

基于柱面共形阵列天线的快速波达方向估计

司伟建¹, 万良田¹, 田作喜²

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 水下测控技术国家重点实验室, 辽宁 大连 116013)

摘要: 由于共形天线载体曲率不同, 阵列中每个阵元的方向图的指向各不相同, 这导致了阵列中各个阵元极化特性(polarization diversity, PD)的差异。因此, 共形阵列天线的数学模型中考虑了不同阵元的极化特性。共形阵列实现波达方向(direction of arrival, DOA)估计的过程中, 主要难点在于信源方位参数与极化状态的去“耦合”。本文利用圆柱的单曲率特性, 通过合理摆放子阵中的天线阵元, 结合传播算子方法(propagator method, PM)和子阵分割技术, 提出了一种适合于柱面共形阵列的 DOA 估计方法。本文的 DOA 估计算法不需要天线单元方向图的任何信息, 不需要谱峰搜索和参数配对, 计算量较小。最后通过 Monte-Carlo 仿真实验验证了本文算法的有效性。

关键词: 柱面共形阵列天线; 波达方向估计; 传播算子算法

中图分类号: TN 911

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.08.01

Fast DOA estimation based on cylindrical conformal array antenna

SI Wei-jian¹, WAN Liang-tian¹, TIAN Zuo-xi²

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian 116013, China)

Abstract: The pattern of each element in the conformal array has a different direction because of the curvature of the conformal carrier, which results in the polarization diversity (PD) of each element. The polarization parameters of incident signals are considered in snapshot data model. The coupling between polarization status and parameters of source is the distinct difficulty in direction of arrival (DOA) estimation of conformal array antenna. A blind DOA estimation algorithm is proposed based on propagator method (PM) and sub-array divided technique for cylindrical conformal array antenna, in which special sub-arrays are designed. The decoupling method for DOA and polarization parameters is implemented, and a high-resolution DOA estimation algorithm is proposed. The proposed algorithm achieves the 2D-DOA estimation without the element pattern. Without spectral peaking searching and complex computation, this algorithm works well for pairing among parameters. Furthermore, the validity of this algorithm is confirmed by Monte Carlo computer simulations.

Keywords: cylindrical conformal array antenna; direction of arrival (DOA) estimation; propagator method (PM)

0 引言

共形阵列天线在很多领域都有广泛的应用^[1]。它的优点包括优越的空气动力学性能、宽的视角范围和节省体积等非常优良的特性^[2]。可以预见在未来的星载、机载、弹载和舰载雷达、航天飞行器以及通信、声纳等领域, 共形阵列天线具有非常重要而广阔的应用前景。

传统的高分辨率波达方向(direction of arrival, DOA)估计算法, 如多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法^[3]和最大似然(maximum likelihood, ML)算

法^[4], 往往需要一维或者多维参数搜索, 计算量巨大。基于旋转不变子空间(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法^[5]和基于多项式求根的 Root-MUSIC 算法^[6]是两类免搜索算法的典型代表, 由于不需要进行谱峰搜索, 这两类算法大大降低了计算量。

在 ESPRIT 算法和 Root-MUSIC 算法的基础上, 国内外学者对能用于任意阵列结构的免搜索算法进行了大量研究。文献[7]在研究任意阵的 DOA 估计问题时, 提出了波形域建模思想, 文献[8-9]在此基础上, 继续研究了 Root-MUSIC 在实际阵列中的性能问题, 同时在阵列内插技

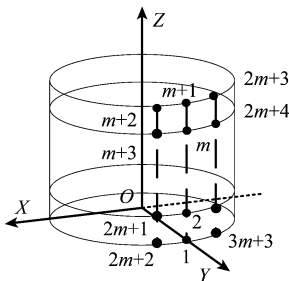
术^[10-11]的基础上提出了“流形分离”的概念,并将其应用于任意阵列结构^[12]。上述算法在天线单元具有全向方向图的时候均能正确估计来波角度方向,但是共形阵列天线各个单元的方向图指向不同。同时由于载体遮挡,对某些来波信号不是所有阵元都能接收到,即存在所谓的“暗区”,所以这些高分辨算法不能应用于共形阵列天线的 DOA 估计。文献^[13-14]将子阵分割和内插变换的方法应用于共形阵列的 DOA 估计,很好地解决了“暗区”问题,但是内插误差始终存在,影响算法的估计精度。文献^[15-16]基于 ESPRIT 算法分别完成了柱面和锥面共形阵列天线的高分辨 DOA 估计,计算量较小,但是需要进行参数配对。

