

多晶 NiTi 形状记忆合金相变的细观力学本构模型 *

朱祎国^{1,2)} 张杨^{1,2)} 赵聃^{1,2)}

1) 大连理工大学运载工程与力学学部工程力学系, 大连 116023

2) 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023

摘要 假设 NiTi 单晶在相变过程中具有层状的微观结构及理想的界面连续条件, 推导出各相微量与宏观量之间的关系, 及相变驱动力的表达式, 建立了单晶相变的控制方程, 从而得到单晶的本构模型. 以此为基础, 利用 Taylor 假设, 建立了 NiTi 多晶的本构模型. 通过控制应变进行加载, 数值模拟了恒温条件下具有 {111} 织构的 NiTi 合金的力学响应, 得到的应力-应变曲线与实验结果吻合较好. 利用模拟结果讨论了拉伸与压缩的不对称性、软化和温度对 NiTi 合金变形的影响.

关键词 NiTi 多晶, 形状记忆合金, 相变, 超弹性, 本构模型

中图分类号 TG139.6

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2013)01-0123-06

MICROMECHANICAL CONSTITUTIVE MODEL FOR PHASE TRANSFORMATION OF NiTi POLYCRYSTAL SMA

ZHU Yiguo^{1,2)}, ZHANG Yang^{1,2)}, ZHAO Dan^{1,2)}

1) Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023

2) State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023

Correspondent: ZHU Yiguo, associate professor, Tel: (0411)84708390, E-mail: zhuyg@dlut.edu.cn

Supported by National Natural Science Foundation of China (Nos.10602011 and 10925209) and Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University of Ministry of Education of China (No.IRT1110)

Manuscript received 2012-05-31, in revised form 2012-07-20

ABSTRACT Shape memory alloys (SMAs) are new functional material featured by the excellent properties including shape memory effect and superelasticity. NiTi SMAs have some important implications in aviation, medical device, etc. The main objective of this work is to derive a simple Taylor model for NiTi polycrystal. By the assumption of laminated microstructure and perfect interfacial relationship for NiTi single crystal transformation, microscopic strain for each phase can be transformed to overall strain of respective volume element, and expression of phase transformation driving force is derived, then control equation of phase transformation is constructed. Based on the single crystal model, the NiTi polycrystal constitutive model is constructed by Taylor assumption. The model is used to simulate the mechanical response of NiTi polycrystal alloys with strong {111} texture, the results are in agreement with those observed experimentally. The predicted result of NiTi alloy with strong texture shows asymmetry of tension and compression. Simulation results behave softening as the free energy function is non-convex during phase transformation. Transformation stress level rises as temperature is raised.

KEY WORDS NiTi polycrystal, shape memory alloy, phase transformation, pseudoelasticity, constitutive model

* 国家自然科学基金项目 10602011 和 10925209 及教育部长江学者创新团队计划项目 IRT1110 资助

收到初稿日期: 2012-05-31, 收到修改稿日期: 2012-07-20

作者简介: 朱祎国, 男, 1972 年生, 副教授, 博士

DOI: 10.3724/SP.J.1037.2012.00319

形状记忆合金 (shape memory alloys, SMAs) 由于在固体状态下能发生马氏体相变和逆相变而具有超弹性和形状记忆效应, 在工程领域得到了越来越重要的应用. 目前常用的记忆合金包括 NiTi 合金, 铜基合金, 铁基合金等. 在众多记忆合金中, 近等原子比的 NiTi 合金在材料科学和应用力学领域得到了较为深入的研究, 并在航空航天、微电子和生物医学等重要领域得到了广泛的应用. 目前, 与 NiTi 形状记忆合金特性有关相变微观机理已经基本得到了合理的解释, 但其复杂的力学行为还是难以通过现有的本构模型得到合理的描述, 这使 NiTi 形状记忆合金本构模型的研究一直是近 20 年的研究热点, 并取得了一些重要的进展, 现有的模型主要分为宏观唯象模型和细观力学模型 2 种类型.

