第 17 卷　第 2 期　　中国管理科学　　Vol. 17, No. 2
2009 年　　4 月　　Chinese Journal of Management Science　　Apr., 2009

文章编号: 1003- 207(2009) 02- 0108- 09

对多产品销售的激励合同设计及定价研究

徐鸿雁[1], 黄　河[2]

(1. 清华大学经济管理学院, 北京　100084; 2. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆　400044)

摘　要: 在制造商雇用销售商销售多种产品的市场背景下, 本文分析了当制造商面临的销售商有关于销售能力的私有信息时, 制造商如何制订多种产品的销售价格并设定多产品的激励合同问题。模型中, 制造商通过提供多个规定目标销售量的合同供销售商进行选择, 在销售商选择后, 制造商了解到销售商的真实销售能力。由于制造商和销售商之间存在不对称信息, 制造商需要付出一定的信息成本才能获得销售商的销售能力。研究发现, 制造商能够通过合适地设定不同产品的销售价格, 以获得在不同产品上的分配销售商销售努力的权力。进一步, 在一定的条件下制造商可以根据自己的需要任意设定合同中不同产品的目标销售量而不影响其最终期望利润。本文找到了上述最优销售价格以及多种产品目标销售量所需要满足的条件。

关键词: 销售能力; 不对称信息; 激励合同; 定价
中图分类号: F724l 2　　文献标识码: A

1　引言

制造商常常雇用销售商销售其多种产品, 比如汽车行业中, 销售商(销售代理) 负责销售同一品牌的多款汽车; 电子行业中, 销售商同时销售同一厂家生产的多种电子产品。对于这些制造商来说, 关键的问题是如何处理好与销售商之间的矛盾: 制造商希望销售商多付出努力以实现更多的收益; 而销售商付出努力需要成本。因此, 只有当制造商提供/ 有效的激励0时, 销售商才会付出制造商希望的努力。已有文献结合实际提出双方签订激励合同的办法来实现/ 有效的激励0。大部分文献从销售商负责出售制造商的一种产品出发, 在信息是否对称, 销售商是否属于同一类型, 销售商对待风险是何种态度等多种不同假设下, 探讨了制造商的激励合同设计问题, 如 Basu 等[1]、Lal 和 Staelin[2]、Rao[3] 以及 Misra 等[4], 具体可详见相关的文献综述 Coughlan[5] 和 Albers[6]。最近, 有几篇文献探讨了激励合同设计与生产决策之间的关系[7- 9], 研究得到了一些理论结果。关于激励合同设计, 我国学者近年来做了不少卓有成效的研究。李仕明和唐小我[10] 建立了完全信息下企业激励合同的设计模型, 通过对努力变量、线性激励中业绩分享系数的相关分析, 为企业激励合同的设计与研究提供了一定的借鉴。郭彬等[11] 找到了逆向选择和道德风险同时存在时企业最优激励报酬机制的五个组成部分, 并分析了激励收益与企业所属产业类型之间的关系。蒲勇健和周莉[12] 通过把相对业绩纳入到激励合同中, 为企业的激励合同设计提供了新的思路。

这一系列文献将销售激励理论研究引向深入, 但是上述成果都未涉及努力在多产品间的分配问题, 也即都是针对单产品。当销售商只负责销售制造商的一种产品时, 激励合同设计的一个重要前提是: 只要销售商付出销售努力就一定会影响该产品的需求。然而, 当销售商负责销售制造商的多种产品时, 销售商付出销售努力可能并不会影响某种产品的需求, 或者可能并不只会影响某种产品的需求。产生这种现象的原因, 首先在于多种产品本身的差异, 销售商付出相同的销售努力对不同产品的需求可能产生不同的影响, 那么销售商就会根据不同产品的激励情况来分配其努力; 其次, 多种产品的需求之间可能存在一定的相关性, 如替代关系、互补关系等, 销售商对其销售努力的分配也必然与该相关性有关。因此, 要对同时负责销售多产品的销售商实现/ 有效的激励0并不是一件容易的事情。特别地, 销售商往往由于其销售技能不同、与顾客沟通的能力不同等, 付出相同的努力对同种产品的需求将产生不同的影响, 上述差异可统称为销售能力的差异。

收稿日期: 2008- 02- 14; 修订日期: 2009- 03- 15
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70701040)
作者简介: 徐鸿雁(1982-) , 女(汉族) , 黑龙江人, 清华大学经济管理学院博士研究生, 研究方向: 供应链协调, 激励理论.

销售能力往往需要通过一定时间的考察和测评才能得到, 因此, 制造商常常并不准确了解其面对的销售商的销售能力, 这又给多产品合同设计带来了逆向选择的问题。

Lal 和 Srinivasan[13] 考虑了销售商同时销售的多产品间相互独立时, 制造商的多产品激励合同设计问题。Zhang 和 Mahajan[14] 分析了多产品间存在相关性的情况, 找到了针对互补品、替代品的最优激励合同。这两篇文章都假设销售商具有相同的销售能力, 即属于同一类型。Mantrala 等[15] 分析了当销售商属于不同的类型、多个产品间相互独立时, 如何对多个销售商销售多个产品进行激励, 这也是目前研究多销售商销售多产品的少有文献之一。已有关于销售激励的大部分文献中, 无论是针对单产品还是多产品, 都认为销售努力是影响需求的唯一要素, 忽略了制造商能够影响需求的决策行为, 特别是对需求有决定性影响的定价决策。如果考虑制造商在制定多种产品价格的同时制定相应的激励合同, 产品销售价格与销售努力共同影响需求, 那么, 制造商将寻求激励合同与价格的最优组合来实现自身利润的最大化。这就是本文即将探讨的内容, 本模型与上述多产品激励合同设计的最主要区别在于: 1) 本模型考虑产品需求受制造商制定的产品销售价格以及销售商付出的销售努力共同影响, 已有文献只考虑了需求受销售努力影响的情况; 2) 本模型中销售商的销售能力是其私有信息, 制造商在决策前并不了解销售商的真实销售能力, 既往文献大都是在假设制造商了解销售商的真实销售能力的情况下进行多产品激励合同设计的。