本文利用柱面单曲率的特点,合理摆放各个天线阵元,提出基于柱面共形阵列的数学模型。采用传播算子算法(propagator method, PM)^[15]实现共形阵列天线的 DOA 与信源极化状态的去耦估计,不需参数配对,计算量比文献^[15]更小,具有较好的实时性。并通过计算机仿真实验对本文算法的性能进行了验证。

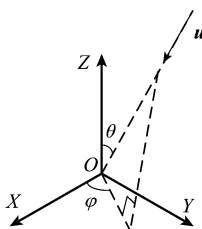
1 阵元位置设计与接收数学模型

1.1 共形阵列的阵元位置设计

在存在金属遮挡的情况下,会导致阵元接收信号的幅度降低甚至接收不到信号,本文采用文献^[14]的子阵分割技术,利用 3 个子阵构成整个共形阵列,从而实现方位角的全覆盖,没有盲区存在。由于圆柱的单曲率性质和对称性,每个子阵具有相同的阵列结构,它们采用相同的方法实现来波信号的 DOA 估计,所以本文只对子阵 1 进行算法设计和仿真验证。整个空间来波信号的 DOA 估计可以通过 3 个子阵的联合使用来完成。图 1(a)中,两个位于同一横截面的阵元距离为 $\lambda/4$,相邻两个圆柱横截面的距离为 $\lambda/4$,圆柱的半径为 5λ 。 λ 为入射信号波长。



(a) 柱面共形阵列结构



(b) 入射信号方向矢量 u

图 1 柱面共形阵列天线

1.2 共形阵列的接收数学模型

只有准确地建立共形阵列接收数据的数学模型,才能保证参数的精确估计,然而由于共形载体表面的曲率有较大不同,所以共形阵列的各个阵元方向图指向也就产生了一致。文献^[2,16]建立了接收数据的数学模型,这里结合文献^[14]中的数学模型构造方式,可以得到如式(1)、式(2)所示的共形阵列接收数据的数学模型

$$a(\theta, \varphi) = \left[r_1 e^{-j2\pi \frac{p_1 \cdot u}{\lambda}}, r_2 e^{-j2\pi \frac{p_2 \cdot u}{\lambda}}, \dots, r_{4m} e^{-j2\pi \frac{p_{4m} \cdot u}{\lambda}} \right]^T \quad (1)$$

$$r_i = (g_{\theta}^2 + g_{\varphi}^2)^{1/2} (k_{\theta}^2 + k_{\varphi}^2)^{1/2} \cos \theta_{igk} = |g_i \parallel p_i| \cos \theta_{igk} = g_i \cdot p_i = g_{i\theta} k_{\theta} + g_{i\varphi} k_{\varphi} \quad (2)$$

式(1)中, p_i 表示标号为 i 的阵元位置矢量; u 定义为传播矢量。式(2)中, k_{θ}, k_{φ} 是信号的极化参数; g_i 定义为第 i 个阵元方向图矢量; p_i 为信源的电场方向矢量; θ_{igk} 定义为方向图矢量 g_i 与电场矢量 p_i 所夹的角度。上标“T”表示转置,上标“H”表示共轭转置。假设空间有 r 个独立窄带辐射源时,共形阵列天线的快拍数据模型为

$$X(n) = G \cdot AS(n) + N(n) =$$

$$(G_{\theta} \cdot A_{\theta} K_{\theta} + G_{\varphi} \cdot A_{\varphi} K_{\varphi})S(n) + N(n) = BS(n) + N(n) \quad (3)$$

$$S(n) = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_r(n)]^T \quad (4)$$

$$N(n) = [n_1(n), n_2(n), \dots, n_r(n)]^T \quad (5)$$

$$G_{\theta} = [g_{\theta}(\theta_1, \varphi_1), g_{\theta}(\theta_2, \varphi_2), \dots, g_{\theta}(\theta_r, \varphi_r)] \quad (6)$$