宏观唯象模型基于宏观的实验现象以及测定的宏观尺度下的材料参数, 以连续介质的热力学原理为框架, 通常会用假设状态内变量来描述相变的程度以及微观结构的演化, 宏观能量函数及演化方程可以通过假设的状态内变量建立起来. Tanaka^[1] 以指数模型描述马氏体体积分数随温度和应力的变化, 其模型可用于一维情况. Liang 和 Rogers^[2] 改进了 Tanaka 的模型, 提出马氏体体积分数的余弦模型, 并将一维模型推广到三维情况. Boyd 等^[3-5] 在 Tanaka 的基础上研究了复合材料中记忆合金丝的行为, 并对 Tanaka 模型和 Liang 与 Rogers 的模型进行了修正. Lexcellent 等^[6] 基于实验建立唯象模型描述了双程记忆效应. Auricchio 等^[7] 建立的三维模型考虑了永久的非弹性变形. Zaki 和 Moumni^[8] 建立了模型描述循环载荷下记忆合金的力学行为. Arghavani 等^[9] 以热力学为基本框架, 引入表征应力诱发马氏体的量与马氏体最佳取向的内变量, 建立了三维多轴加载的模型. 宏观唯象模型形式简单, 数值计算较为容易, 因而便于工程应用, 但由于其理论本质的限制, 唯象模型无法描述相变的微观机理, 不能考虑材料的各向异性和织构影响等问题.

细观力学模型基于晶粒的微观结构的信息和细观力学方法, 通过能量变化描述相变, 可以构建具有各向异性性质的单晶本构模型, 并以此为基础模拟计算材料的宏观响应. 与宏观唯象模型相比, 细观力学模型能为材料的宏观力学行为提供理论依据. Sun 和 Hwang^[10,11] 在 Tanaka 模型^[1] 的基础上利用细观力学和热动力学建立模型, 对材料的超弹性和形状记忆效应进行了模拟. Patoor 等^[12] 及 Gao 和 Brinson^[13] 根据对马氏体微观组织结构的认识分别利用自洽方法建立记忆合金多晶模型. Thamburaja 和 Anand^[14,15] 从基本的热力学原理出发构建了记忆合金马氏体重定向和退孪晶的单晶模型, 分别通过有限元程序和 Taylor 模型对多晶进行了模拟. Peng

等^[16] 提出了包括两相之间关系, 具有片层状微结构的代表单元, 及多晶体 3 个层次的本构关系. Manchiraju 等^[17] 和 Wang 等^[18] 利用有限元方法建立模型考虑了晶粒间相互作用和塑性的影响. Levitas 和 Ozsoy^[19,20] 推导出多个界面的重定向及传播的能量耗散函数, 并建立了具有 2 个马氏体变体混合结构的模型. Stupkiewicz 和 Petryk^[21] 基于层状微结构的假设构建了应力诱发马氏体相变的单晶模型.

本课题组^[23] 通过假设 NiTi 合金在相变过程中马氏体与奥氏体具有层状微结构, 考虑弹性各向异性与两相之间的弹性性质差异及理想的界面条件, 构建了应力诱发马氏体相变的 NiTi 单晶本构模型. 本工作将在此基础上, 推导出用应变表示的单晶本构关系及相变驱动力方程, 并将其应用到多晶模型, 从而得到应力诱发马氏体相变的 NiTi 多晶本构模型. 模型将模拟 NiTi 多晶体在恒温拉伸压缩载荷作用下所体现的超弹性、拉伸与压缩力学响应的不对称性和温度变化对 NiTi 超弹性的影响等.

1 单晶模型

1.1 本构关系

假设在 NiTi 单晶相变时, 马氏体变体以层状出现在奥氏体相中, 这种微结构以层叠复合的方式构成一个单晶的代表性体积单元, 用 ε^a , σ^a 分别代表奥氏体相的应变和应力, 用 ε^m , σ^m 分别代表马氏体相的应变和应力, 体积单元的总应变 $\bar{\varepsilon}$ 和应力 $\bar{\sigma}$ 是两相应变和应力的体积平均和, 用 λ 表示马氏体体积分数, 以上参数间则有如下关系:

$$\bar{\varepsilon} = \lambda \varepsilon^m + (1 - \lambda) \varepsilon^a \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = \lambda \sigma^m + (1 - \lambda) \sigma^a \quad (2)$$

相变应变 ε^t 可以表示为

$$\varepsilon^t = \frac{1}{2} g (\bar{m} \otimes \bar{n} + \bar{n} \otimes \bar{m}) \quad (3)$$

