

文章编号:1003 - 207(2009)02 - 0066 - 05

# 考虑供应商违约风险的 CVaR 最优订货模型

安智宇<sup>1,2</sup>, 周 晶<sup>1</sup>

(1. 南京大学工程管理学院, 南京 210093; 2. 南京理工大学经济管理学院, 南京 210094)

**摘要:** 供应商违约引发供应中断或延迟会使下游制造商造成巨大损失。同时考虑了供应商具有随机的违约概率及需求不确定的情况, 基于 CVaR 的风险度量准则, 建立了基于条件风险价值最小的制造商最优订货模型, 数值分析表明订货量与供应商可靠性具有正相关性; 当制造商风险参数很高时, 可靠性只有达到一定程度, 订货量才会有较大幅度提高; 当供应商可靠性较低时, 降低预定价格会吸引更多的订货。

**关键词:** 供应链中断; CVaR; 最优订货; 风险管理

**中图分类号:** F224; O221 **文献标识码:** A

## 1 引言

供应商违约是企业面临的一项重要的风险。它一般由供应商的财务危机、自然灾害、劳动力罢工、恐怖主义、供应商较差的商业信用等原因引起。供应违约会使制造商遭受很大的损失, 包括收益、市场占有率、消费者服务水平等多方面的下降。如 2000 年飞利浦半导体厂的火灾导致对 Ericsson 的芯片供应中断, 从而引发 Ericsson 18 亿美元的损失和 4% 市场份额的丢失。2005 年上半年圣·路易斯的 Peabody 能源公司由于供应商违反合同导致 34 亿美元的损失。尽管如此, 由于较低的固定价格和交易成本, 大多数制造商还是希望和供应商建立尽可能长期的供货关系。因此当制造商确定最优订货策略时, 考虑供应商违约的可能性更具有现实意义。

近年来出现了一系列研究供应违约风险的文献。Hendricks 和 Singhal<sup>[1,2]</sup> 对 800 例供应中断的案例进行了调查, 发现有供应中断经历的企业其股票收益率平均降低 30%。Tomlin<sup>[3]</sup> 指出企业可以分别通过安全库存, 双重供货源, 紧急备选供货源等渠道来管理供应违约风险。Dada<sup>[4]</sup> 等认为尽管供应商的可靠性会影响预定数量, 但制造商在选择供应

商时, 原材料价格通常会比可靠性更优先的考虑到。Haksöz 和 Kadam<sup>[5]</sup> 认为由于目前大部分产品可以在现货市场获得, 对于供应商违约风险的存在, 预定比预期少的货物, 并通过现货市场来补充供应。江颖<sup>[6]</sup> 等利用资本资产定价模型衡量了供应商的违约风险, 王燕<sup>[7]</sup> 等考虑了供应商违约风险对供应链企业以及整个供应链的影响

由于供应商是否违约具有不确定性, 则制造商的风险态度会直接影响订货决策。上述文献多数是从制造商预期收益最大化或预期成本最小化的角度制定采购量, 单纯的预期成本最小化假设制造商是风险中性的, 它并没有体现一定数量的成本及损失产生的概率, 也没有反映成本分布的尾部(或超额成本)信息。基于 CVaR 的风险度量方法可以较好的解决这类问题, 这是目前讨论供应商违约风险的文献还没有考虑到的。CVaR 风险度量准则是近几年金融工程领域发展起来的一种有效的风险度量方法<sup>[8,9]</sup>。它代表了超额损失的平均水平, 反映了损失超过 VaR (Value at risk) 时可能遭受的平均损失的大小, 较之 VaR 更能体现潜在的风险价值。另外, 求 CVaR 的同时, 相应的 VaR 也可以获得, 因此可以对风险实行双重监管。CVaR 不要求市场因子服从正态分布, 仅以减少下方损失为目标, 且具有良好的优化和可计算性等特性。

本文主要研究在供应商违约的随机性和产品需求不确定的情况下, 制造商的最优订货决策, 其中采用 CVaR 风险度量准则, 给定制造商的风险参数, 以最小化条件风险价值为目标。

