续模型。邓聚龙教授提出了微分方程时间连续模型建立一种灰色系统 CM(N,H)模型及其累加生成建模理论^[1]。该方法在进行一步预测时较为成功,但是总的说来也有不足,对于呈指数规律的时间序列预测较为适宜,但用于动态分析易偏离真实情况,且不直观。美国学者 T.C. Hsia 曾讨论了微分方程时间连续模型^[2]:

$$\frac{d^n X(t)}{dt^n} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{n-i} X(t)}{dt^{n-i}} = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \frac{d^i u(t)}{dt^i} \quad (1)$$

提出使用状态变量滤波器,并要求使用滤波信号采样的办法来获取 $X(t)$ 和 $u(t)$ 的导数信号,但是对于怎样选择滤波器没有给出进一步描述。赵士鹏教授在此基础上作了进一步工作,提出了建立微分方程时间连续模^[3]

$$\frac{d^n X_1}{dt^n} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{n-i} X_1}{dt^{n-i}} = \sum_{i=2}^h b_i X_i \quad (2)$$

提出直接用原始数据建模,即用 n 阶中心差分 $\delta^n x_1(\tau)$ 近似导数信号 $|d^n X_1/dt^n| = \tau_n$, 并证明给出下述等效离散模型^[4]

$$\delta^n X_1(\tau) + \sum_{i=1}^n a_i \delta^{n-i} X_1(\tau) = b_0 + \sum_{i=1}^{k-1} b_i X_{i-1}(\tau) + \varepsilon(\tau) \quad (3)$$

但对模型参数 a_i, b_i 的系统辨识和系统的分析、控制的问题没有进一步深入。本文在上述研究成果基础上,用中心差分方法近似导数信号,给出详细的构模步骤和应用于油田开发指标预测的实例分析。

2.2 中心差分模型的原理

对给定的时间序列 $\{X_i(t)\}, t=0, 1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, k$, 可直接建立 n 阶的微分方程的时间连续型

$$\frac{d^n X_1}{dt^n} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{n-i} X_1}{dt^{n-i}} = b_0 + \sum_{i=1}^{k-1} b_i X_{i-1} \quad (4)$$

因为连续系统微分模型建立的关键是对导数信号的处理工作,想要通过测量系统输入—输出信号的时间导数通常难以做到,而用 n 阶差分近似 n 阶导数就可简单有效地解决这个问题。首先我们来说明为何选取中心差分的方法,为了简洁地描述高阶差分方程的模型,引入向前和向后位移算子 Q 和 Q^{-1} , 如果 $X(t)$ 表示序列 $\{X(t)\}$ 在时刻 t 的值, $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$, 那么 $QX(t)$ 就表示序列在时刻 $t+1$ 的值, $Q^{-1}X(t)$ 表示序列在 $t-1$ 时刻的值。由文献 5 可知^[5]: 向前差分模型可等价写成

$$\begin{bmatrix} D_R(q) \\ N_R(q) \end{bmatrix} X(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} t \geq 0 \quad (5)$$

$\{y(t)\}$ 带有适当的初始条件, $D_K(q)$ 是满秩方阵, 对单输入情形

$$q^n y(t) = \frac{1}{a_0} \bar{L}\psi(q)y(t) + \frac{1}{a_0} u(t) \geq 0 \quad (6)$$

现在定义状态向量 $X(t) = \Psi(q), Y(t) = [y(t+n-1), \dots, y(t)]^T$
 于是模型可以立即表示成状态空间形式

$$X(t+1) = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{a_0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{a_n}{a_0} \\ 1 & & & & & \\ & \cdot & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & 1 & 0 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{a_0} \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} u(t) \quad (7)$$

我们看到上边状态空间模型具有控制器形式, 控制器形式的状态空间模型与向前差分算子表达式以及系统的传递函数的系数之间有简单的一一对应关系, 但却是对应系统的某一时段。向后差分算子表达式对应于能观的状态空间模型, 这是上述建立右差分算子表达式对应能控状态空间模型这一事实的对偶结果。状态空间模型为

$$X(t+1) = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{a_0} & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \frac{a_n}{a_0} & 0 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} \frac{b_1}{a_0} \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{b_n}{a_0} \end{bmatrix} u(t) \quad (8)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] X(t)$$

