

文章编号:1003 - 207(2009)02 - 0071 - 05

资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型

毕功兵,梁 樑,杨 锋

(中国科学技术大学管理学院,安徽 合肥 230026)

摘 要:经典的数据包络分析(DEA)模型将决策单元看作“黑箱”,忽视决策单元的内部过程,必然会高估决策单元的效率。本文研究了一种资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价方法,针对此类生产过程的内部过程,研究其内部运行机制对整体效率的影响。本文提出的模型实质上是一类特殊的网络 DEA 模型,其评价原理有别于已有的研究成果,但更有助于管理者确定生产过程的非有效来源及其效率改进方向。实例证实本文方法的合理性。

关键词:数据包络分析;效率评价;两阶段生产系统

中图分类号:N94; F224.3 **文献标识码:**A

1 引言

三十年来,在运筹学领域,数据包络分析(Data Envelopment Analysis,简称 DEA)理论、方法及其应用研究获得了迅速的发展。DEA 方法之所以受到人们广泛的关注,是因为 DEA 在效率评价中具有一些很好的性质^[1,2]。但是在经典 DEA 模型中,每个 DMU 都被看作是一个“黑箱”,即 DMU 的输入是如何转化为输出的、DMU 的运作过程本身是不是影响其整体效率等等。这些问题已经引起学者们的关注,其代表性的成果是不同的网络 DEA 模型的研究。Färe 和 Grosskopf 首次提出网络 DEA 的概念^[3],并在随后提出了基于网络生产系统的 DEA 模型的基本架构^[4],而两阶段生产系统的 DEA 模型是网络 DEA 的特例。在已有网络 DEA 的研究文献中,两阶段生产系统可分为两类:一类是序列型,即系统的总输入只为第一阶段所消费,后一阶段的输入完全来自前一阶段的输出。Wang 等人于 1997 年提出了序列型两阶段生产系统的 DEA 模型^[5],后来 Lewis 和 Sexton 从另外一条建模思路也提出了一个关于序列型两阶段生产系统的 DEA 模型^[6];一类是资源约束型,即系统的总输入同时为两个自生产阶段所消费。Chen 等人最早研究了资源约束型两阶段生产系统的 DEA 模型^[7](下文简

称 CLYZ 模型)。

两阶段生产系统是网络结构生产系统的基本形式之一。从不同角度对两阶段生产系统的 DEA 模型展开研究,有助于人们深入地认识其本质属性,推动网络 DEA 理论和方法研究的发展。然而,国内针对两阶段生产系统的 DEA 效率评价方法的研究文献却相对较少。毕功兵等人曾在 Lewis 和 Sexton 的研究基础上,对两阶段生产系统的效率评价进行了拓展研究,构建了序列型两阶段生产系统的 DEA 模型^[8]。到目前为止,国内尚未见资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价的研究文献。为此,本文拟在 Chen 等人^[7]的研究基础上,对资源约束型两阶段生产系统的效率评价进行拓展性研究,提出一个新的针对资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型,并将其应用于我国某商业银行某一级分行下属的 17 个二级分行的效率评价实践中。

2 资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型

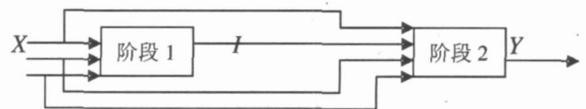


图 1 资源约束型两阶段生产系统

考虑如图 1 所示的两阶段生产系统。假设有 $n(j = 1, \dots, n)$ 个 DMUs,每个 DMU 有两个业务阶段即 S_1 和 S_2 。对于某 DMU 而言,其投入为 X , $X = X_1 + X_2$,其中, $X = (x_1, \dots, x_m)$, $X_1 = (x_{11},$

收稿日期:2008 - 05 - 15;修订日期:2008 - 12 - 11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(70871106,70821001)
作者简介:毕功兵(1966 -),男(汉族),安徽人,中国科技大学管理学院,博士,副教授,研究方向:系统工程、管理科学。

..., x_{m1}), $X_2 = (x_{12}, \dots, x_{m2})$ 。这意味着投入被分配到了两个阶段,每个阶段的业务都依赖一定数量的该种投入。同时,该DMU的最终产出为 $Y, Y = (y_1, \dots, y_s)$,也即是 S_2 的产出。尤其需要强调的是中间产品向量 $I, I = (I_1, \dots, I_l)$,它既是第一阶段的产出,又是第二阶段的投入。