收稿日期: 2008 - 07 - 07; 修订日期: 2009 - 02 - 16

基金项目: 国家自然科学基金资助重点项目(70831002); 国家自然科学基金资助项目(70571033); 南京理工大学经济管理学院高层次课题预研基金项目(jggy0610)

作者简介: 安智宇(1978 - ), 女(汉族), 吉林辽源人, 南京大学工程管理学院博士生, 南京理工大学经济管理学院讲师, 研究方向: 供应链风险管理。

### 2 考虑供应商违约风险的 CVaR 最优订货决策模型

由于产品需求的不确定性,订货数量的多少会直接导致制造商在库存或缺货方面的损失,而一旦遭遇供应的中断,还会损失前期预定投入。根据制造商的风险态度确定订购数量是制造商采购过程中的重要任务。假设订货过程的顺序为:(1)确定供应商可靠性的概率分布及市场需求的概率分布,制定订货量并支付预定费用;(2)供货到达或供应中断;(3)产品需求被观测到;(4)对于供应不足或供应中断,通过紧急备选供货商或现货市场补充。

#### 2.1 问题描述及参数设定

(1) 本文只考虑单供应商单周期的最优订货问题。(2) 制造商的产品市场需求具有不确定性,根据历史数据可以获得其概率分布。(3) 供应商具有违约的可能,其履约的概率是随机变量,它的分布函数取决于制造商对供应商运营状况及运营环境的评估,这里假设它为已知情况。(4) 假设没有违约惩罚,或者即使合同规定有违约惩罚,也很难执行。(5) 假设一旦供应中断则全部的供应都将缺失。制造商在支付一定的预定费用之后,将面临两种情况:一是供应商违约,制造商将损失前期预定投入并产生缺货的机会成本;二是供应商履约,此时制造商将继续支付所定货物的运输等执行成本,他还将面临预定过量产生的原料分解、库存费用(或获得原料残值),或预定不足发生缺货的机会成本。

基本参数的设定:

$c_0$ :原材料预定的单位成本。

$c_1$ :供应商履约后制造商继续支付的运输等单位执行成本。

$\tilde{p}$ :供应商履约的概率即可靠性。它为随机变量,累积分布函数为  $F(x)$ ,密度函数为  $f(x)$ 。

$\tilde{D}$ :制造商产品的市场需求,等价于制造商对于零部件的需求,它是随机变量累积分布函数为  $F(x)$ ,密度函数为  $f(x)$ ,均值为  $M_D$ ,且  $F(x)$ ,  $f(x)$ ,  $M_D$  均为已知。

$q$ :制造商在供应商处的订货量。

$t$ :缺货产生的单位机会成本,  $t > 0$ 。

$s$ :剩余存货的单位残值  $s < 0$ 。

$\alpha$ :VaR 风险度量下的置信水平,可以作为制造商的风险参数。

设制造商的成本函数为  $f(q, \tilde{p}) = (c_0 + c_1 \tilde{p})q + \tilde{p} \cdot T(q) + (1 - \tilde{p})t \cdot M_D$  (1)

其中,  $T(q) = t \int_q^+ (x - q)f(x) dx - s \int_0^q (q - x)f(x) dx$  (2)

上式中右边第一项表示订货不足的总期望机会损失,第二项表示剩余存货的期望残值。

#### 2.2 最优决策模型

令  $g(q, \tilde{p}) = P\{f(q, \tilde{p}) \leq R\}$ , 定义  $VaR(q) = \min\{R: g(q, \tilde{p})\}$ , 它表示给定的置信水平下保证损失不被超过的最小损失值,此时订货量  $q$  的  $CVaR(q)$  定义为

$$CVaR(q) = (1 - \alpha)^{-1} \int_{f(q, y) \geq VaR(q)} f(q, y) (y) dy$$
 (3)