对于多维情形, 其维数

$$n = \sum_{i=1}^m k_i = \text{deg. } D_1(q)$$

模型的结构形式为(以 $m=3$ 为例)

$$Y(t) = \left[\begin{array}{c|c|c} [D0^{-1}].1 & [D0^{-1}].2 & [D0^{-1}].m \end{array} \right] X(t) \quad (9)$$

$$X(t+1) = \left[\begin{array}{c|c|c} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \hline -[D0^{-1}].1 & -[D0^{-1}].2 & -[D0^{-1}].n \\ \hline \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \right] X(t) + N_v(t) \quad (10)$$

其中 $[\cdot]_i$ 表示第 i 列,证明(略)。

至此我们可知只要适当选择初始值,模型对所有的 $t \geq 0$ 都成立。只是向后差分在系统某一时刻有一一对应的关系,因此我们使用中心差分模型的方法,作为统一的时刻。由一般的离散化方法可知,若 $\Delta t/T_{\min} \approx 1/5 \sim 1/10$ 时,就可使用离散化方法^[6]。

由于前者对应某一阶段,后者对应某一时刻,在灰色建模中用向后差分近似导数信号其时间难以统一。所以取时段中点作为它们的统一时刻,即用 n 阶中心差分 $\delta^n X_1(\tau)$ 近似导数信号 $|d^n x_1/dt^n| = \tau$ 。下面的问题就是系统辨识估计(4)式中的参数向量 Λa ,用 K 阶中心差分 $\delta^k X_1(\tau)$ 近似代替 τ 时刻 x_1 的导数信号 $d^k x_1/dt^k|_{t=\tau}$,则在 τ 时刻(4)式变为下述等效离散模型

$$\delta^n X_1(\tau) + \sum_{i=1}^n a_i \delta^{n-i} X_1(\tau) = b_0 + \sum_{i=1}^{k-1} b_i X_{i+1}(\tau) + \varepsilon(\tau) \quad (11)$$

对于(11)式取 $\tau = n/2, n/2+1, \dots, N-n/2$ 。

依据最小乘法原理使 $\sum \varepsilon^2(\tau) \rightarrow \min$,故(11)式成立。

2.3 计算方法及步骤

对于建立的 n 阶微分方程的时间连续型

$$\frac{d^n X_1}{dt^n} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{n-i} X_1}{dt^{n-i}} = b_0 + \sum_{i=1}^{k-1} b_i X_{i+1} \quad (12)$$

输出变量的原始数据列 $\{X_1(t)\}_{t=0,1,2,3,\dots,n}$ 。以其 n 阶中心差分作为 $d^n x_1/dt^n$ 的近似值。

中心差分递推公式:

一阶中心差分 $\delta x_1(k+1/2) = x_1(k+1) - x_1(k)$

二阶中心差分 $\delta^2 x_1(k+1/2) = \delta x_1(k+1/2) - \delta x_1(k-1/2)$

.....

n 阶中心差分:

n 为偶数 $\delta^n x_1(k) = \delta^{n-1} x_1(k+1/2) - \delta^{n-1} x_1(k-1/2)$

n 为奇数 $\delta^n x_1(k+1/2) = \delta^{n-1} x_1(k+1) - \delta^{n-1} x_1(k)$

设微分方程的系数向量为 $\Lambda a = [a_1, a_2, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_{n-1}]^T$