运用经典的DEA模型(即CCR模型)来评价决策单元的效率,出于对中间产出变量的理解的差异,存在两种效率评价思路^[7]:一种思路把中间产出视为一种产出,和最终产出一样是由原始投入“生产”出来的,由此建立CCR模型(下文称CCR1);另一种思路认为,中间产出并不能代表该生产过程的成果,故不能作为产出,因此,该生产过程的产出只包括最终产出,由此建立CCR模型(下文称CCR2)。为了有别于传统的DEA效率评价以及文献[7]的效率评价思路,本文在考虑两个子生产系统的效率基础上评价整个生产系统的效率,为此而构建如下DEA效率评价模型:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad \sqrt{\frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} \times \frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0}} \\
 &s. t. \quad \frac{U_1^T I_j}{V_1^T X_{1j}} = 1, j = 1, \dots, n, \\
 &\quad \frac{U^T Y_j}{V_1^T X_{2j} + U_1^T I_j} = 1, j = 1, \dots, n, \\
 &\quad X_{1j} + X_{2j} = X_j, j = 1, \dots, n, \\
 &\quad U_1, U, V_1 = O. \tag{1}
 \end{aligned}$$

其中,第一阶段子决策单元的效率评价模型为:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad \frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} \\
 &s. t. \quad \frac{U_1^T I_j}{V_1^T X_{1j}} = 1, j = 1, \dots, n, \\
 &\quad U_1, V_1 = O. \tag{2}
 \end{aligned}$$

第二阶段子决策单元的效率评价模型为:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad \frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0} \\
 &s. t. \quad \frac{U^T Y_j}{V_1^T X_{2j} + U_1^T I_j} = 1, j = 1, \dots, n, \\
 &\quad U, V_2 = O. \tag{3}
 \end{aligned}$$

(1)式是分式规划,通过Charnes-Cooper变换,将(1)等价为一个整式规划。令 $T_1 = \frac{1}{V_1^T X_{10}}, W_1 =$

$$\begin{aligned}
 &T_1 V_1, K_1 = T_1 U_1, T_2 = \frac{1}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0}, T_2 = t T_1, \\
 &W_2 = T_2 V_1 = t W_1, W_3 = T_2 U_1 = t K_1, K_2 = T_2 U.
 \end{aligned}$$

于是,(1)式变为(4)式,即有下列模型:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad \sqrt{K_1 I_0 \times K_2 Y_0} \\
 &s. t. \quad K_1 I_j = W_1 X_{1j}, j = 1, \dots, n \\
 &\quad W_1 X_{10} = 1; \\
 &\quad K_2 Y_j = t W_1 X_{2j} + t K_1 I_j, j = 1, \dots, n \\
 &\quad t W_1 X_{20} + t K_1 I_0 = 1; \\
 &\quad X_{1j} + X_{2j} = X_j, j = 1, \dots, n \\
 &\quad K_1, K_2, W_1 = O. \tag{4}
 \end{aligned}$$

规划(4)是一个非线性规划,无法确定其解是否为全局最优解,本文通过如下步骤得到全局最优解:

第一步:规划(4)的最优解应等价于如下替换目标函数的非线性规划(4B)的最优解。

$$\begin{aligned}
 &Max \quad K_1 I_0 \times K_2 Y_0 \\
 &s. t. \quad \text{同(4)} \tag{4B}
 \end{aligned}$$

注意到 $K_1 I_0 = \frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} = 1, K_2 Y_0 = \frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0} = 1$,令 $K_1 I_0 = r$,显然 $0 < r < 1$ 。则(4B)等价于如下带参数 r 的线性规划:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad K_1 I_0 \times K_2 Y_0 \\
 &s. t. \quad K_1 I_j = W_1 X_{1j}, j = 1, \dots, n \\
 &\quad W_1 X_{10} = 1; \\
 &\quad K_2 Y_j = t W_1 X_{2j} + t K_1 I_j, j = 1, \dots, n \\
 &\quad t W_1 X_{20} + t K_1 I_0 = 1; \\
 &\quad X_{1j} + X_{2j} = X_j, j = 1, \dots, n \\
 &\quad K_1 I_0 = r; \\
 &\quad K_1, K_2, W_1 = O. \tag{5}
 \end{aligned}$$