本文将研究当制造商面临的销售商具有关于销售能力的私有信息, 销售商负责销售的多产品相互独立或有一定的相关关系时, 制造商的多产品定价和多产品激励合同设计的联合决策问题。已有文献常采用设定目标销售量的合同形式激励销售能力不同的销售商。Rao[3] 介绍了当销售商销售一种产品, 且有关于销售能力的私有信息时, 制造商如何为不同销售能力的销售商设定相应目标销售量的问题。Raju 和 Srinivasan[16] 证明了设定目标销售量的激励方法与最优激励措施(固定工资与非线性提成的组合) 给制造商带来的最大收益相差甚微。特别地, 当需求是关于销售努力的线性函数时, 设定目标销售量的合同将与最优激励合同给制造商带来相同的最大收益, 因此, 本文亦在需求为努力的线性函数假设下, 采用设定目标销售量的合同形式。

2　基准模型

为了分析方便, 本文考虑制造商雇用一个销售商销售其两种产品的情况。制造商在进行定价决策和激励合同设计前, 并不能准确知道该销售商的销售能力(类型), 销售能力不同则销售努力与需求的关系不同。同时, 在合同签订后, 制造商也不能准确观测到销售商的努力, 也就是说制造商对销售商的激励不能建立在努力上, 只能建立在双方都可以观测并验证的最终销售量上。这也是本文采取设定目标销售量这种激励形式的主要出发点。已有文献已经证明, 在制造商与销售商签订单周期合同的情况下, 对于制造商来说, 知道销售商类型的合同所带来的期望利润总是比不知道该信息的合同所带来的期望利润要高[3, 6] 。所以, 本文中, 制造商需要针对不同销售能力设计不同的激励相容合同, 通过提供多种合同供销售商选择, 在销售商选择后, 制造商获得销售商关于销售能力的私有信息。

本文对两种产品都采用下面的需求反映函数形式[17], $x = s_0 + Ha + bp$　　(1)

式(1)中, 产品需求 x 由市场条件(或者称之为市场饱和度) (s_0 , $s_0 > 0$), 销售商的销售能力(H), 销售商的销售努力(a) 和产品的销售价格(p) 共同决定。其中 b($b< 0$) 表示需求与价格之间的负相关关系。为了研究方便, 本文只考虑销售商的销售能力有两种可能的情况, 分别用 H_H 和 H_L 表示。制定决策前, 制造商并不了解其面临销售商的真实销售能力, 只能对该销售商的能力进行一定的估计。制造商认为销售商的销售能力为 H_H 概率是 Q, 为 H_L 的概率则是 $1 - Q$。由于本文只考虑销售商销售两种产品的情况, 那么分别用产品 1 和产品 2 来表示该两种产品。同时, 为了表述方便, 用 H 类型和 L 类型来表示销售能力不同的销售商: 销售商的类型为 H , 即表示该销售商的销售能力为 H_H ; 销售商的类型为 L, 则表示该销售商的销售能力为 H_L。模型假设制造商和销售商都是风险中性的。

模型中事件发生顺序如下: 1) 制造商给出针对不同销售能力的两种合同并设定产品的销售价格; 2) 销售商选择是否接受合同, 如果接受合同, 选择其中一个合同; 3) 制造商生产产品, 生产量即为销售商选择合同中的两种产品的目标销售量; 4) 销售商付出销售努力; 5) 制造商获得产品销售收入, 销售商得到合同规定的报酬。在这样的顺序下, 本文首先分析两种产品相互独立的情况。

由式(1), 当销售商的销售能力为 H_H 时, 他付出的销售努力与两种产品的销售量之间有如下的反映函数形式:

$$x_{1H} = s_0^1 + H_{1H} a_{1H} + b_1 p_1 \tag{2}$$

$$x_{2H} = s_0^2 + H_{2H} a_{2H} + b_2 p_2 \tag{3}$$

其中, H_{1H} 和 H_{2H} 为销售能力 H_H 的销售商付出单位努力对产品 1 和产品 2 的影响情况。当销售商的销售能力为 H_L, 他付出的销售努力与两种产品的销售量之间将有如下的反映函数形式:

$$x_{1L} = s_0^1 + H_{1L} a_{1L} + b_1 p_1 \tag{4}$$

$$x_{2L} = s_0^2 + H_{2L} a_{2L} + b_2 p_2 \tag{5}$$

同样, H_{1L} 和 H_{2L} 为销售能力 H_L 的销售商付出单位努力对产品 1 和产品 2 的影响。那么, 根据前述假设 $H_{1H} > H_{1L}, H_{2H} > H_{2L}, G = \frac{H_{1H}}{H_{1L}} = \frac{H_{2H}}{H_{2L}} > 1$, 同时不失一般性地假设 $S = \frac{H_{1H}}{H_{2H}} = \frac{H_{1L}}{H_{2L}}$, 并令 S \ 1, 由 S 的定义可知, S 即销售商的单位努力对两种产品销售量影响之比。除此之外, 本文还假设 $2|b_i| > H_{iH}^2 (i = 1, 2)$。如果 $2|b_i| [H_{iH}^2$, 价格对需求的影响过小, 那么制造商可以无限制地增加价格, 让销售商无限制地努力, 从而获得无限的收益。因此, 为了让本章的分析有意义, 做该规定。

可以把式(2)-(5)表示为更一般的形式:

$$x_{ij} = U(H_{ij}, a_{ij}, p_i), \ i = 1, 2; j = H, L \tag{6}$$

由式(6), 假设 $U(, ,)$ 为单值函数, 那么销售努力可以表示为下式:

$$a_{ij} = f_i(H_{ij}, x_{ij}, p_i), \ i = 1, 2; j = H, L \tag{7}$$

本文中, 制造商采用设定目标销售量的激励形式, 即提供给销售商两种合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H(q_{1H}, q_{2H})\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L(q_{1L}, q_{2L})\}$。制造商希望通过合同的设计使得销售商会选择针对其自身类型的合同, 因此, 选定合同后, 销售商也就暴露了自己的真实销售能力。合同中, q_{1j} 和 q_{2j} 表示销售商需要实现的两种产品的目标销售量, 而 $t_j(q_{1j}, q_{2j})$ 则表示销售商完成两种目标销售量后所能得到的报酬($j = H, L$)。

2.1　制造商的利润

在制造商风险中性的假设下, 制造商通过制定合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H(q_{1H}, q_{2H})\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L(q_{1L}, q_{2L})\}$ 并设定两种产品的销售价格 p_1 和 p_2 来实现期望利润 P_M 最大化的目的:

$$\max_{q_{1H}, q_{1L}, q_{2H}, q_{2L}, t_H(,), t_L(,), p_1, p_2} P_M = Q[(p_1 - c_1) q_{1H} + (p_2 - c_2) q_{2H} - t_H(q_{1H}, q_{2H})] + (1 - Q)[(p_1 - c_1) q_{1L} + (p_2 - c_2) q_{2L} - t_L(q_{1L}, q_{2L})] \tag{8}$$