则系数向量 Λa 可通过下列算式求取。

$$\Lambda a = [(A; B)'(A; B)]^{-1}(A; B)'Y_n$$

A 和 B 矩阵又由以下的中心差分值组成

$$A = \begin{bmatrix} -\delta^{n-1} x_1\left(\frac{n}{2}\right) & -\delta^{n-2} x_1\left(\frac{n}{2}\right) & \cdots & -x_1\left(\frac{n}{2}\right) \\ -\delta^{n-1} x_1\left(\frac{n}{2}+1\right) & -\delta^{n-2} x_1\left(\frac{n}{2}+1\right) & \cdots & -x_1\left(\frac{n}{2}+1\right) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\delta^{n-1} x_1\left(N-\frac{n}{2}\right) & -\delta^{n-2} x_1\left(N-\frac{n}{2}\right) & \cdots & -x_1\left(N-\frac{n}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & x_2\left(\frac{n}{2}\right) & x_3\left(\frac{n}{2}\right) & \cdots & x_k\left(\frac{n}{2}\right) \\ 1 & x_2\left(\frac{n}{2} + 1\right) & x_3\left(\frac{n}{2} + 1\right) & \cdots & x_k\left(\frac{n}{2} + 1\right) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_2\left(N - \frac{n}{2}\right) & x_3\left(N - \frac{n}{2}\right) & \cdots & x_k\left(N - \frac{n}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$Y_n = [\delta^{(i)}x_1(n/2), \delta^{(i)}x_1(n/2+1), \cdots, \delta^{(i)}x_1(N-n/2)]^T$$

当 n 为偶数时, 对奇数 i , 取 $\delta^{(i)}x_1(k) = [\delta^{(i)}x_1(k-1/2) + \delta^{(i)}x_1(k+1/2)]/2$, ($k=n/2, n/2+1, \cdots, N-n/2$)。

当 n 为奇数时, 对偶数 i , 取 $\delta^{(i)}x_1(k) = [\delta^{(i)}x_1(k-1/2) + \delta^{(i)}x_1(k+1/2)]/2$, ($k=n/2, n/2+1, \cdots, N-n/2$)。

$$x(k) = [x(k-1/2) + x(k+1/2)]/2, \quad j=2, 3, \cdots, k。$$

中心差分模型可用于时间序列的分析和预测。Central differential model 可简写成 CDM($n, 1$)。具体步骤如下:

(1) 对时间序列 $\{x(t)\}_{t \in N}$ 原始数据建立 CDM(1,1) 模型

$$dx(t)/dt + aX(t) = b_0$$

解该方程则有

$$\wedge X(t) = ce^{-at} + u_1, \quad a \neq 0$$

或

$$\wedge X(t) = b_0 t + u_2, \quad a \approx 0$$

(2) 用最小二乘法求取最优初始条件

$$c = \frac{\sum_{i=0}^N x(t)e^{-ai} - \frac{1}{N+1} \left[\sum_{i=0}^N x(t) \right] \left(\sum_{i=0}^N e^{-ai} \right)}{\sum_{i=0}^N e^{-2ai} - \frac{1}{N+1} \left(\sum_{i=0}^N e^{-ai} \right)^2}$$

$$u_1 = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N x(t) - c \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N e^{-ai}$$

$$u_2 = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N x(t) - b_0 \frac{N}{2}$$

(3) 判断评价预测效果, 若满足精度要求则停止, 否则进行模型的修正, 建立 CDM(2,1) 模型进行修正。修正的方法是首先对残差 $\{\epsilon(t)\}_{t \in N}$ 。建立 CDM(2,1) 模型。

$$d^2\epsilon(t)/dt^2 + a_1 d\epsilon(t)/dt + a_2 \epsilon(t) = b_0$$

解上式得

$$\epsilon(t) = e^{\lambda t} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t) + u$$

式中 $\lambda = -a_1/2, \omega = \text{sqr}(4a_2 - a_1^2)$ 。

因残差序列为波动的, 一般 $a_1^2 - 4a_2 < 0$, 所以有上式成立。

其次依最小二乘法进行参数值 c_1, c_2 和 u 的辨识:

$$(u, c_1, c_2) = (D^T D)^{-1} D^T E$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & e^{\lambda \cos \omega} & e^{\lambda \sin \omega} \\ 1 & e^{2\lambda \cos 2\omega} & e^{2\lambda \sin 2\omega} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{n\lambda \cos n\omega} & e^{n\lambda \sin n\omega} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \varepsilon(0) \\ \varepsilon(1) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}$$