给定任意一个 r ,规划(5)均是一个线性规划,可以得到全局最优解,记为 $s(r)$ 。

第二步:以0.0001为步长取遍 $[0, 1]$ 内所有的 r ,并记: $s = \max_{r \in [0, 1]} s(r)$,则 s 对应的解为(4)的全局最优解。

性质1 若 DMU_0 在模型(1)下效率值等于1,则其在 S_1 和 S_2 阶段都是CCR效率值为1的决策单元。

证明:因为

$$\begin{aligned}
 &\frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} = 1 \\
 &\frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0} = 1
 \end{aligned}$$

由模型(1)最优值为1知,存在最优解 U_1^*, U^*, V_1^* 使

$$\begin{aligned}
 &\frac{U_1^{T*} I_0}{V_1^{T*} X_{10}} = 1 \\
 &\frac{U^{T*} Y_0}{V_1^{T*} X_{20} + U_1^{T*} I_0} = 1
 \end{aligned}$$

$$\frac{U_1^T \cdot I_j}{V_1^T \cdot X_{1j}} \quad 1, j = 0$$

$$\frac{U^T \cdot Y_j}{V_1^T \cdot X_{2j} + U_1^T \cdot I_j} \quad 1, j = 1, \dots, n$$

这就意味着 U_1^*, U^*, V_1^* 也是模型 (2) 和模型 (3) 的最优解,且最优解都为 1。证毕。

由性质 1 可知模型 (1) 能够识别出真正有效的 DMU (S_1, S_2 阶段均为有效的),只要有一个阶段非有效则不会得出有效的结论。与传统 DEA 没有考虑到 DMU 内部结构的评价方法相比,模型 (1) 更加客观,充分利用了内部结构提供的信息,避免所有单元都任意选择有利于自身效率值的权重。这一点可以从模型 (1) 的约束条件中清楚地看出,从而完成对传统 DEA 评价结果的改进。

性质 2 模型 (1) 具有单位不变性 (unit invariant)。

证明:假设 $a^T I_j, b^T Y_j, c^T X_j$

其中 $a = (a_1, a_2, \dots, a_l)^T > 0, b = (b_1, b_2, \dots, b_s)^T > 0, c = (c_1, c_2, \dots, c_m)^T > 0$ 分别表示各种输入和输出元素的新单位与原单位的比例关系,令

$$I_j = (a_1 I_{j1}, a_2 I_{j2}, \dots, a_l I_{jl})^T$$

$$Y_j = (b_1 Y_{j1}, b_2 Y_{j2}, \dots, b_s Y_{js})^T$$

$$X_j = (c_1 X_{j1}, c_2 X_{j2}, \dots, c_m X_{jm})^T$$

则模型 (1) 变为如下形式

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad \frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} \times \frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0} \\ & \text{s. t.} \quad \frac{U_1^T I_j}{V_1^T X_{1j}} \quad 1, j = 1, \dots, n, \\ & \quad \frac{U^T Y_j}{V_1^T X_{2j} + U_1^T I_j} \quad 1, j = 1, \dots, n, \\ & \quad X_{1j} + X_{2j} = X_j, j = 1, \dots, n \\ & \quad U_1, U, V_1 \geq 0. \end{aligned} \tag{6}$$

下面令

$$U_1 = (a_1 U_{11}, a_2 U_{12}, \dots, a_l U_{1l})^T \geq 0$$

$$U = (b_1 U_1, b_2 U_2, \dots, b_s U_s)^T \geq 0$$

$$V_1 = (c_1 V_{11}, c_2 V_{12}, \dots, c_m V_{1m})^T \geq 0$$

其中

$$U_1 = (U_{11}, U_{12}, \dots, U_{1l})^T$$

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_s)^T$$

$$V_1 = (V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1m})^T$$

则模型 (6) 转化成

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad \frac{U_1^T I_0}{V_1^T X_{10}} \times \frac{U^T Y_0}{V_1^T X_{20} + U_1^T I_0} \\ & \text{s. t.} \quad \frac{U_1^T I_j}{V_1^T X_{1j}} \quad 1, j = 1, \dots, n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{U^T Y_j}{V_1^T X_{2j} + U_1^T I_j} \quad 1, j = 1, \dots, n, \\ & X_{1j} + X_{2j} = X_j, j = 1, \dots, n \\ & U_1, U, V_1 \geq 0. \end{aligned} \tag{7}$$