式中, \bar{m} 和 \bar{n} 分别代表马氏体变体惯习面的法线方向和相变切变方向, g 为相变变形量. 为了方便利用理想界面连续条件将应力和应变分成面内和面外 (分别用下标 i 和 o 表示), 理想界面连续条件^[21,23] 可表述为

$$\varepsilon_i^a = \varepsilon_i^m, \sigma_o^a = \sigma_o^m \quad (4)$$

为了计算简便, 使用 Kelvin 矩阵将应力和应变张量降阶为向量. 用 L^a 和 L^m 分别代表奥氏体和马氏体相的

弹性刚度矩阵, 各相分别对应的本构关系可表示为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_i^a \\ \sigma_o^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{ii}^a & L_{io}^a \\ L_{oi}^a & L_{oo}^a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_i^a \\ \varepsilon_o^a \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_i^m \\ \sigma_o^m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{ii}^m & L_{io}^m \\ L_{oi}^m & L_{oo}^m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_i^m - \varepsilon_i^t \\ \varepsilon_o^m - \varepsilon_o^t \end{Bmatrix} \quad (6)$$

通过以上的关系可以将微观应变用总体的应变表示

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_i^a \\ \varepsilon_o^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I & 0 \\ \lambda L^{*-1}(L_{oi}^m - L_{oi}^a) & L^{*-1}L_{oo}^m \end{Bmatrix} \times$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_i \\ \bar{\varepsilon}_o \end{Bmatrix} - \lambda \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ L^{*-1}L_{oi}^m & L^{*-1}L_{oo}^m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_i^t \\ \varepsilon_o^t \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_i^m \\ \varepsilon_o^m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I & 0 \\ (1-\lambda)L^{*-1}(L_{oi}^a - L_{oi}^m) & L^{*-1}L_{oo}^a \end{Bmatrix} \times$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_i \\ \bar{\varepsilon}_o \end{Bmatrix} + (1-\lambda) \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ L^{*-1}L_{oi}^m & L^{*-1}L_{oo}^m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_i^t \\ \varepsilon_o^t \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式中, $L^* = [\lambda L_{oo}^a + (1-\lambda)L_{oo}^m]$, 写成简单的形式即

$$\varepsilon^a = X^a \bar{\varepsilon} - \lambda Q \varepsilon^t \quad (9)$$

$$\varepsilon^m = X^m \bar{\varepsilon} + (1-\lambda) Q \varepsilon^t \quad (10)$$

式中, X^a 和 X^m 表示奥氏体和马氏体应变的集中张量, Q 表示联系相变应变与各相应变的张量. 把式 (9) 和 (10)

代入式 (5), (6) 和 (1), (2), 则得到体积单元总体的本构关系

$$\bar{\sigma} = [(1-\lambda)L^a X^a + \lambda L^m X^m] \bar{\varepsilon} - \lambda(1-\lambda)[L^a - L^m] Q \varepsilon^t \quad (11)$$

1.2 相变驱动力

为了描述相变的发生, 引入相变驱动力概念. 奥氏体和马氏体的 Helmholtz 自由能密度 ϕ^a 和 ϕ^m 分别为

$$\phi^a = \phi_0^a + \frac{1}{2} \varepsilon^a : L^a \varepsilon^a \quad (12)$$

$$\phi^m = \phi_0^m + E_C + \frac{1}{2} (\varepsilon^m - \varepsilon^t) : L^m (\varepsilon^m - \varepsilon^t) \quad (13)$$

式中, ϕ_0^a 和 ϕ_0^m 分别为奥氏体和马氏体的平衡 Helmholtz 自由能密度; $E_C = B(T - T_0)$ 为化学能, 其中, B 为材料常数, T 表示当前温度, T_0 为平衡温度. 总体的自由能密度 $\bar{\phi}$ 为

$$\bar{\phi} = \lambda \phi^m + (1-\lambda) \phi^a \quad (14)$$

相应的 Gibbs 自由能密度 G 可由 Legendre 转换得到

$$G = \bar{\phi} - \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon} \quad (15)$$

则相变驱动力 f 可表示为式 (16)^[22], 为了便于多晶模中控制应变, f 主要由应变表达. 假设 f 需要达到一个临界值 f_c 才能发生相变, 假设 f_c 为材料常数, $f = f_c$ 时发生正相变, $f = -f_c$ 时发生逆相变^[22].