上式表示,损失超过  $VaR(q)$  的期望值。本文设定制造商的目标为选择最优订货量  $q$  使得  $CVaR$  达到最小。即  $\min\{CVaR(q): q \in R^+\}$ , 设

$$F(q, \tilde{p}) = c_0 + (1 - \tilde{p})^{-1} E\{[f(q, y) - VaR(q)]^+\} = c_0 + (1 - \tilde{p})^{-1} \int [f(q, y) - VaR(q)]^+ (y) dy$$
 (4)

对于给定置信水平  $\alpha$  及任意给定的  $q > 0$ , 由文献[8]、[9]  $F(q, \tilde{p})$  为关于  $\tilde{p}$  的连续可微凸函数,且  $CVaR(q)$  可由下述最优化问题确定

$$CVaR(q) = \min\{F(q, \tilde{p}): \tilde{p} \in R\}$$
 (5)

$$\text{进一步的 } \min\{CVaR(q): q \in R^+\} = \min\{\min\{F(q, \tilde{p}): \tilde{p} \in R\}: q \in R^+\}$$
 (6)

命题 1:对于任意给定的  $q > 0$  及给定的置信水平  $\alpha$ , 当  $M(q) = q + T(q) - tM_D < 0$  时, 使  $\min\{F(q, \tilde{p}): \tilde{p} \in R\} = F(q, \tilde{p}^*)$ , 则  $\tilde{p}^* = q + tM_D + M(q)^{-1}(1 - \alpha)$

证明:令  $f(q, y) - VaR(q) = 0$  由(1)式得  $q + tM_D - y + [q + T(q) - tM_D] = 0$

已知  $M(q) = q + T(q) - tM_D < 0$  则  $y = \frac{q - tM_D}{M(q)}$ , 以下分两种情况讨论:

若  $\frac{q - tM_D}{M(q)} \geq 0$  即  $q + tM_D \geq 0$ , 此时  $f(q, y) = 0$ , 由(4)式  $F(q, \tilde{p}) = c_0$ ;

若  $\frac{q - tM_D}{M(q)} < 0$  即  $q + tM_D < 0$ , 由(4)式得到

$$F(q, \tilde{p}) = c_0 + (1 - \alpha)^{-1} \int_0^{\frac{q - tM_D}{M(q)}} (q + tM_D - yM(q)) (y) dy$$

对于给定的  $q$ , 当  $q + tM_D < 0$  时,  $\frac{\partial F(q, \tilde{p})}{\partial \tilde{p}} = 1 > 0$ ,  $F(q, \tilde{p})$  为关于  $\tilde{p}$  的单调增函数,

当  $q + tM_D$  时,  $\frac{\partial F(q, \cdot)}{\partial q} = 1 - (1 - \dots)^{-1} \int_0^{\frac{q - tM_D}{M(q)}} (y) dy$ , 令  $\frac{\partial F(q, \cdot)}{\partial q} = 0$ , 则  $(\frac{q - tM_D}{M(q)}) = 1 - \dots$ , 因此  $q^* = q + tM_D + M(q)^{-1}(1 - \dots)$

接下来证明  $q^*$  为  $F(q, \cdot)$  在任意给定  $q > 0$ , 当  $M(q) < 0$  情况下的最小损失值。

由于  $F(x)$  为随机变量  $X$  的分布函数, 对于其反函数  $F^{-1}(x)$ , 当  $1 - \dots = 0$  时,  $F^{-1}(1 - \dots) = 0$ , 又由于  $M(q) < 0$ , 因此  $q^* > q + tM_D$ . 另外由于  $F(q, \cdot)$  为关于  $q$  的连续可微凸函数, 故  $q^*$  为  $F(q, \cdot)$  在给定置信水平  $\alpha$  及给定  $q(M(q) < 0)$  时的最小损失值。