易知模型 (7) 与模型 (1) 是等价的。证毕。

传统 DEA 模型的优点之一就是单位不变性,而一些 non-radial 的模型 (如加法模型) 则不具有单位不变性的特性^[9]。从这点上来看,模型 (1) 的评价结果不受被评价 DMU 输入和输出元素的单位的影响,从模型特性上来说是有有效的。

因此,本文模型至少有如下优点:(1) 同 CCR1、CCR2 相比,本文模型充分考虑了 DMU 的内部结构及其对总效率的影响;(2) 目标函数为两阶段子 DMU 效率的几何平均数,有坚实的数学基础;(3) 本文模型同 CL YZ 模型相比,更能甄别非有效的 DMUs,因为几何平均数不大于算术平均数。

3 应用

商业银行是最主要的金融中介机构之一,它利用人力、财力、物力资源,一方面从社会上吸收存款,聚集闲散资金,另一方面将所集中的资金通过发放贷款和投资的方式提供给资金需求部门。商业银行通过融通社会资金,既可实现自己的经营业绩,又能促进社会经济发展。商业银行业务运作过程是典型的两阶段生产过程^[5,7,8]。本文通过一个商业银行的实例来演示新模型 (4)。实例选取了中国某国有商业银行一级分行下属 17 个二级分行某年度的有关资料。在评价指标的选择上,根据银行业务运作过程的特征和实际情况,本文选取了指标包括:投入指标 (固定资产净值、员工人数和营业费用);产出指标 (贷款数和账面利润);中间产品指标 (存款)。

表 1 是本文的新模型的应用结果 (取计算结果的倒数)。其中第二列是模型 (4) 计算的结果,第三、四列分别是模型 (2)、(3) 计算的结果。从模型 (4) 的计算结果看,17 个 DMU 无一是有效率的,只有第 1、5 个 DMU 最优值最接近 1;而根据模型 (2) 和 (3),没有一个 DMU 的 S_1 是有效的,而有三个 DMU 的 S_2 是有效的。这又说明了另一个结果:两个阶段有可能无法同时达到是有效率的,为了系统的整体效率更高,个别子阶段 (如决策单元 1、5、6 的 S_2) 不得不牺牲自身的效率。

表 1 同时给出了几个 DEA 模型在该实例下的计算结果的比较。第五、六、七列分别是 CCR1、CCR2 和 CL YZ 模型的实例计算结果。本文实例用

CCR1 计算的结果,第 1、5、6、7、10 个 DMU 是有效率的。本文实例用 CCR2 计算的结果,第 1、5、6、7 个 DMU 是有效率的。本文实例用新模型和 CL YZ 模型计算,无一个 DMU 是有效率的,且对所有的

DMU,新模型的最优值都比 CL YZ 模型的最优值小,这表明本文的新模型更有利于银行监管部门或银行高管层甄别出非有效的银行。

表 1 计算结果与效率比较

DMU	模型(4)	模型(2)	模型(3)	CCR1	CCR2	CL YZ
1	0.9700	0.9409	1.0000	1.0000	1.0000	0.9705
2	0.8189	0.9041	0.7417	0.9275	0.8686	0.8229
3	0.5588	0.7845	0.3980	0.9740	0.6759	0.6379
4	0.5549	0.9354	0.3291	0.9354	0.4720	0.6323
5	0.9811	0.9625	1.0000	1.0000	1.0000	0.9812
6	0.7954	0.6327	1.0000	1.0000	1.0000	0.8164
7	0.7952	0.9423	0.6711	1.0000	1.0000	0.8067
8	0.6719	0.8535	0.5289	0.9057	0.9057	0.6912
9	0.6324	0.6084	0.6573	0.6559	0.5882	0.6328
10	0.6364	0.6956	0.5822	1.0000	0.9217	0.6637
11	0.5097	0.9020	0.2880	0.9349	0.5112	0.6062
12	0.6196	0.7837	0.4899	0.7837	0.5173	0.6368
13	0.5456	0.7129	0.4175	0.7129	0.5080	0.5652
14	0.6351	0.8682	0.4645	0.8683	0.7440	0.6664
15	0.5160	0.8295	0.3210	0.8295	0.4021	0.5752
16	0.6840	0.7287	0.6421	0.7300	0.6514	0.6854
17	0.6052	0.7133	0.5134	0.7141	0.6278	0.6133