$$G_{\varphi} = [g_{\varphi}(\theta_1, \varphi_1), g_{\varphi}(\theta_2, \varphi_2), \dots, g_{\varphi}(\theta_r, \varphi_r)] \quad (7)$$

$$A_{\theta} = [a_{\theta}(\theta_1, \varphi_1), a_{\theta}(\theta_2, \varphi_2), \dots, a_{\theta}(\theta_r, \varphi_r)] \quad (8)$$

$$A_{\varphi} = [a_{\varphi}(\theta_1, \varphi_1), a_{\varphi}(\theta_2, \varphi_2), \dots, a_{\varphi}(\theta_r, \varphi_r)] \quad (9)$$

$$K_{\theta} = \text{diag}(k_{1\theta}, k_{2\theta}, \dots, k_{r\theta}) \quad (10)$$

$$K_{\varphi} = \text{diag}(k_{1\varphi}, k_{2\varphi}, \dots, k_{r\varphi}) \quad (11)$$

式中,“ \cdot ”代表 Hadamard 积; G 为方向图矩阵; A 为流形矩阵; $B = G \cdot A$ 包含了辐射源的波达方向和极化状态信息; $S(n)$ 为信号矢量; $N(n)$ 为加性高斯白噪声矢量; $K = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_r)$ 表示矩阵 K 是对角阵,主对角线元素为 k_1, k_2, \dots, k_r ; θ_i, φ_i 定义为第 i 个信号入射在阵列上的二维 DOA; k_{θ}, k_{φ} 是第 i 个信号的极化参数,它们是电磁波在单位矢量方向 u_{θ}, u_{φ} 上的分量。

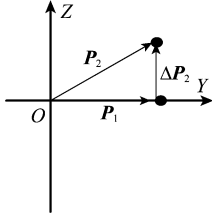
从上面的分析可以知道,在共形阵列天线的接收数据数学模型中,各个阵元都是在局部坐标系中定义的方向图矢量,所以由全局到局部坐标系的各个阵元方向图旋转变换必须完成^[2];阵列接收的数据是由信源方位参数与入射信号极化参数联合决定的;进行共形阵列 DOA 估计时,需要 DOA 与信源的极化状态去耦合后再进行 DOA 估计。

2 阵列结构和新算法的提出

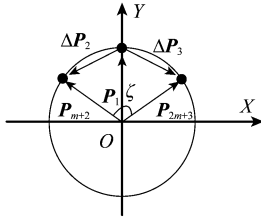
2.1 阵列结构及接收数据模型

图 1(a)是本文算法提出的阵列几何结构,其中 $1 \sim m$ 为子阵 $sa1, 2 \sim m+1$ 为子阵 $sa2, m+3 \sim 2m+2$ 为子阵 $sa3, 2m+4 \sim 3m+3$ 为子阵 $sa4$ 。 $sa1$ 与 $sa2$ 构成第一对子阵,距离矢量为 ΔP_1 ,且 $d_1 = |\Delta P_1| = \lambda/4$ 。 $sa1$ 与 $sa3$ 构成

第二对子阵,距离矢量为 ΔP_2 , $sa1$ 与 $sa4$ 构成第三对子阵,距离矢量为 ΔP_3 ,且 $d_2 = d_3 = |\Delta P_2| = |\Delta P_3| = \lambda/4$ (见图 2)。由于处于同一母线上的阵元方向图指向一致,阵元 $1 \sim m+1$ 具有相同的单元方向图 \mathbf{g}_1 ,阵元 $m+3 \sim 2m+2$ 具有相同的单元方向图 \mathbf{g}_2 ,阵元 $2m+4 \sim 3m+3$ 具有相同的单元方向图 \mathbf{g}_3 ,充分利用此阵列结构的特点,可实现信源极化状态与 DOA 估计去耦合。



(a) 第一对子阵间的距离矢量



(b) 第二对和第三对子阵间的距离矢量

图 2 子阵对间的距离矢量

设 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \mathbf{X}_4$ 分别表示子阵 $sa1, sa2, sa3, sa4$ 接收到的信号,以坐标原点为接收信号的参考点,则各阵列接收信号可表示为

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{B}\mathbf{S} + \mathbf{N}_1 \quad (12)$$