求解式(8)找到制造商的最优决策前, 还需要分析制造商的决策面临哪些约束条件, 也即销售商能够接受合同的条件。

2.2　销售商的利润

用 $V(a)$ 表示销售商付出努力 a 的成本, 并假设 $V(a)$ 是关于 a 的增凸函数[18]。为了计算方便, 对于 $V(a)$ 采用下面的形式:

$$V(a) = \frac{a^2}{2} \tag{9}$$

销售能力为 H_H (H_L) 的销售商如果选择合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H(q_{1H}, q_{2H})\}$ ($\{q_{1L}, q_{2L}, t_L(q_{1L}, q_{2L})\}$), 根据其风险中性的假设, 他将会采取实现自身利润 P_s 最大化的销售努力:

$$\max_{a_{1H}, a_{2H}} P_s^H(a_{1H} + a_{2H}) = t_H(U(H_{1H}, a_{1H}, p_1), U_2(H_{2H}, a_{2H}, p_2)) - V(a_{1H} + a_{2H}) \tag{10}$$

$$\max_{a_{1L}, a_{2L}} P_s^L(a_{1L} + a_{2L}) = t_L(U(H_{1L}, a_{1L}, p_1), U_2(H_{2L}, a_{1L}, p_2)) - V(a_{1L} + a_{2L}) \tag{11}$$

其中, a_{1H}, a_{2H} 表示销售能力为 H_H 的销售商为产品 1 和产品 2 所付出的销售努力, a_{1L}, a_{2L} 表示销售能力为 H_L 的销售商为产品 1 和产品 2 所付出的销售努力。根据销售努力与销售量之间的关系, 式(10)和式(11)又可以表示为下面两式:

$$\max_{x_{1H}, x_{2H}} P_s^H(x_{1H}, x_{2H}) = t_H(x_{1H}, x_{2H}) - V(f_1(H_{1H}, x_{1H}, p_1) + f_2(H_{2H}, x_{2H}, p_2)) \tag{12}$$

$$\max_{x_{1L}, x_{2L}} P_s^L(x_{1L}, x_{2L}) = t_L(x_{1L}, x_{2L}) - V(f_1(H_{1L}, x_{1L}, p_1) + f_2(H_{2L}, x_{2L}, p_2)) \tag{13}$$

式(12)和式(13)表示销售商将选择能够实现利润最大化的销售量。因此, 制造商制定的目标销售量一定要满足下式, 销售商才有可能接受合同:

$$(q_{1H}, q_{2H}) \ I \ \arg\max_{x_{1H}, x_{2H}} P_s^H(x_{1H}, x_{2H}),$$

$$(q_{1L}, q_{2L}) \ I \ \arg\max_{x_{1L}, x_{2L}} P_s^L(x_{1L}, x_{2L}) \tag{14}$$

此外, 为了让模型更有意义, 只有当销售商签订合同后得到的利润超过其最低可接受利润 M 时, 销售商才会接受合同, 称该利润为销售商的保留利润。那么, 制造商制定的激励合同要满足以下两式:

$$t_H(q_{1H}, q_{2H}) - V(f_1(H_{1H}, q_{1H}, p_1) + f_2(H_{2H}, q_{2H}, p_2)) \setminus M \tag{15}$$

$$t_L(q_{1L}, q_{2L}) - V(f_1(H_{1L}, q_{1L}, p_1) + f_2(H_{2L}, q_{2L}, p_2)) \setminus M \tag{16}$$

制造商希望通过提供两种合同 $\{q_{1H}, q_{2H},$

$t_H(q_{1H}, q_{2H})\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L(q_{1L}, q_{2L})\}$ 供销售商选择, 在销售商选择后得到销售商的真实销售能力。应用显示定理(Revelation Principle), 在本文式(2) - (5) 的需求函数形式下, 制造商可以采取付酬 $t_H(q_{1H}, q_{2H}) = t_H$ 和 $t_L(q_{1L}, q_{2L}) = t_L$ (由于需求是销售努力的确定函数, 因此, 制造商期望销售商实现的目标销售量, 销售商一定可以实现。此时, 制造商可以设定这样的合同/ 销售商选择两种产品的目标销售量 q_{1j}, q_{2j}, 并最终实现时才得到固定报酬 t_j, 否则得不到任何报酬($j = H, L$)0), 即制造商提供合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 供销售商选择, 那么约束条件式(14)要求两个条件成立: 其一: 销售能力为 H_H 的销售商选择合同 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 所能得到的利润不高于选择合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 所得到的利润; 其二: 销售能力为 H_L 的销售商选择合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 所能得到的利润不高于选择合同 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 所得到的利润。此时约束(14)转化为以下两个约束, 这两个约束保证了销售商会根据自己的真实销售能力选择相应的合同:

$$t_H - V(f_1(H_H, q_{1H}, p_1) + f_2(H_H, q_{2H}, p_2)) \geq t_L - V(f_1(H_H, q_{1L}, p_1) + f_2(H_H, q_{2L}, p_2)) \tag{17}$$

$$t_L - V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L}, p_2)) \geq t_H - V(f_1(H_L, q_{1H}, p_1) + f_2(H_L, q_{2H}, p_2)) \tag{18}$$

综上, 制造商制订合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 以及设定产品价格 p_1 和 p_2 时, 需要满足式(15)) (18)才能让不同类型的销售商接受合同并选择制造商期望其选择的合同。

事实上, 上述约束条件之间存在一定的关系, 整理如下:

根据销售能力与销售量之间的关系, 实现相同的销售量, 销售能力较高的销售商付出的销售努力要比销售能力较低的销售商付出的销售努力少, 即

$$f_1(H_L, q_{1L}, p_1) > f_1(H_H, q_{1L}, p_1) \tag{19}$$

那么, 由式(9)的努力成本函数, 下式也一定满足:

$$V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L}, p_2)) > V(f_1(H_H, q_{1L}, p_1) + f_2(H_H, q_{2L}, p_2)) \tag{20}$$