4 结语

经典 DEA 模型把 DMU 看作一个“黑箱”,投入要素为输入,产出为输出,而不考虑中间环节,这样无法正确刻画实际的生产过程,也不利于 DMU 的效率评价。本文将 DMU 运作过程展开为两阶段,考察每一阶段的运作效率以及对整个 DMU 效率的影响,从而寻找 DMU 非有效率的源泉。

与序列型两阶段生产系统的研究不同,本文考察的是资源约束型两阶段生产系统,即系统的总输入同时为两个阶段所消费。Chen 等人于 2006 年研究了这类系统的 DEA 模型,他们的方法是以各阶段效率均值最大化为目标函数构建 CL YZ 模型。在此基础上,本文提出了一种新的研究思路,目标函数为两阶段子 DMU 效率的几何平均数。因为几何平均数不大于算术平均数,所以本文模型同 CL YZ 模型相比,能更有效的甄别出非有效的 DMUs。针对几何平均数为目标函数的非线性规划无法确定全局最优解的问题,本文给出了一个可行的求解方法。同时,该研究还弥补了国内对资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价研究的不足。

本文并将构建的资源约束型两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型,运用于我国商业银行运作效率

的评价实践。本文只选择了中国某国有商业银行一级分行下属 17 个二级分行作为 DEA 效率评价对象,实例的计算结果表明本文的新模型更能甄别出非有效的 DMU。因此,本文的新模型为评价商业银行的运作效率提供了可借鉴的思路。不仅如此,对于其他典型的具有资源约束型生产过程(如保险业等),尤其是用 CCR 或 CL YZ 模型评价后的有效 DMU 为多数时,采用本文提出的模型将能对生产系统作更有效地效率评价。

参考文献:

- [1] Cooper W. W., Seiford L. M., Joe Zhu. Handbook on Data Envelopment Analysis [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [2] 魏权龄. 数据包络分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [3] Färe R., Grosskopf S.. Productivity and intermediate products: A frontier approach[J]. Economics Letters, 1996, 50: 65 - 70.
- [4] Färe R., Grosskopf S.. Network DEA [J]. Socio-Economic Planning Sciences, 2000, 34: 35 - 49.
- [5] Wang C. H., Gopal R., Zonts S.. Use of data envelopment analysis in assessing information technology impact on firm performance [J]. Annals of Operations Research, 1997, 73: 1991 - 213.

- [6] Lewis H. F. , Sexton T. R. . Network DEA : efficiency analysis of organizations with complex internal structure [J]. Computers & Operations Research , 2004 , 31 : 1365 - 1410.
- [7] Yao Chen , Liang Liang , Feng Yang , Joe Zhu. Evaluation of information technology investment : a data envelopment analysis approach [J]. Computers & Operations Research , 2006 , 33 : 1368 - 1379.
- [8] 毕功兵 , 梁樑 , 杨锋. 两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型[J]. 中国管理科学 , 2007 , 15(2) : 92 - 96.
- [9] Cooper W. W. , Seiford L. M , Tone K. . Data envelopment analysis - A comprehensive text with models , applications , references and DEA - solver software [M]. Massachusetts : Kluwer Academic Publishers , 2000 : 47.

A DEA-Based Efficiency-Measuring Model for Two-Stage Production Systems with Constrained Resources

BI Gong-bing, LIANG Liang, YANG Feng

(School of Management , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China)

Abstract : The original Data Envelopment Analysis (DEA) models regard the DMUs as black boxes , that is , ignore the internal process for each DMU , which surely overrates the efficiency scores of DMUs. This paper advances a DEA-based efficiency-measuring model for two-stage production systems with constrained resources. The approach considers the internal process and its impact on the total performance. In reality the model is a special network DEA model , but differs from the previous network DEA models. The approach is helpful to offer information for managers to determine the inefficient originations and improvement directions. The demonstration study approves the rationality of our approach.

Key words : Data Envelopment Analysis ; efficiency evaluation ; two-stage production system