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{B}\Psi_1\mathbf{S} + \mathbf{N}_2 \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_3 = \mathbf{B}\Psi_2\mathbf{S} + \mathbf{N}_3 \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_4 = \mathbf{B}\Psi_3\mathbf{S} + \mathbf{N}_4 \quad (15)$$

其中

$$\Psi_1 = \text{diag}[\exp(-j\omega_{11}), \exp(-j\omega_{12}), \dots, \exp(-j\omega_{1r})] \quad (16)$$

$$\Psi_2 = \text{diag}\left[\frac{r_3(\theta_1, \varphi_1)}{r_1(\theta_1, \varphi_1)} \exp(-j\omega_{21}), \frac{r_3(\theta_2, \varphi_2)}{r_1(\theta_2, \varphi_2)} \exp(-j\omega_{22}), \dots, \frac{r_3(\theta_r, \varphi_r)}{r_1(\theta_r, \varphi_r)} \exp(-j\omega_{2r})\right] \quad (17)$$

$$\Psi_3 = \text{diag}\left[\frac{r_4(\theta_1, \varphi_1)}{r_1(\theta_1, \varphi_1)} \exp(-j\omega_{31}), \frac{r_4(\theta_2, \varphi_2)}{r_1(\theta_2, \varphi_2)} \exp(-j\omega_{32}), \dots, \frac{r_4(\theta_r, \varphi_r)}{r_1(\theta_r, \varphi_r)} \exp(-j\omega_{3r})\right] \quad (18)$$

$$\omega_{1i} = (2\pi/\lambda_i)d_1 \Delta P_1 \cdot \mathbf{u}_i = (2\pi d_1/\lambda_i)[\sin(\theta_{\Delta P_1}) \cos(\varphi_{\Delta P_1}) \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + \sin(\theta_{\Delta P_1}) \sin(\varphi_{\Delta P_1}) \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\theta_{\Delta P_1}) \cos(\theta_i)] \quad (19)$$

$$\omega_{2i} = (2\pi/\lambda_i)d_2 \Delta P_2 \cdot \mathbf{u}_i = (2\pi d_2/\lambda_i)[\sin(\theta_{\Delta P_2}) \cos(\varphi_{\Delta P_2}) \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + \sin(\theta_{\Delta P_2}) \sin(\varphi_{\Delta P_2}) \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\theta_{\Delta P_2}) \cos(\theta_i)] \quad (20)$$

$$\omega_{3i} = (2\pi/\lambda_i)d_3 \Delta P_3 \cdot \mathbf{u}_i = (2\pi d_3/\lambda_i)[\sin(\theta_{\Delta P_3}) \cos(\varphi_{\Delta P_3}) \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + \sin(\theta_{\Delta P_3}) \sin(\varphi_{\Delta P_3}) \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\theta_{\Delta P_3}) \cos(\theta_i)] \quad (21)$$

式中, $\theta_{\Delta P_i}$ 和 $\varphi_{\Delta P_i}$ 分别表示距离矢量 ΔP_i 在全局坐标系中的俯仰角和方位角; $\mathbf{r}_i (i=1, 2, 3)$ 如式(2)所示。对接收的数据矩阵进行重构可得

$$\mathbf{X}_{4m \times r} = [\mathbf{X}_1^T \ \mathbf{X}_2^T \ \mathbf{X}_3^T \ \mathbf{X}_4^T]^T \quad (22)$$

阵列接收数据的协方差矩阵

$$\mathbf{R}_X = \text{E}[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] \quad (23)$$

2.2 基于 PM 算法的 DOA 估计

由于各个阵元在共形阵列中都是在局部坐标系中定义的方向图矢量,所以在阵列中方位角 φ 、俯仰角 θ 的全局直角坐标系到局部直角坐标系的欧拉旋转变换必须完成。对于柱面共形天线,对应的欧拉旋转变换角分别为

$$D = -\Theta; E = -\pi/2; F = 0 \quad (24)$$

式中, D 代表第一次以 Z 轴为旋转轴,按右手准则的旋转角度; E 代表第二次以 Y 轴为旋转轴,按右手准则的旋转角度; F 代表第三次以 X 轴为旋转轴,按右手准则的旋转角度; Θ 代表阵元与 X 轴正向的夹角。