2 多晶模型

Taylor 方法是目前应用最为广泛, 也是最为简便的多晶材料的平均化方法. Thamburaja 和 Anand^[14] 通过将 Taylor 模型获得结果与实验结果和有限元模拟结果进行对比发现, Taylor 模型可以较为准确地预测 NiTi 合金多晶材料的力学行为. Taylor 假设即是在连续的多晶体材料中每个晶粒表示的单晶变形都是均匀的, 并且每个晶粒的变形梯度与宏观的变形梯度相等. 模型考虑小变形情况, 则每个单晶晶粒的应变与宏观的应变相等. 采用 Euler 角 (β, θ, φ) 来描述晶粒的取向, 晶粒局部坐标系与宏观总体坐标系之间的转换矩阵 R^k 可以表示为式 (17).

$$f = -\frac{\partial G}{\partial \lambda} = \bar{\varepsilon} : \left(\frac{3}{2} X^{aT} L^a X^a - X^{aT} L^a X^m - \frac{1}{2} X^{mT} L^m X^m \right) \bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon} : [X^{aT} L^a Q + \lambda (X^a - X^m) L^a Q] \varepsilon^t + \varepsilon^t :$$

$$\left\{ Q \left[\left(\lambda - \frac{1}{2} \lambda^2 \right) L^a - \frac{1}{2} (1 - \lambda^2) L^m \right] Q + \left[(1 - \lambda) Q - \frac{1}{2} I \right] L^m \right\} \varepsilon^t - B(T - T_0) \quad (16)$$

$$R^k = \begin{pmatrix} \cos\theta \cos\beta \cos\varphi - \sin\beta \sin\varphi & -\cos\theta \cos\beta \cos\varphi - \sin\beta \cos\varphi & \sin\theta \cos\beta \\ \cos\theta \sin\beta \cos\varphi - \cos\beta \sin\varphi & -\cos\theta \sin\beta \sin\varphi + \cos\beta \cos\varphi & \sin\theta \sin\beta \\ -\sin\theta \cos\varphi & \sin\theta \sin\varphi & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (17)$$

给定宏观应变为 \bar{E} , 则单个晶粒的应变 $\bar{\varepsilon}^k$ 可表示为

$$\bar{\varepsilon}^k = R^k \bar{E} (R^k)^T \quad (18)$$

把 $\bar{\varepsilon}^k$ 代入式 (16) 中, 得到单晶的相变驱动力 f^k , 根据相变的发生条件, 可得到控制相变的方程为

$$f^k - f_c = 0 \quad (19)$$

通过式 (19) 得到在一定宏观应变条件下每个晶粒的马氏体体积分数 λ^k . 若假定每个晶粒的体积相同, 则宏观总体的马氏体体积分数 $\bar{\lambda}$ 可以表示为

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \lambda^k \quad (20)$$

将 $\bar{\varepsilon}^k$ 和 λ^k 代入式 (11) 中, 得到晶粒在对应宏观应变条件下的应力 $\bar{\sigma}^k$. 若假设多晶体中有 n 个单晶晶粒, 则宏观的应力 T 为

$$T = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (R^k)^T \bar{\sigma}^k R^k \quad (21)$$

3 数值模拟

NiTi 合金中奥氏体单晶弹性常数取为 $c_{11}^a = 130$ GPa, $c_{12}^a = 98$ GPa, $c_{44}^a = 34$ GPa^[24]; 马氏体的弹性常数通常取为奥氏体弹性常数的 $1/2-1/3$ ^[14], 本工作取马氏体的弹性常数为奥氏体弹性常数的 $1/2$; $B = 0.7 \times 10^6$ J/m³, 奥氏体相变开始温度 $T_{as} = 260.3$ K, 奥氏体相变结束温度 $T_{af} = 268.5$ K; 马氏体相变开始温度 $T_{ms} = 251.3$ K, 马氏体相变结束温度 $T_{mf} = 213$ K; 相变驱动力临界值 $f_c = 8.2 \times 10^6$ J/m³^[14].

加载过程控制应变以防止单晶出现软化现象. 实际的多晶 NiTi 合金往往会存在一定的织构, 为了与文献 [14] 中的具有 $\{111\}$ 织构 NiTi 合金的实验结果进行对比, 选用 1000 个晶粒, 其中, 50% 的晶粒具有随机取向, 另 50% 的晶粒的取向与 $\langle 111 \rangle$ 方向夹角小于 5° ; 温度恒定为 298 K, 当拉伸至应变为 0.06 时进行卸载, 压缩过程则在应变为 0.05 时进行卸载. 按以上设定条件, 模拟得到的拉伸和压缩、加载和卸载过程应力-应变曲线及实验结果如图 1 所示.