1) 式(16)、(17)和(20)保证式(15)的实现, 因此, 可以省略掉约束式(15)。

2) 式(16)和(17)一定取等式, 如果不取等式, 制造商总会在不影响该约束成立的情况下降低 t_H 和 t_L 来增加自己的利润。因此, 可以得到:

$$t_H = t_L - V(f_1(H_H, q_{1L}, p_1) + f_2(H_H, q_{2L}, p_2)) + V(f_1(H_H, q_{1H}, p_1) + f_2(H_H, q_{2H}, p_2)) \tag{21}$$

$$t_L = V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L}, p_2)) + M \tag{22}$$

在式(21)和式(22)的报酬下, 可以发现, 对于销售能力为 H_H 的销售商来说, 不论选择两种合同中的哪一个, 都将给他带来相同的利润。也就是说, 两种合同对销售能力为 H_H 的销售商是没有差别的, 那么他就有选择合同 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 的可能。为了防止这样的情况, 本文假设, 当销售商面临无差别的合同时, 他会选择制造商期望其选择的合同[19]。当制造商提供满足式(21)和式(22)报酬的两个合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 时, 销售能力为 H_H 的销售商会选择制造商期望其选择的合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$。

3) 式(18)可以由式(21)和式(22)实现, 所以, 省略约束(18)。

通过上述整理, 式(21)和式(22)就足以代表制造商的决策需要满足的所有约束条件。

定义 $R_H(q_{1H}, q_{2H})$ 和 $R_L(q_{1L}, q_{2L})$ 分别为不同类型的销售商选择制造商希望其选择的合同并付出相应的努力后所能得到的补偿, 那么:

$$R_H(q_{1H}, q_{2H}) = t_H - V(f_1(H_H, q_{1H}, p_1) + f_2(H_H, q_{2H}, p_2)) - M \tag{23}$$

$$R_L(q_{1L}, q_{2L}) = t_L - V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L}, p_2)) - M \tag{24}$$

命题 1: 销售能力较高的销售商得到的补偿大于 0, 能力较低的销售商得到的补偿为 0。

$$R_H(q_{1H}, q_{2H}) > 0,\ R_L(q_{1L}, q_{2L}) = 0 \tag{25}$$

证明: 把式(21)和式(22)带入到式(23)和式(24)中, 得到

$$R_H(q_{1H}, q_{2H}) = V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L}, p_2)) - V(f_1(H_H, q_{1L}, p_1) + f_2(H_H, q_{2L}, p_2))$$

$$R_L(q_{1L}, q_{2L}) = 0$$

再由式(20), 即可得到 $R_H(q_{1H}, q_{2H}) > 0$。命题 1 得证。

观察 1: 命题 1 告诉我们, 为了得到销售商的私有信息, 制造商需要支付给销售能力较高的销售商大于 0 的补偿, 称该补偿为/ 信息成本0。如果不支付该信息成本, 即制造商提供给销售能力较高的销售商以下的报酬:

$$t_{cH} = V(f_1(H_H, q_{1H}, p_1) + f_2(H_H, q_{2H}, p_2)) + M \tag{26}$$

此时, 销售能力较高的销售商选择合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_{cH}\}$ 将得到补偿 $R_{cH}(q_{1H}, q_{2H}) = 0$, 而他选择合同 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 将得到以下的补偿:

$$R_H(q_{1L}, q_{2L}) = V(f_1(H_L, q_{1L}, p_1) + f_2(H_L, q_{2L},$$

$p_2)) - V(f_1(H_H, q_{1L}, p_1) + f_2(H_H, q_{2L}, p_2))$ (27)

由命题1 可知该补偿 $R_H(q_{1L}, q_{2L}) > 0$, 那么在合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H)\}$ 和 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$ 中, 销售能力较高的销售商将选择合同 $\{q_{1L}, q_{2L}, t_L\}$, 制造商将不能得到销售商的私有信息。因此, 为了增加自身的期望收益, 在销售商选择合同后了解到其真实的销售能力, 制造商一定要支付给销售能力较高的销售商命题 1 中的补偿 $R_H(q_{1H}, q_{2H})$ 。

2.3 最优价格和最优目标销售量

2.2 节分析了制造商的决策所面临的约束)))式(21)和式(22), 把这两个式子以及式(2)- (5)带入到制造商的目标函数式(8)中, 制造商的决策变量就减少为只需要决策 $q_{1H}, q_{2H}, q_{1L}, q_{2L}, p_1, p_2$ 即可:

$$\max_{q_{1H}, q_{1L}, q_{2H}, q_{2L}, p_1, p_2} P_M = Q[(p_1 - c_1)q_{1H} + (p_2 - c_2)q_{2H}$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{q_{1H} - s_0^1 - bp_1}{H_H} + \frac{q_{2H} - s_0^2 - bp_2}{H_H}\right)^2 - M$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{q_{1L} - s_0^1 - bp_1}{H_H} + \frac{q_{2L} - s_0^2 - bp_2}{H_H}\right)^2$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{q_{1L} - s_0^1 - bp_1}{H_L} + \frac{q_{2L} - s_0^2 - bp_2}{H_{2L}}\right)^2]$$

$$+ (1 - Q)[(p_1 - c_1)q_{1L} + (p_2 - c_2)q_{2L}$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{q_{1L} - s_0^1 - bp_1}{H_L} + \frac{q_{2L} - s_0^2 - bp_2}{H_{2L}}\right)^2 - M] \quad (28)$$

命题 2: 当两种产品相互独立时, 制造商制定的最优销售价格 p_1^0 和 p_2^0 与不同类型销售商所付出的总努力 a_H^0 和 a_L^0 构成唯一的贝叶斯纳什均衡, p_1^0, p_2^0 为:

$$\begin{cases} p_1^0 = c_1 - \dfrac{s_0^1 + b_1c_1 + S(s_0^2 + b_2c_2)}{2(b_1 + S^2b_2) + QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2} \\ p_2^0 = c_2 + S(p_1^0 - c_1) \end{cases} \quad (29)$$

其中 $W = \dfrac{(1 - Q)G^2}{G^2 - Q}$ 。

$a_H^0 = a_{1H} + a_{2H}$, $a_L^0 = a_{1L} + a_{2L}$ 满足:

$$\begin{cases} a_H^0 = H_H(p_1^0 - c) \\ a_L^0 = WH_L(p_1^0 - c) \end{cases} \quad (30)$$