本文在全局坐标系中第 j 个人射信号 (φ_j, θ_j) 处的单位矢量为

$$x = \sin(\theta_j) \cos(\varphi_j); y = \sin(\theta_j) \sin(\varphi_j); z = \cos(\theta_j) \quad (25)$$

利用欧拉旋转矩阵将其转换到第 i 个阵元的局部直角坐标系

$$[x_i \ y_i \ z_i]^T = R(D_i, E_i, F_i)[x \ y \ z]^T \quad (26)$$

其中

$$R(D_i, E_i, F_i) = \begin{bmatrix} \cos F & \sin F & 0 \\ -\sin F & \cos F & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos E & 0 & -\sin E \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin E & 0 & \cos E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos D & \sin D & 0 \\ -\sin D & \cos D & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

则在局部坐标系中,定义第 j 个来波信号在第 i 个天线阵元处的二维角度分别为

$$\varphi_{ij} = \arctan(y_i/x_i); \theta_{ij} = \arccos(z_i) \quad (28)$$

这样就完成了单元方向图由全局直角坐标系到局部直角坐标系的转换。下面在此基础上结合传播算子方法实现柱面共形阵列天线的 DOA 估计。

由于导向矢量列满秩, \mathbf{B} 中有 r 行是线性独立的,其他行可由这 r 行线性表示。假设其前 r 行是线性独立的,将导向矩阵分块为

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1^T \ \mathbf{B}_2^T]^T \quad (29)$$

式中, \mathbf{B}_1 和 \mathbf{B}_2 分别是 $r \times r$ 维和 $(m-r) \times r$ 维的矩阵。

传播算子 \mathbf{V} 定义为满足式(30)的线性算子:

$$\mathbf{V}^H \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 \quad (30)$$

构造如下矩阵:

$$C_{4m \times r} = [B^T (B\Psi_1)^T (B\Psi_2)^T (B\Psi_3)^T]^T \quad (31)$$

对矩阵 C 进行分块

$$C_1 = [B_1^T \ C_1^T]^T \quad (32)$$

其中

$$C_1 = [B_2^T (B_1\Psi_1)^T (B_2\Psi_1)^T (B_1\Psi_2)^T (B_2\Psi_2)^T (B_1\Psi_3)^T (B_2\Psi_3)^T] \quad (33)$$

式中, $C_1 = \bar{V}^H B_1$, \bar{V} 为传播算子, 其维数为 $r \times [4m - r]$ 。

对式(23)进行分块处理并结合式(32)可得

$$R_X = \begin{bmatrix} B_1 \\ C_1 \end{bmatrix} R_X \begin{bmatrix} B_1^H & C_1^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{X11} & R_{X12} \\ R_{X21} & R_{X22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 R_X B_1^H & B_1 R_X C_1^H \\ C_1 R_X B_1^H & C_1 R_X C_1^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 R_X B_1^H & B_1 R_X B_1^H \bar{V} \\ C_1 R_X B_1^H & C_1 R_X B_1^H \bar{V} \end{bmatrix} = [R_{X_1} \ R_{X_2}] \quad (34)$$

式中, R_{X_1} 的维数是 $4m \times r$; R_{X_2} 的维数是 $4m \times [4m - r]$; 矩阵 R_{X_2} 可表示为

$$R_{X_2} = R_{X_1} \bar{V} \quad (35)$$

实际中, 接收数据中噪声总是存在的, 式(35)仅近似相等, 且根据式(34)可以估计得到 \bar{V} 的最小二乘解为

$$\bar{V} = (R_{X_1}^H R_{X_1})^{-1} R_{X_1}^H R_{X_2} \quad (36)$$

为了提高 PM 算法的估计性能, 先对 R_X 中的噪声进行估计, 从式(34)可知

$$\begin{aligned} R_{X21} &= B_2 R_X B_1^H \\ R_{X22} &= B_2 R_X B_2^H + \sigma^2 I_{4m-r} \end{aligned} \quad (37)$$

这时噪声估计为

$$\sigma^2 = \text{tr}(R_{X22} \Omega) / \text{tr}(\Omega) \quad (38)$$

式中, $\Omega = I_{4m-r} - R_{X21} R_{X21}^H = I_{4m-r} - B_2 B_2^H$ 。

求得噪声估计后, 将其从 R_X 中减去, 重新估计传播算子 \bar{V} 。把 \bar{V} 进行分块处理, 共分成 $\bar{V}_1 \sim \bar{V}_7$ 7 个矩阵, 分别与 C_1 中的 7 个矩阵维数相等。