此时  $VaR(q) = q^* = q + tM_D + M(q)^{-1}(1 - \dots)$  且  $CVaR(q) = F(q, q^*)$

同理可得, 当  $M(q) > 0$  时,  $q^* = q + tM_D + M(q)^{-1}(\dots)$

另外由于  $M(q) = q + T(q) - tM_D$ , 其中  $q + T(q)$  表示供应商履约时, 制造商的额外成本;  $tM_D$  表示供应商违约时制造商的额外成本, 只有  $M(q) < 0$  时制造商才会有意愿订货根据所讨论问题的实际涵义以下假设  $M(q) < 0$ , 而忽略  $M(q) > 0$  的情况。

以下讨论给定置信水平  $\alpha$ , 对于上述所求的  $q^*$ , 即  $VaR(q)$ , 求使得  $\min CVaR(q) = CVaR(q^*)$  成立的最优解, 即达到最小条件风险价值的最优订货量。

由(3)式和(5)式  $F(q, q^*) = CVaR(q) = (1 - \dots)^{-1} \int_{f(q, y)} f(q, y) (y) dy$

根据(6)式, 上述问题等价于求使  $F(q, q^*)$  达到极小的订货量  $q^*$ 。

命题 2: 设  $t > s$ , 给定置信水平  $\alpha$ , 满足  $\min CVaR(q) = CVaR(q^*)$  的最优订货量为  $q^* = F^{-1}\left(\frac{(t - s)E - (1 - \dots)}{t - s}\right)$ , 其中  $E = \int_0^{\dots} y (y) dy$

证明: 由(4)式及定理 1 得到

$$F(q, q^*) = (1 - \dots)^{-1} [(q + tM_D) \int_0^{\dots} (y) dy + M(q) \int_0^{\dots} y (y) dy] \frac{\partial F(q, q^*)}{\partial q} = (1 - \dots)^{-1} [(1 - \dots) + [q + T(q)] \int_0^{\dots} y (y) dy]$$

由(2)式,  $T(q) = (t - s)F(q) - t$ ,  $T'(q) = (t - s)f(q)$ ; 由于  $t > s$ , 因此  $T'(q) > 0$ , 而

$$\frac{\partial^2 F(q, q^*)}{\partial q^2} = (1 - \dots)^{-1} T'(q) \int_0^{\dots} y (y) dy > 0$$

因此  $F(q, q^*)$  是关于  $q$  的凸函数。令  $\frac{\partial F(q, q^*)}{\partial q} = 0$ , 则  $q^* = F^{-1}\left[\frac{(t - s)E - (1 - \dots)}{t - s}\right]$  其中  $E = \int_0^{\dots} y (y) dy$ 。  $q^*$  就是 CVaR 风险度量下, 制造商的最优订货量。

综上所述, 当供应商具有违约风险时, 利用 CVaR 风险度量准则, 为确保条件风险价值达到最小, 只需要确定供应商履约的概率分布情况, 以及制造商的风险参数, 就可以通过定理 2 确定最优的订货量。

### 3 数值分析

从上一节推导的最优订货量表达式可以看出, 它和供应商的可靠性、产品的预定价格、制造商的风险参数、以及缺货的机会损失有关。以下假设供应商履约的概率  $\alpha$  服从  $[a, b]$  上的均匀分布 ( $0 < a < b < 1$ ), 其均值为  $N = (a + b)/2$ , 代表供应商的可靠性, 此处主要关注供应商履约预期的变化对订货量等方面的影响, 简化起见, 忽略了  $\alpha$  的波动情况, 但并不是否认  $\alpha$  的波动对于最优订货量也具有影响。根据第二部分的推导, 此处也可以假设  $\alpha$  服从其他的分布。并假设产品需求服从对数正态分布, 其参数为  $(lg25, 0.3)$ ,  $t = 100, s = 1, \alpha = 2, \beta = 5$ 。

由图 1 所示, 随着供应商可靠性的提高, 制造商的最优订货量也会相应的提高, 当供应商的可靠性较低时, 由于违约风险和需求不确定两方面的制约, 最优订货量增长缓慢, 当供应商可靠性增加到一定的水平时, 需求不确定将成为主要风险, 最优订货量增长加快。由于本文是以 CVaR 方法作为风险度量准则, 其中的  $\alpha$  可以看作是制造商的风险参数。当风险参数  $\alpha$  增加时, 可靠性只有达到更高的水平, 最优订货量才会增长较快, 并且当风险参数很高时, 制造商不会在可靠性较低的供应商处订货的