证明: 由式(28), 根据销售量和销售努力之间的关系, 制造商的期望利润 P_M 又可以表示为下式:

$$P_M = Q[(p_1 - c_1)(s_0^1 + H_H a_{1H} + b_1p_1) + (p_2 - c_2)(s_0^2 + H_H a_{2H} + b_2p_2) - \frac{1}{2}(a_{1H} + a_{2H})^2 - M$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{a_{1L} + a_{2L}}{G}\right)^2 - \frac{1}{2}(a_{1L} + a_{2L})^2] + (1 - Q)[(p_1 - c_1)(s_0^1 + H_L a_{1L} + b_1p_1) +$$

$$(p_2 - c_2)(s_0^2 + H_L a_{2L} + b_2p_2) - \frac{1}{2}(a_{1L} + a_{2L})^2 - M]$$

此时的六个变量为 $p_1, p_2, a_{1H}, a_{2H}, a_{1L}, a_{2L}$, P_M 关于该六个变量的 Hessen 矩阵为:

$$\begin{vmatrix} 2b_1 & 0 & QH_H & 0 & (1-Q)H_L & 0 \\ 0 & 2b_2 & 0 & QH_{2H} & 0 & (1-Q)H_{2L} \\ QH_H & 0 & -Q & -Q & 0 & 0 \\ 0 & QH_{2H} & -Q & -Q & 0 & 0 \\ (1-Q)H_L & 0 & 0 & 0 & \frac{Q}{G^2}-1 & \frac{Q}{G^2}-1 \\ 0 & (1-Q)H_{2L} & 0 & 0 & \frac{Q}{G^2}-1 & \frac{Q}{G^2}-1 \end{vmatrix}$$

经过计算可知, 该矩阵既不是处处正定的, 也不是处处负定的, 也就是说当有六个变量时, 不能判断 P_M 有极值存在。然而, 如果仅考虑 p_1, p_2, a_{1H}, a_{1L} 四个变量时, P_M 关于该四个变量的 Hessen 矩阵是处处负定的, 即如果假设 a_{2H}, a_{2L} 是常量, P_M 的最大值(极值) 可以通过关于 p_1, p_2, a_{1H}, a_{1L} 的一阶条件得到:

$$\begin{cases} s_0^1 + b_1c_1 + 2b_1(p_1 - c_1) + QH_H a_{1H} + (1 - Q)H_L a_{1L} = 0 \\ s_0^2 + b_2c_2 + 2b_2(p_2 - c_2) + QH_{2H} a_{2H} + (1 - Q)H_{2L} a_{2L} = 0 \\ a_{1H} + a_{2H} = H_H(p_1 - c_1) \\ a_{1L} + a_{2L} = WH_L(p_1 - c_1) \end{cases}$$

其中, $W = \dfrac{(1 - Q)G^2}{G^2 - Q}$

由假设 $S = \dfrac{H_H}{H_{2H}} = \dfrac{H_L}{H_{2L}}$, 联立上述四个方程, 就得到式(29) 和式(30)。

命题 3 得证。

虽然命题 3 的结论是在仅考虑四个变量 p_1, p_2, a_{1H}, a_{1L} 的情况下得到的, 前提是把变量 a_{2H} 和 a_{2L} 当作常量来对待, 但是我们发现,

$$\begin{cases} a_{1H} + a_{2H} = H_H(p_1^0 - c) \\ a_{1L} + a_{2L} = WH_L(p_1^0 - c) \end{cases} \quad (31)$$

a_{1H} 的最优值只与 a_{2H} 有关, 只要确定了 a_{2H}, 总是可以找到相应的最优 a_{1H} ; a_{1L} 的最优值只与 a_{2L} 有关, 只要确定了 a_{2L}, 总是可以找到相应的最优 a_{1L}; 也就是说, 虽然制造商需要决策六个变量, 但是实际上只要设定了两种产品的销售价格分别为 p_1^0 和 p_2^0, 根据式(31), 其余的四个变量中, a_{1H} 和 a_{2H} 中只要确定任何一个, 另一个也就确定; 而 a_{1L} 和 a_{2L} 中只要确定任何一个, 另一个也就确定。同时, 在设定了价格 p_1^0 和 p_2^0 后, 根据销售量与销售努力之间的关系, 只要制造商设定的两种产品的目标销售量满足下式时,

$$\begin{cases} \dfrac{q_{1H} - s_0^1 - bp_1^0}{H_H} + \dfrac{q_{2H} - s_0^2 - bp_2^0}{H_{2H}} = H_H(p_1^0 - c) \\ \dfrac{q_{1L} - s_0^1 - bp_1^0}{H_L} + \dfrac{q_{2L} - s_0^2 - bp_2^0}{H_{2L}} = WH_L(p_1^0 - c) \end{cases} \quad (32)$$

制造商将得到最大的期望利润 P_M^0:

$$P_M^0 = \frac{1}{2}(p_1^0 - c_1)[s_0^1 + b_1 c_1 + S(s_0^2 + b_2 c_2)] \tag{33}$$

观察 2: 命题 2 说明, 对于制造商来说, 要实现期望利润的最大化, 其制定的两种产品销售价格一定满足式(29), 由命题 1, 在这样的价格下, 制造商需要支付给销售能力较高的销售商的补偿为:

$$R_H^0(q_{1H}, q_{2H}) = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{G^2}) WH_L(p_1^0 - c_1) \tag{34}$$

对于销售能力为 H_H 的销售商来说, 只要他针对两种产品所付出的努力之和满足式(31), 或者说只要制造商制定的两种产品的目标销售量满足式(32), 那么该销售商选择合同 $\{q_{1H}, q_{2H}, t_H\}$ 并实现合同要求, 就能得到式(34)的补偿。该补偿只与制造商制定的价格有关, 价格越高, 补偿越多。销售商将不再关心如何在两种产品间分配努力。因此, 通过式(29)中两种产品价格的设定, 制造商获得了销售努力的分配权。制造商可以根据自身需要, 任意设置两种产品目标销售量的组合, 只要保证式(32)得到满足, 制造商都能得到式(33)的期望利润。

3　产品之间存在相关性

第二部分讨论的是销售商销售的两种产品间相互独立的情况, 然而, 同一制造商生产的多种产品可能存在着某些联系, 举个例子来说, 同一品牌的多款汽车间就可能存在一定的替代关系。如果考虑两种产品间存在一定的相关性))) 互补关系或者替代关系, 那么制造商制定的产品价格、设定的激励合同以及销售商的努力行为会发生什么样的变化呢? 接下来我们就来探讨这个问题。