从图 1 可以看出, 本模型可以模拟 NiTi 合金相变的超弹性, 拉伸过程的模拟结果与实验结果较为吻合; 压缩过程的实验结果呈现出一定的强化效应, 模拟结果在相变部分较为平缓, 并出现了软化现象, 但可以反映出力学响应总体趋势及相变的主要特征. 应力-应变曲线中的平台效应主要是由材料中单晶晶粒的马氏体相变引起, 没有发生相变的晶粒将出现强化. 压缩曲线的模拟结果较为平缓

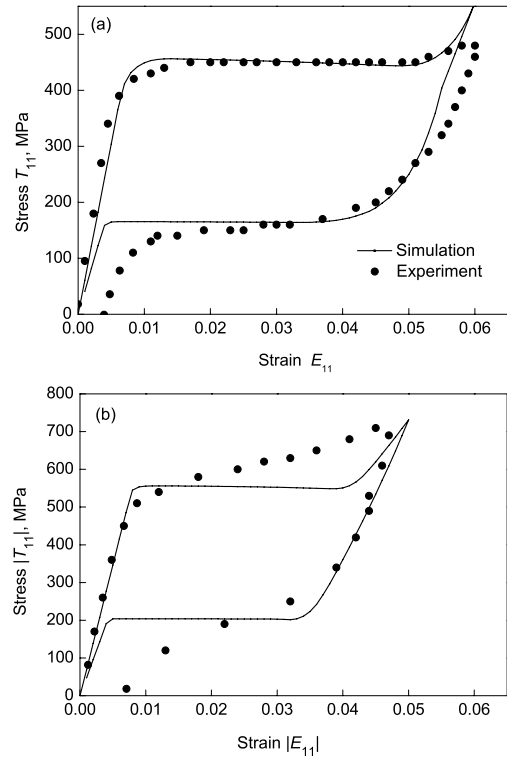


图 1 多晶 NiTi 合金拉伸和压缩过程的应力-应变曲线模拟和实验结果

Fig.1 Simulated and experimental stress-strain curves of polycrystal NiTi alloy (E_{11} and T_{11} stand for uniaxial strain and strain, respectively)

(a) tension (b) compression

主要是因为压缩载荷下此模型所估计的相变的晶粒数目要比压缩实验中相变的晶粒数目多所致. 模拟压缩曲线在相变阶段呈现软化特征的原因是由于具有层状微结构的单晶模型构造了非凸的自由能函数^[23]. 模拟过程出现的软化现象应与实验中 NiTi 合金出现相变不稳定现象^[26]对应.

图 1 中的模拟结果还反映了在有织构情况下拉伸与压缩过程的力学响应不对称性. 不对称的根源在于单晶的各向异性, 即拉伸和压缩会产生不同的自由能密度, 相变时也会有不同的变体产生, 进而在力学响应上出现不对称性. 当某一取向的单晶有较大的比例时, 多晶体的宏观响应就会出现这种不对称性. 为了研究 NiTi 多晶在马氏体相变过程中微观结构出现的各向异性, 当拉伸和压缩应变达到 0.03 时, 统计了不同应力水平的晶粒数, 结果如图 2 所示. 可见, 拉伸时, 应力水平约为 450 MPa 的晶粒最多; 压缩时, 晶粒的应力水平主要集中在 400—700 MPa 间, 应力水平为 400 和 650 MPa 的晶粒较多; 在不同应力水平的晶粒数不同, 表现了晶粒的各向异性. 由于模型中采用的单晶本构关系是基于两相各向异性的弹性性质, 模拟多晶时各单晶晶粒采取了不同的取向, 因此采用 Taylor 假设各晶粒应变相同的条件下, 应力水平会有所差异.

为了考虑晶粒数量对模拟结果的影响, 分别对包含 10, 100 和 1000 个晶粒的多晶体系拉伸过程进行了模拟, 结果如图 3 所示. 由图 3 可知, 随着晶粒数量的增加, 单个晶粒对模拟结果的影响逐渐减小, 模拟结果逐渐趋近于多晶体体现出的宏观力学行为, 与实验结果逐渐吻合.