图 2 表明随着制造商的风险参数的增加, 其最优订货量也会减少, 并且当风险参数较高时, 制造商会寻找成本较高但更可靠的供应源而不会在可靠性低的供应商处订货, 这与图 1 是一致的。

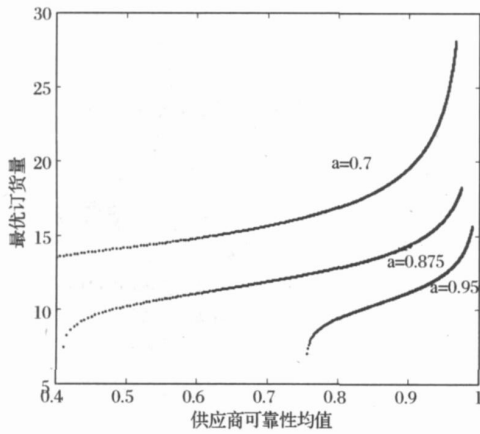


图 1 供应商可靠性对最优订货的影响

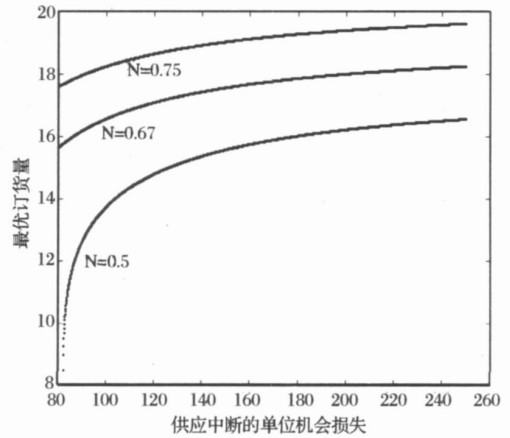


图 3 供应中断造成的机会损失对最优订货量的影响

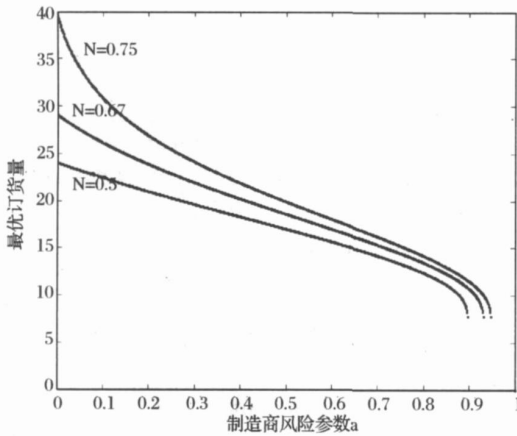


图 2 制造商风险参数对最优订货量的影响

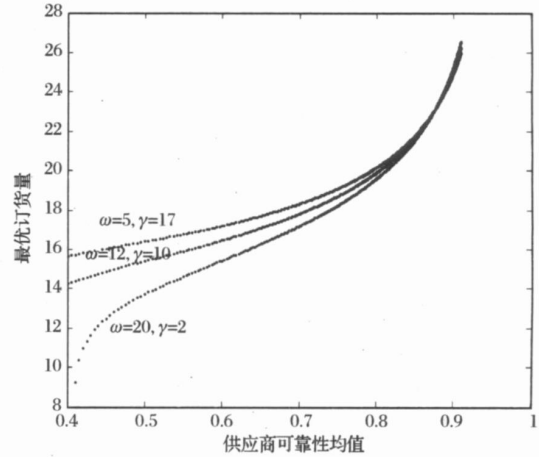


图 4 预定价格与供应商可靠性的关系

由图 3 所示,订货量随着机会损失的增加而增加,其中至下而上,依次为供应商可靠性均值  $N = 0.5, 0.67, 0.75$  时的最优订货曲线,从图 3 可以看到,同一单位机会损失下,最优订货量受到供应商可靠性的影响较大,而当供应商处在更高的可靠性下,其最优订货量受到单位机会损失的影响却比较小,这是因为当供应商可靠性增加时,企业可以更好的平衡供应和需求,所以最优订货量更加的稳定。