用 D_1 表示产品 2 的销售量对产品 1 销售量的影响; D_2 表示产品 1 的销售量对产品 2 销售量的影响, 根据两种产品之间的关系, D_1 和 D_2 可以为正(正则表示两种产品之间是替代关系), 也可以为负(负则表示两种产品间是互补关系), 且 D_1 与 D_2 一定同号, 并假设 $0 < |D_1| < 1$, $0 < |D_2| < 1$。那么, 在销售商的不同销售能力下, 基于式(2) - (5) 两种产品的需求反映函数形式可重新表示为:

$$x_{1H} = s_0^1 + H_H a_{1H} + b_1 p_1 - D_1 x_{2H}, \quad x_{2H} = s_0^2 + H_H a_{2H} + b_2 p_2 - D_2 x_{1H} \tag{35}$$

$$x_{1L} = s_0^1 + H_L a_{1L} + b_1 p_1 - D_1 x_{2L}, \quad x_{2L} = s_0^2 + H_L a_{2L} + b_2 p_2 - D_2 x_{1L} \tag{36}$$

与第二部分的分析类似, 得到命题 3:

命题 3: 当产品之间存在一定的相关性时, 制造商制定的两种产品最优销售价格 p_1^* 和 p_2^* 与不同类型销售商所付出的努力 a_H^* 和 a_L^* 构成唯一的贝叶斯纳什均衡, p_1^*, p_2^* 为:

$$\begin{cases} p_1^* = c_1 - \dfrac{s_0^1 + b_1 c_1 + S(s_0^2 + b_2 c_2)}{2(b_1 + S @ S_1 b_2) + N(QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2)} \\ p_2^* = c_2 + S_1(p_1^* - c_1) \end{cases} \tag{37}$$

其中 $S_1 = \dfrac{S + D_1}{1 + SD_2}$, $N = \dfrac{S - S_1 D_2}{S(1 - D_1 D_2)}$。

$a_H^* = a_{1H} + a_{2H}$, $a_L^* = a_{1L} + a_{2L}$ 满足:

$$\begin{cases} a_H^* = H_H(p_1^* - c) \\ a_L^* = WH_L(p_1^* - c) \end{cases} \tag{38}$$

证明: 命题 3 的证明与命题 2 类似, 此处略。

观察 3: 命题 3 和命题 2 的结论相类似, 制造商都是通过设定合适地价格获得销售商销售努力的分配权, 继而根据自己的需要设定两种产品的目标销售量。然而, 两种产品存在一定的相关性与相互独立两种情况下, 制造商设定的最优价格以及目标销售量需要满足的具体条件有所不同。下面就来分析产品间的相关性对价格的影响情况。

对比式(29)与式(37), 要比较其中的 p_1^0 与 p_1^*, 只需要比较两者分母的大小, 即比较 d_1^0 和 d_1^* 的大小关系,

$$d_1^0 = 2(b_1 + S^2 b_2) + QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2 \tag{39}$$

$$d_1^* = 2(b_1 + S @ S_1 b_2) + N(QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2) \tag{40}$$

由于 $d_1^0 < 0, d_1^* < 0$, 令 $\$d_1 = d_1^* - d_1^0$, 则

$$\$d_1 = 2Sb_2(S_1 - S) + (N - 1)(QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2) \tag{41}$$

如果 $\$d_1 \setminus 0$, 即表示 $p_1^* \setminus p_1^0$, 而 $\$d_1 < 0$, 则 $p_1^* < p_1^0$。

为了对上述分析给出更直观的解释, 不失一般性, 令 $S = 1$($S = 1$ 表明 $H_H = H_H$, $H_L = H_L$, 即同一类型(销售能力)的销售商付出相同的销售努力对产品 1 和产品 2 的需求都将产生相同的影响。此处做该假设是为了简化模型, 着重分析两种产品的相关性 D_1, D_2 对制造商决策的影响, 在后面的数值例子中, 将进一步分析 $S > 1$ 的情况), 此时, $S_1 = \dfrac{(1 + D_1)}{(1 + D_2)}$, $N = \dfrac{1}{(1 + D_2)}$, 容易得到当 $\$d_1 = 0$ 时,

$$D_2^0 = \frac{2D_1 b_2}{2b_2 + (QH_H^2 + W(1 - Q)H_L^2)} \tag{42}$$

那么, 可以从以下两种情况进行分析:

1) 当 $D_2 \setminus D_2^0$ 时, $\$d_1 \setminus 0$ 。

如果 $D_1 > 0$, $D_2 > 0$, 那么 $D_2 \setminus D_2^0$, 即说明当两种产品间存在一定的替代关系, 产品 1 对产品 2 的影响大于某一确定值时($D_2 \setminus D_2^0$) , 相对两种产品独立的情况, 制造商将提高产品 1 的销售价格以减少对产品 2 需求的影响。

如果 $D_1 < 0$, $D_2 < 0$, 那么 $D_2 \setminus D_2^0$, 即说明当两种产品间存在一定的互补关系, 产品 1 对产品 2 影响的绝对值小于一确定值时($|D_2| [|D_2^0|$) , 相对两种产品独立的情况, 制造商将提高产品 1 的销售价格。

2) 当 $D_2 < D_2^0$ 时, $\$d_1 < 0$ 。

如果 $D_1 > 0$, $D_2 > 0$, 那么 $D_2 < D_2^0$, 即说明当两种产品间存在一定的替代关系, 产品 1 对产品 2 的影响小于某一确定值时($D_2 < D_2^0$) , 相对两种产品独立的情况, 制造商将降低产品 1 的销售价格以增加需求, 减少产品 2 对其产生的影响。

如果 $D_1 < 0$, $D_2 < 0$, 那么 $D_2 < D_2^0$, 即说明当两种产品间存在一定的互补关系, 产品 1 对产品 2 影响的绝对值大于某一确定值时($|D_2| > |D_2^0|$) , 相对两种产品独立的情况, 制造商将降低产品 1 的销售价格以增加两种产品的需求。

4　算例

下面通过一个数值的例子来直观表达本文模型的主要结论和性质。设定模型中的参数: $s_0^1 = 10$, $s_0^2 = 15$, $b_1 = -2.5$, $b_2 = -3$, $H_H = 2$, $H_H = 2$, $H_L = 1$, $H_L = 1$, $c_1 = c_2 = 2$, $Q = 0.5$, 此时 $S = 1$ 。把上述参数带入到命题 2 计算得到, 当两种产品相互独立时, 制造商为两种产品制定的最优销售价格为 $p_1^0 = p_2^0 = 3.6066$, 制造商能够得到的最大期望利润为 $P_M^0 = 11.2459$, 销售能力较高的销售商所能得到的补偿为 $R_H^0 = 0.3433$ 。