定理 1 当 $r \leq 4m - r$ 时, 即 $r \leq 2m$ 时, 矩阵 \bar{V} 有右逆矩阵 $\bar{V}^\#$ 。定理证明见文献[18]。

$$\bar{V}^\# = (\bar{V}^H \bar{V})^{-1} \bar{V}^H \quad (39)$$

联立式(33)和式(37)可得

$$\bar{V}_1^\# \bar{V}_3 B_1 = B_1 \Psi_1 \quad (40)$$

$$\bar{V}_1^\# \bar{V}_5 B_1 = B_1 \Psi_2 \quad (41)$$

$$\bar{V}_1^\# \bar{V}_7 B_1 = B_1 \Psi_3 \quad (42)$$

可见 $\bar{V}_1^\# \bar{V}_3$, $\bar{V}_1^\# \bar{V}_5$, $\bar{V}_1^\# \bar{V}_7$ 的特征值 $[\lambda_{11} \ \lambda_{12} \ \dots \ \lambda_{1r}]$, $[\lambda_{21} \ \lambda_{22} \ \dots \ \lambda_{2r}]$, $[\lambda_{31} \ \lambda_{32} \ \dots \ \lambda_{3r}]$ 分别对应于 Ψ_1 , Ψ_2 , Ψ_3 各自的对角线元素。这样在入射信号频率已知的情况下, 就可以得到辐射源的方位角和俯仰角的估计。

因为 r_1, r_3 , 和 r_4 为实数, 可通过对特征值 λ_{2r} 和 λ_{3r} 平方来克服 λ_1, λ_3 和 λ_4 正负不一致引起式(17)的相位模糊^[15], 则

$$\omega_{1i} = \text{angle}(\lambda_{1i}) \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \omega_{2i} &= -\frac{1}{2} \text{angle} \left[\left[\frac{r_3(\theta_i, \varphi_i)}{r_1(\theta_i, \varphi_i)} \exp(-j\omega_{2i}) \right]^2 \right] = \\ &= -\frac{1}{2} \text{angle}(\exp(-j\omega_{2i})) = -\frac{1}{2} \text{angle}((\lambda_{2i})^2) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\omega_{3i} = -\frac{1}{2} \text{angle}((\lambda_{3i})^2) \quad (45)$$

设 $\Delta p_{11} = \sin(\theta_{\Delta p_1}) \cos(\varphi_{\Delta p_1})$, $\Delta p_{12} = \sin(\theta_{\Delta p_1}) \cdot \cos(\varphi_{\Delta p_1})$, $\Delta p_{13} = \cos(\theta_{\Delta p_1})$, $\Delta p_{2i}, \Delta p_{3i}$ ($i = 1, 2, 3$) 同样设置, $\gamma_{1i} = \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i)$, $\gamma_{2i} = \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i)$, $\gamma_{3i} = \cos(\theta_i)$ 。联立式(19)~式(21)与式(43)~式(45)可得

$$-\frac{\lambda}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{\text{angle}(\lambda_{1i})}{d_1} \\ \frac{\text{angle}((\lambda_{2i})^2)}{2d_2} \\ \frac{\text{angle}((\lambda_{3i})^2)}{2d_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta p_{11} & \Delta p_{12} & \Delta p_{13} \\ \Delta p_{21} & \Delta p_{22} & \Delta p_{23} \\ \Delta p_{31} & \Delta p_{32} & \Delta p_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{1i} \\ \gamma_{2i} \\ \gamma_{3i} \end{bmatrix} \quad (46)$$

所以方程的解为

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1i} \\ \gamma_{2i} \\ \gamma_{3i} \end{bmatrix} = -\frac{\lambda}{2\pi} \begin{bmatrix} \Delta p_{11} & \Delta p_{12} & \Delta p_{13} \\ \Delta p_{21} & \Delta p_{22} & \Delta p_{23} \\ \Delta p_{31} & \Delta p_{32} & \Delta p_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\text{angle}(\lambda_{1i})}{d_1} \\ \frac{\text{angle}((\lambda_{2i})^2)}{2d_2} \\ \frac{\text{angle}((\lambda_{3i})^2)}{2d_3} \end{bmatrix} \quad (47)$$