由图 1 所示,随着供应商可靠性的提高,制造商的最优订货量也会相应的提高,当供应商的可靠性较低时,由于违约风险和 demand 不确定两方面的制约,最优订货量增长缓慢,当供应商可靠性增加到一定的水平时,需求不确定将成为主要风险,最优订货量增长加快。由于本文是以 CVaR 方法作为风险度量准则,其中的  $\alpha$  可以看作是制造商的风险参数。当风险参数  $\alpha$  增加时,可靠性只有达到更高的水平,最优订货量才会增长较快,并且当风险参数很高时,制造商不会在可靠性较低的供应商处订货的。

### 4 结语

本文考虑了供应商具有违约风险时,制造商的订购成本,并基于 CVaR 方法求出了使得条件风险损失最小的订货量,对于有效的采购管理具有较强的现实意义。通过数值分析得出如下结论:订货量与供应商可靠性具有正相关性;当制造商风险参数很高时,可靠性只有达到一定程度,订货量才会有较大幅度提高,当供应商可靠性较低时,降低预定价格会吸引更多的订货。本文只考虑了单供应商采购的条件风险损失的价值问题,事实上,在供应商具有违约的可能情况下,制造商可以将大规模的采购合同进行拆分,尤其是当供应商的违约风险具有低相关性的情况下,多供应商供货可以有效的降低违约风险。进一步,可在 CVaR 风险度量下,考虑具有违约风险的多供应商采购合同组合。

### 参考文献:

[1] Hendricks K. B., Singhal V. R.. Association between

- supply chain glitches and operating performance [J]. Management Science, 2005, 51 (5) :695 - 711.
- [2] Hendricks K. B. , Singhal V . R. . An empirical analysis of the effect of supply chain disruptions on long-run stock price performance and equity risk of the firm[J]. Production and Operations Management ,2005 ,14(1) :35 - 52.
- [3] Tomlin B. . On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply -chain disruption risks [J]. Management Science , 2006 , 52(5) :639 - 657.
- [4] Dada M. ,Petruzzi N. C. ,Schwarz L B. A newsvendor 's procurement problem when suppliers are unreliable[J]. Manufacturing and Service Operations Management , 2007 , 9(1) :9 - 32.
- [5] Haksöz C. , Kadam C. Supply risk in fragile contracts [J]. Mit Sloan Management Review ,2008 ,49(2) :6 - 8.
- [6] 江颖,王丽亚. 资本资产定价模型在衡量供应商违约风险中的应用[J]. 上海交通大学学报 ,2007 ,41 (9) :1154 - 1157.
- [7] 王燕,杨文瀚. 供应商的违约风险对供应链的影响[J]. 统计与决策 ,2005 ,2:17 - 18.
- [8] Rockafellar R. T. , Uryasev S. . Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of Risk ,2000 , 2:21 - 41.
- [9] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking and Finance ,2002 ,26 :1443 - 1471.

### Manufacturer 's Procurement Decision Based on CVaR for Supplier with Default Risk

AN Zhi-yu<sup>1,2</sup>, ZHOU Jing<sup>1</sup>

( 1. School of Management and Engineering , Nanjing University , Nanjing 210093 , China ;

2. School of Economics and Management , Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China)

**Abstract :** Considering the suppliers with both default risk and uncertain demand , this paper proposes a model for procurement decision based on the conditional value -at-risk (CVaR) model. The impact on the procurement decision from the supplier 's reliability , the manufacturer 's parameter of risk , the price and the losing of opportunity is analyzed.

**Key words :** supply chain disruption ; CVaR ; optimal procurement ; risk management