当两种产品之间存在相关性:

1) 若两种产品之间是替代关系, 令 $D_1 = 0.5$, 产品 1 的最优销售价格 p_1^* 随着 D_2 I $[0, 1]$ 的变化情况如下图所示。由式(42) 计算 $D_2^0 = 0.8077$, 当 $D_2 \setminus D_2^0$ 时, 制造商将设定产品 1 的最优销售价格 $p_1^* \setminus p_1^0$; 当 $D_2 < D_2^0$ 时, 制造商将设定产品 1 的最优销售价格 $p_1^* < p_1^0$;

2) 若两种产品之间是互补关系, 令 $D_1 = -0.5$, 产品 1 的最优销售价格 p_1^* 随着 D_2 I $[-1, 0]$ 的变化情况如下。此时, $D_2^0 = -0.8077$, 当 $D_2 \setminus D_2^0$ 时, 制造商将设定产品 1 的最优销售价格 $p_1^* \setminus p_1^0$; 当 $D_2 < D_2^0$ 时, 制造商将设定产品 1 的最优销售价格 $p_1^* < p_1^0$ 。

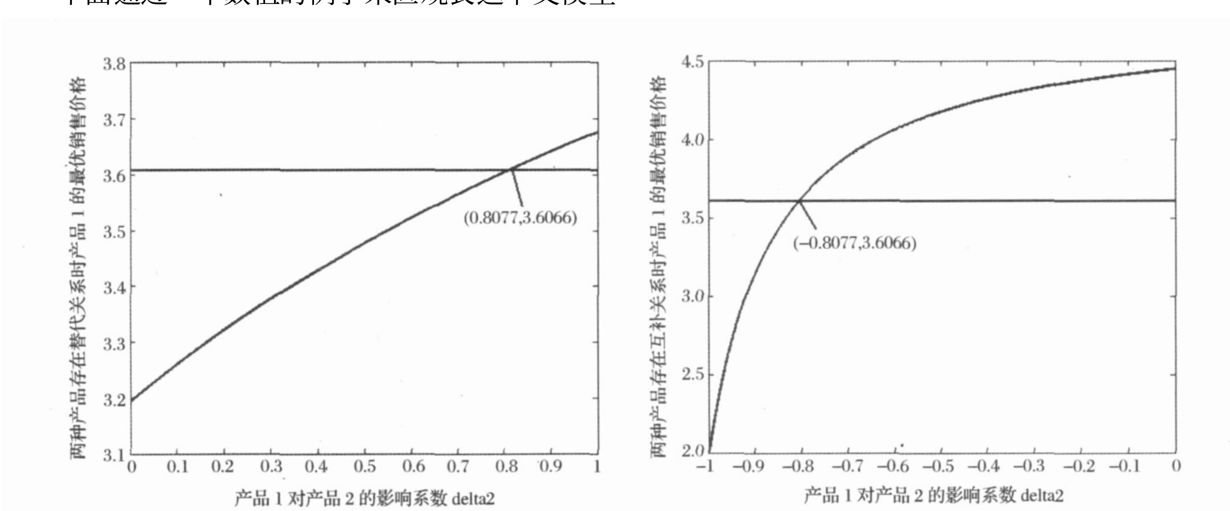

图 1: $S = 1$ 时产品 1 的最优销售价格 p_1^* 随 D_2 的变化情况

若考虑 $H_H = 2$, $H_H = 1.5$, $H_L = 1$, $H_L = 0.75$, 即 $S = 1.333 > 1$, 由命题 2 计算得到当两种产品相互独立时, 制造商制定的两种产品的销售价格分别为: $p_1^0 = 3.2705$, $p_2^0 = 3.6490$, 能够得到的最大期望利润为 $P_M^0 = 10.7989$, 销售能力较高的销售商所能得到的补偿为 $R_H^0 = 0.2722$ 。

当两种产品之间是替代关系或互补关系时, 分别令 $D_1 = 0.5$ 或 $D_1 = -0.5$, 我们发现, 产品 1 的最

优销售价格 p_1^* 随着 D2 I [0, 1] 或 D2 I [- 1, 0] 的变化情况如图 2 所示。由图 2, 此时仍然存类似 D_2^0 的特殊点(由式(41) 可求得), 由于文章篇幅所限, 将不具体求解。当 S> 1 时, 产品 1 的最优销售价格随着 D2 的变化情况与 S= 1 时类似, 这里不再详述。