解得方程组后我们会分别得到 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 3 个值, 对于如何求解 θ_i, φ_i , 我们有两种方法。

第一种方法:

$$\theta_i = \arccos(\gamma_{3i})$$

$$\varphi_i = \arcsin\left(\frac{\gamma_{1i}}{\cos(\theta_i)}\right) \text{ 或 } \varphi_i = \arcsin\left(\frac{\gamma_{2i}}{\cos(\theta_i)}\right) \quad (48)$$

第二种方法:

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{\gamma_{2i}}{\gamma_{1i}}\right)$$

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{\gamma_{1i}}{\cos(\varphi_i)}\right) \text{ 或 } \theta_i = \arcsin\left(\frac{\gamma_{2i}}{\sin(\varphi_i)}\right) \quad (49)$$

下面给出柱面共形阵列天线实现二维角度估计的具体步骤:

步骤 1 采用阵列在一定时间内接收的快拍数据 $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 来估计如式(23)所示的协方差矩阵 R_X ;

步骤 2 利用式(36)求得传播算子 \bar{V} ;

步骤 3 把 \bar{V} 进行分块处理, 共分成 $\bar{V}_1 \sim \bar{V}_7$ 7 个与 C_1 中对应相等的矩阵;

步骤 4 通过矩阵变换得到式(40)~式(42);

步骤 5 通过式(48)或式(49)可以完成柱面共形阵列天线的 DOA 估计。

3 计算复杂度分析

PM 算法构造子空间的计算量为 $O(r^2M) + O(r^3) + O(r(4m-r)M)$, 最后是 3 次 $r \times r$ 维的特征分解, PM 算法总的计算量约为 $O(4r^3) + O(3Mr^2) + O(4rmM)$, 这里 M 为快拍数。文献[15]中需要完成 3 次 $2m \times 2m$ 的特征分解, 总的计算量约为 $O(12Mm^2) + O(24m^3)$, 这里一般 $M \gg m > r$, 可见本文算法的计算量只相当于文献[15]的 $r/3m$ (约为 1/3 左右), 相比文献[19]中的谱峰搜索而言计算量更是大大减小。

4 仿真实验

为验证本文方法的有效性, 在本节对算法进行 Monte Carlo 仿真, 在仿真实验中, 当估计偏差小于 1° 时, 本次实验定义为成功实验。成功实验次数与仿真实验总次数的比值定义为成功概率。同时, 估计值与真值之差的均方值开方定义为估计均方误差。

实验 1 为了验证本文算法估计性能, 将本文算法与文献[15]所提算法进行比较。仿真条件: 天线位置摆放如图 1(a) 所示; 定义仿真中的信噪比范围是 $SNR \in [2, 20]$, 阵列接收到的快拍数为 $N=200$; 两个窄带入射信号方位角 φ 和俯仰角 θ 分别为 $(100^\circ, 60^\circ)$ 与 $(95^\circ, 50^\circ)$ 且相互独立; 阵列阵元个数为 25, 即 $m=8$ 。 $k_{1\theta}=0.5, k_{1\varphi}=0.5; k_{2\theta}=0.3, k_{2\varphi}=0.7$, 单元方向图取 $g_{\theta} = \sin(\theta'_j - \varphi'_j), g_{\varphi} = \sin(\theta'_j - \varphi'_j)$, 在局部坐标系中, θ'_j, φ'_j 定义为第 j 个信号入射在第 i 个阵元上时的二维角度方向。在仿真过程中, 文献[15]算法的第一对子阵由阵元 1~ m 和 2~ $m+1$ 构成, 第二对子阵由阵元 $m+3$ ~ $2m+2$ 和 $2m+4$ ~ $3m+3$ 构成。