3 开发指标预测的研究和讨论

在油田开发的指标中,本节主要选取产量的历史数据,把中原油田自开发初期(1979年)至今的产油量构成数据(以年度单位)和对濮城油田开发生产油量数据进行建模和预测。

3.1 实例

实例 1 中原油田近年来原油产量按时间次序记录如表 1。表 1 所述产量为老区自然递减产量、新区的新井产量和措施产量的叠加值,虽然包括有新区产油量和措施的增油量等不确定因素的影响量,但它反映该油田的人力、资源和技术等指标的综合作用结果,该预测指标对油田开发规划编制有一定指导意义。

表 1 开发生产原始数据

Table 1 Original data of development production

次序(t)	0	1	2	3	4	5	6
年份	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
产量 $X(t)$	630	680	722	698	630	610	580

对上述时间序列,在 P&W80386 机上建立的 CDM(1,1)模型为:

$$dX/dt - 0.2622508X = -180.7633$$

解上述方程得预测模型: $\wedge x(t) = -25.99542e^{0.2622508t} + 715.2666$

表 2 预测结果和残差检验

Table 2 Predicting result and checking residual error

模型值	原始值	残差	残差比(%)
681.47	680	-1.47	-0.217
671.34	722	50.65	7.01
658.17	698	39.82	5.70
641.05	630	11.05	-1.75
618.80	610	-8.80	-1.44
589.87	580	-9.87	-1.70

使用该模型进行 3 年的预测结果如下:1993 年 552.2787 万 t,1994 年 503.4064 万 t,1995 年 439.8796 万 t。该预测结果与中原油田“八五”规划后 3 年调整计划指标相接近^[7],说明预测结果与专家经验、综合调查评估,具有相同的结论。在生产中可减少统计工作程序和人为的误差。

实例 2 我们选取上述产量构成中扣除新井产量的老井产量(含措施产量)的预测,其原始数据见表 3。

对此时间序列建立的 CDM(1,1)为 $dX/dt - 0.4177872X = -256.1325$

解该方程得到预测模型 $\wedge X(k) = -11.84993e^{0.4177872k} + 622.2979$

表 3 中原油田老井产量(含措施)原始数据

Table 3 Old well original data of development production

k	0	1	2	3	4	5
X(k)	589.00	615.00	614.50	578.40	551.99	527.50
年份	1987	1988	1989	1990	1991	1992

表 4 预测结果和残差检验

Table 4 Predicting result and checking residual error

模型值	原始值	残差	残差比(%)
604.32	615	10.69	1.73
594.97	614.5	19.52	3.17
580.79	578.4	-2.39	-0.41
559.27	551.99	-7.28	-1.32
526.59	527.5	0.91	0.17

使用该模型的预测值如表 4 所示。

3.2 与灰色预测 GM(1,1)模型的对比

使用实例 2 的同组数据,分别建立 CDM(1,1)和灰色 GM(1,1)预测模型,对原始数据的预测未评价预测效果,同时为提高精度,分别对残差序列建立修正模型,

使用前面介绍的方法,对实例 2 的残差序列 $\epsilon(t) = X(t) - \wedge X(t)$,建立 CDM(2,1)模型为

$$d^2\epsilon(t)/dt^2 + 1.433869d\epsilon(t)/dt - 0.4437118\epsilon(t) = -10.34426$$

求解该微分方程,得修正模型为

$$\wedge \epsilon(t) = e^{-0.7169343t} [8.188905\cos(1.95725t) + 41.8294\sin(1.95725t)] + 0.578929$$

表 5 修正后 CDM 模型与 GM 模型预测效果对比

Table 5 Corrected mode CDM and GM comparison of two predicting results

模型选择	误差百分比(%)					残差平方和
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	
CDM 修正前	1.74	3.17	-0.24	-1.33	0.17	549.78
模型 修正后	0.47	2.09	-0.09	-1.32	0.12	226.0
GM 修正前	-1.8	3.28	0.34	-1.25	-0.71	588.05
模型 修正后	-1.3	2.41	-1.12	-1.23	-0.78	388.78