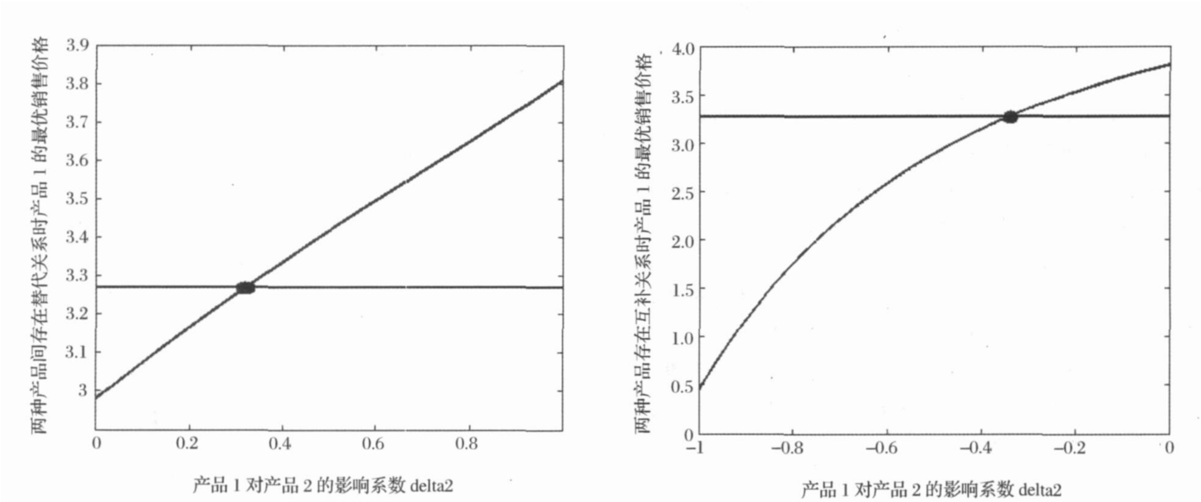

图 2 S> 1 时产品 1 的最优销售价格 p_1^* 随 D_2 的变化情况

5 结语

本文以制造商雇佣销售商同时销售两种产品为背景, 在销售商具有关于销售能力的私有信息的情况下, 分析了制造商如何同时制定多产品激励合同, 并设定产品销售价格的问题。模型分析发现, 制造商通过提供两种合同让销售商选择, 既能够激励销售商付出制造商期望的总销售努力, 又通过销售商的合同选择获得了销售商的真实销售能力。获得信息需要一定的成本, 要准确了解销售商的销售能力, 制造商需要支付/ 信息租金0给较高销售能力的销售商(命题 1)。模型结果还显示, 制造商通过合适地设定两种产品的销售价格, 无论销售能力较高还是较低的销售商, 付出的总销售努力将只与制造商制定的价格有关, 本文证明了存在唯一的贝叶斯纳什均衡(命题 2 与命题 3)。制造商通过设定均衡价格获得了销售商销售努力的分配权, 也就是说, 制造商可以控制销售商分配到不同产品的销售努力。由于本模型中采用规定目标销售量的合同形式, 那么合同的设计只要保证, 销售商为实现两种产品的目标销售量所需要付出的总销售努力满足命题 2、命题 3 所示的均衡, 制造商就可以设置任意两个目标销售量的组合而不影响最终的期望利润。另外, 本文还探讨了当两种产品间存在一定的相关性时, 制造商设定的产品最优价格受相关性的影响变化情况。最后给出了一个算例来说明模型的含义以及部分结论。本模型的主要适用范围是: 制造商知道两种产品的需求与销售努力和价格之间的函数关系, 同时也具有两种产品之间独立性或相关性大小的信息, 但是不确定销售商的真实销售能力, 只能根据对销售能力的估计进行决策。销售商知道自己的真实销售能力, 同时了解制造商知道的关于产品的一切信息。

参考文献:

[1] Basu, A., R. Lal, V. srinivasan, R. Staelin. Sales2force- compensation plans: An agency theoretic per2spective[J]. Marketing Science, 1985, 4(4): 267- 291.

[2] Lal, R., Staelin, R. Salesforce compensation plans in environments with asymmetric information[J]. Market2ing Science, 1986, 5: 179- 198.

[3] Rao, R. C. Compensating heterogeneous salesforces: some explicit solutions[J]. Marketing Science, 1990, 10: 319- 341.

[4] Sanjog, M., Anne T. Coughlan, Chakravarthi Narasimhan. Salesforce Compensation: An Analytical and Empirical Examination of the Agency Theoretic Ap2proach[J]. Quantitative Marketing and Economics, 2005, 3: 5- 39.

[5] Coughlan, A.T.. Salesforce compensation: a review of MS/ OR advances. Handbook in Operations Research and Management Science, ed. G. L. L. J. Eliashberg. Vol. 5: Marketing[M]. Amsterdam: North2Holland, 1993, 611- 51.

[6] Albers, S.. Salesforce Management 2Compensation, Motivation, Selection and Training. Handbook of Mar2

keting, ed. R. W. Barton Weitz[M]. London: Sage Publications, 2002, 248- 266.

[7] Chen, F. Salesforce incentives and inventory management[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2000, 2(2):186- 202.

[8] Chen, F. Salesforce Incentives, Market Information, and Production/ Inventory Planning[J]. Management Science, 2005, 51(1):60- 75.

[9] Fangruo Chen, W. X. Incentive Contracts, Information Acquisition and Production Planning[R]. Columbia Business School, 2008.

[10] 李仕明, 唐小我. 完全信息下的激励))) 努力动态博弈分析[J]. 中国管理科学, 2004, 12(5):116- 119.

[11] 郭彬, 张世英, 郭焱, 冷永刚. 企业所有者与经理人委托代理关系中最优激励报酬机制研究))) 兼论企业产业类型与业绩报酬的关系[J]. 中国管理科学, 2004, 12(5):80- 84.

[12] 蒲勇健, 周莉. 纳入相对业绩的经营者激励效果研究. 中国管理科学[J]. 2006, 14(1): 142- 148.

[13] Lal, R., Srinivasan, V. Compensation plans for single2 and multi2product salesforces: an application of the Holmstrom2Milgrom model[J]. Management Science, 1993, 39: 777- 793.

[14] Zhang, C., Mahajan, V. Development of optimal salesforce compensation plans for independent, complementary and substitutable products[J]. International Journal of Research in Marketing, 1995, 12: 355- 362.

[15] Mantrala, M., Sinha, P., Zoltners, A. A. Structuring a multiproduct sales quota2bonus plan for a heterogeneous salesforce: a practical approach[J]. Marketing Science, 1994, 13:121- 144.

[16] Jagmohan S. Raju, V. S. Quota2based Compensation Plans for Multiterritory Heterogeneous Salesforces[J]. Management Science, 1996, 42(10):1454- 1462.

[17] Holmstrom, B., Paul Milgrom. Multitask principle2agent analyses: Incentive contracts, asset owership, and job design[J]. J. Law, Econom. Organ., 1991, 7: 24 - 52.

[18] Rees, R. The Theory of Principal and Agent: Part[J]. Bulletin of Economic Research, 1985, 37(1):3- 26.

[19] Fudenberg, D., Holmstrom, B., Milgrom, P. Short2term contracts and long- term agency relationships[J]. Journal of Economic Theory, 1990, 51(1): 1- 31.

Pricing and Compensation on Heterogeneous Sales Forces for Multi2Products under Asymmetric Information

XU Hong2yan[1], HUANG He[2]

(1. School of Economics and Management, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China;
2. College of Economics and Business Administration, Chongqing Univ., Chongqing 400044, China)

Abstract: In this paper, we investigate the pricing decision and the compensation strategy of a manufacturer with heterogeneous sales force. The manufacturer hires the sales2agent to sell multi2products. The sales2agent usually has better information of his selling ability than the manufacturer does and he will distribute his efforts according to the products. compensation contracts, while the selling ability and effort distribution will both influence the demand. As there is asymmetric information before the manufacturer offers the contracts, the manufacturer has to pay extra cost to get the sales2agent. s private information about selling ability. And by applying principle2agent theory, we find that the manufacturer can control the agent. s effort distribution through setting the optimal prices.

Key words: selling ability; asymmetric information; compensation contracts; pricing