温度是影响 NiTi 合金力学响应的重要参数, 对 NiTi 合金在不同温度拉伸过程的应力 - 应变曲线进行模拟, 并与文献 [25] 中的实验结果进行比较, 如图 4 所示. 模拟中

采用的弹性常数与前面相同, 其余采用与文献 [25] 中相同的参数 ($T_{as}=302.7$ K, $T_{af}=335.2$ K, $T_{ms}=272.2$ K, $T_{mf}=203.2$ K, $f_c=7.7 \times 10^6$ J/m³). 由图 4 可见, 模拟曲线与实验数据吻合较好; 相变开始的应力随温度的提高不断提高. 对温度变化敏感的主要是化学能, 其会随着温度的升高而升高, 与之相应的应变能需要提高才能使相变驱动力达到相变的临界值, 因此相变开始的应力也相应提高.

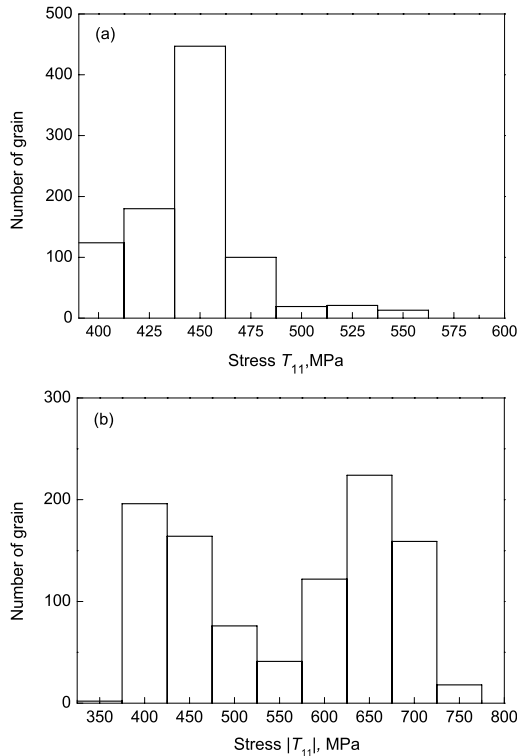


图 2 不同应力的晶粒数分布

Fig.2 Distribution of grain number with different stress levels

- (a) tension strain $E_{11}=0.03$
- (b) compression strain $|E_{11}|=0.03$

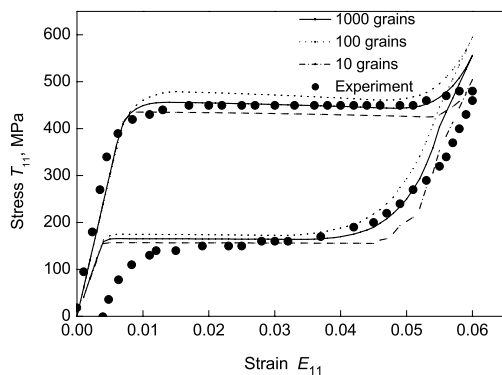


图 3 晶粒数量对应力 - 应变曲线模拟结果的影响

Fig.3 Influence of the grain number on the simulated stress-strain curves

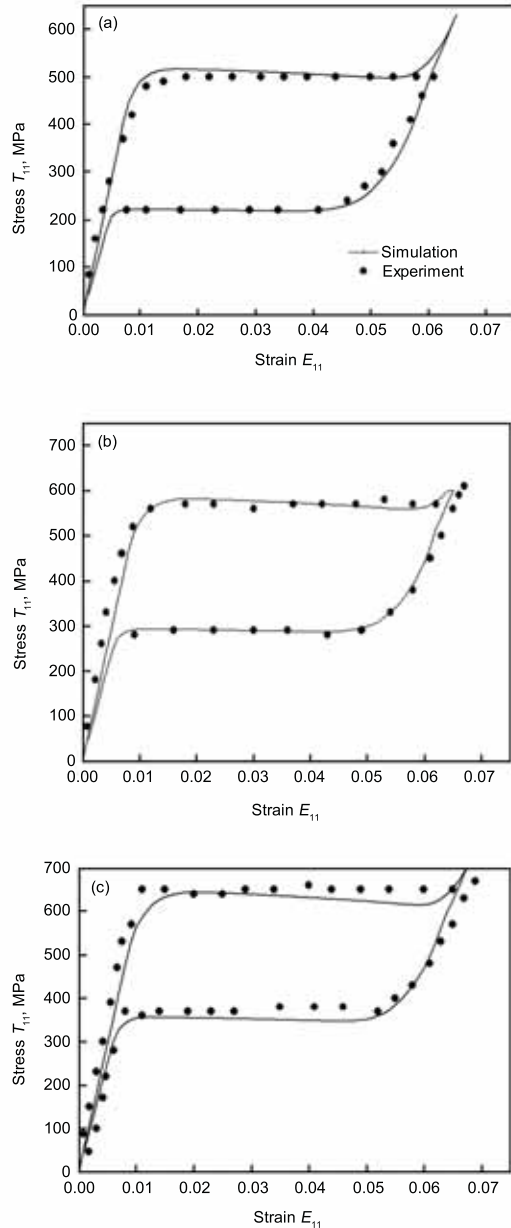


图 4 不同温度下 NiTi 合金拉伸应力 - 应变曲线模拟结果和实验结果的对比

Fig.4 Comparisons of simulated and experimental stress-strain curves of NiTi alloy during tension processes at different temperatures

- (a) 333.2 K
- (b) 343.2 K
- (c) 353.2 K

4 结论

在具有层状微结构的 NiTi 单晶本构模型的基础上, 通过 Taylor 假定建立了 NiTi 合金的多晶本构模型. 模拟结果可以较好地描述 NiTi 合金在相变过程中出现的超弹性行为; 可以反应有织构的 NiTi 多晶材料的拉伸和压缩不对称性. 对不同温度下 NiTi 合金的加载和卸载过程进行模拟, 结果与实验结果吻合较好.

参考文献

- [1] Tanaka K. *Res Mech*, 1986; 18: 251
- [2] Liang C, Rogers C. *J Intell Mater Syst Strut*, 1990; 1: 207
- [3] Boyd J, Lagoudas D C. *J Intell Mater Syst Strut*, 1994; 5: 333
- [4] Lagoudas D, Hartl D, Chemisky Y, Machado L, Popov P. *Int J Plast*, 2012; 32–33: 155
- [5] Boyd J, Lagoudas D C. *Int J Plast*, 1996; 12: 805