由上表可以看出,CDM 模型预测精度明显高于 GM 模型,原因在于 CDM 预测修正模型能有效地反映残差序列的波动性,而灰色预测修正模型仍为指数型,难以反映残差波动特性。

4 结 论

由上述理论介绍和应用实例分析可知,中心差分模型是不同与灰色 GM 模型的一种动态系统时间连续模型,可进行油田开发指标预测,其主要特点如下:

1. 中心差分 CDM 模型可直接用原始数据建模。而与现代灰色预测 GM 模型对比,CDM

模型预测不仅省去累加生成,累减还原的计算,而且它的预测曲线与原始数据的几何形状相吻合^[6]。

2. 与传统的参数模型预测相比,CDM模型的预测不必进行趋势项和周期波动项的识别,因CDM预测的修正模型能有效地反映参差序列的波动特性。因此,它同经典的差分模型预测相比,CDM模型预测便于进一步分析趋势和周期性变化的成因。

3. CDM模型作为油田开始指标预测的新方法,可进行模型修正来满足预测精度的要求。在生产中可大大地减少统计工作程序和人为的误差,可进行中长期开发指标预测,为油田开发方案的制定提供科学的决策依据。

参 考 文 献

- [1] 邓聚龙. 灰色控制系统. 华中工学院出版社,1985.
- [2] TC. Hsic 著. 吴礼民译. 系统辨识与应用. 中南工业大学出版社,1986.
- [3] Katz P. Digital control using microprocessors. Prentice hall,1981.
- [4] 赵士鹏. 动态系统时间连续模型建立的一种新方法,东北工学院学报出版,1991.
- [5] G. C. 古德温著. 自适应滤波预测与控制. 北京:科学出版社,1992.
- [6] 王义闹. GM(1,1)的直接建模方法及性质. 系统工程理论与实践,1988(1).
- [7] 常军、李宗信. 实现中原油田最小成本优化配产的四维决策单纯型规划法. 断块油气田,1995(5).

(本文收到日期 1994-01-08)

(修改稿收到日期 1995-04-18)

(编辑 杨 茁)

A NEW METHOD TO PREDICT DEVELOPMENT OBJECTS OF AN OIL FIELD—THEORY AND APPLICATION OF ESTABLISHING CENTRAL DIFFERENTIAL MODEL

Chang Jun

Lang Zhaoxin

Yan Xizhao

(Zhongyuan Petroleum Administration)

(Petroleum University, Beijing)

(Petroleum Industry Press)

Abstract

The prediction research of petroleum reservoir development targets are closely related with the economical effect of future petroleum research reservoir operation and the fuse of technology application. In order to make the long-term production schedule and annual plan reasonably, on the basis of science to develop the field to full potential extent, it is crucial to study the production prediction method for field blocks, and this could result in optimization production scheme.

This paper takes of the advantage of current achievements in establishing of differential

equation time continuous model of dynamic system, in system engineering field, and presents a new method of target prediction in petroleum reservoir development. This model is named CDM (n,h) model, and CDM(n,h) model can be used not only for prediction, but also for dynamic system analysis and control. Applying this model to predict practical production showed satisfied precision. Compared with GM(n,h) model of Grey System Theory through many practical data from production process, CDM, (n,h) model has obvious advantages.

Key words model prediction difference equation oil field development

大庆油田石油水平井钻井(完井)液技术通过国家验收

石油勘探开发科学研究院钻井所与大庆石油管理局、大庆石油学院共同承担的《大庆油田石油水平井钻井(完井)液技术》专题,提前完成了合同规定的任务及技术经济指标,于 1995 年 6 月通过国家验收。

该专题共取得“小分子量季胺盐阳离子聚合物水平井钻井液”、“井壁力学稳定研究”、“井壁动态稳定研究”及“水平井钻井液携屑规律研究”四项重大科技成果。经在大庆油田的应用实践,取得明显的社会效益,证明这些成果具有广阔的推广应用前景。

(李成岗)

版权所有