- [6] LExcellent C, Leclercq S, Gabry B, Bourbon G. *Int J Plast*, 2000; 16: 1155
- [7] Auricchio F, Reali A, Stefanelli U. *Int J Plast*, 2007; 23: 207
- [8] Zaki W, Moumni Z. *J Mech Phys Solids*, 2007; 55: 2427
- [9] Arghavani J, Auricchio F, Naghdabadi R. *Int J Plast*, 2011; 27: 940
- [10] Sun Q P, Hwang K C. *J Mech Phys Solids*, 1993; 41: 1
- [11] Sun Q P, Hwang K C. *J Mech Phys Solids*, 1993; 41: 19
- [12] Patoor E, Eberhardt A, Berveiller M. *J Phys IV*, 1996; 6: 277
- [13] Gao X, Brinson L C. *J Intell Mater Syst Struct*, 2002; 13: 795
- [14] Thamburaja P, Anand L. *J Mech Phys Solids*, 2001; 49: 709
- [15] Thamburaja P. *J Mech Phys Solids*, 2005; 53: 825
- [16] Peng X, Pi W, Fan J. *Int J Plast*, 2008; 24: 966
- [17] Manchiraju S, Gaydosch D, Benafan O, Noebe R, Vaidyanathan R, Anderson P M. *Acta Mater*, 2011; 59: 5238
- [18] Wang X, Xu B, Yue Z F. *Int J Plast*, 2008; 24: 1307
- [19] Levitas V I, Ozsoy I B. *Int J Plast*, 2009; 25: 239
- [20] Levitas V I, Ozsoy I B. *Int J Plast*, 2009; 25: 546
- [21] Stupkiewicz S, Petryk H. *J Mech Phys Solids*, 2002; 50: 2303
- [22] Patoor E, Lagoudas D C, Entchev P B, Brinson L C, Gao X J. *Mech Mater*, 2006; 38: 391
- [23] Zhu Y G, Zhao D. *Acta Mech Sin*, 2011; 43: 1117 (朱隽, 赵 聘. *力学学报*, 2011; 43: 1117)
- [24] Brill T, Mittelbach S, Assmus W, Mullner M, Luthit B. *J Phys: Condens Matter*, 1991; 12: 9621
- [25] Shaw J, Kyriakides S. *J Mech Phys Solids*, 1995; 43: 1243
- [26] Feng P, Sun Q P. *J Mech Phys Solids*, 2006; 54: 1568

(责任编辑: 迟 美)