分别采用本文算法和文献[15]中算法完成角度估计, 两种算法估计的均方误差比较结果如图 3 所示。从图中可以看出信源方位角与俯仰角在分别采用两种算法时的估计均方误差都比较小, 即角度估计精度较高。从图 3(a) 中可以看出, 本文算法与文献[15]算法对二维角度中的俯仰角具有相似的估计均方误差; 从图 3(b) 中可以看出, 在高信噪比的条件下, 对于方位角的估计均方误差来说, 本文的算法相比文献[15]的算法具有更好地估计性能。文献[15]的方法只用了两个子阵对, 而本文算法利用了 3 个子阵对的接收数据信息, 对接收数据的信息利用更加充分, 所以对入射信号估计精度较高。

图 4 为两种算法估计成功概率的比较。从图 4 中可以看出, 在低信噪比时, 本文算法对信源方位角和俯仰角的估计成功概率比文献[15]算法高; 随着信噪比的增加, 本文算法和文献[15]算法对俯仰角的估计成功概率分别在 10 dB 和 15 dB 的时候达到 100% (见图 4(a)); 对方位角来说两种算法几乎都在 9 dB 的时候达到 100% (见图 4(b))。可见两种算法在高信噪比时都有很高的估计成功概率。在低信噪比时, 文献[15]方法只用了两个子阵对, 本文算法利用了 3 个子阵对的接收数据信息, 对接收数据的信息利用更加充分, 所以对入射信号估计成功概率较高。

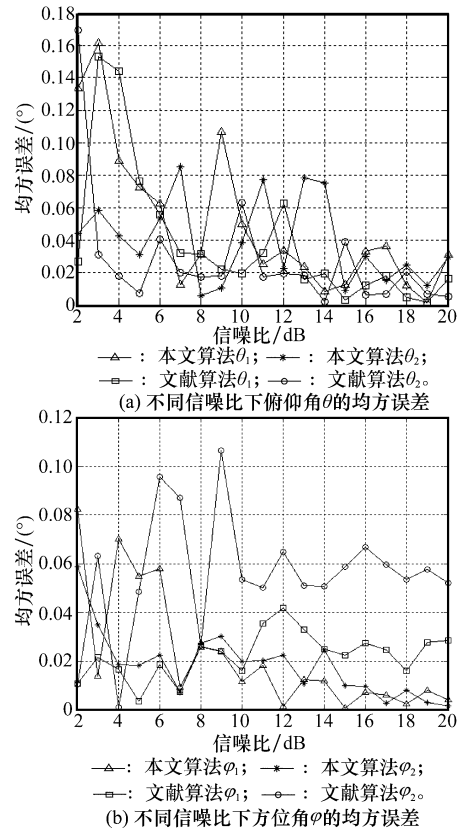


图 3 两种算法的估计均方误差比较图

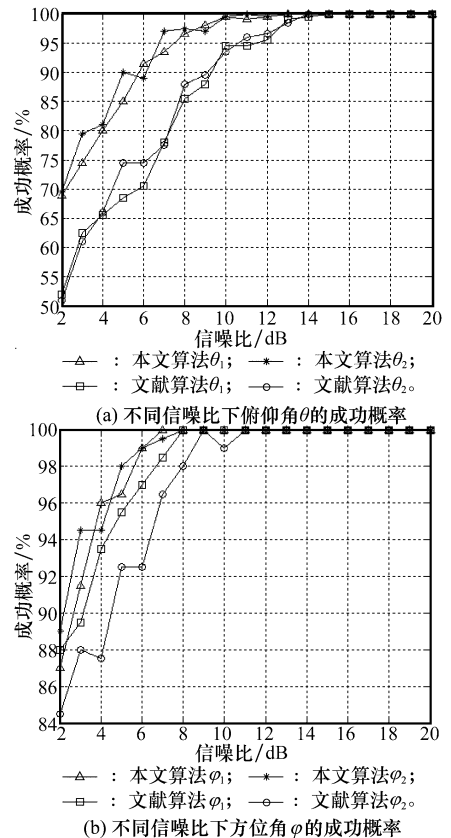


图 4 两种算法的估计成功概率比较图

本文算法与文献[15]所提算法分别对两个角度的估计均方误差和估计成功概率的比较如图 5 所示,可见两种算法对两个角度的估计均方误差相差不大(见图 5(a)),在低信噪比时本文算法相比文献[15]有更高的估计成功概率(见图 5(b))。文献[15]方法只用了两个子阵对,由于本文算法利用了 3 个子阵对的接收数据信息,对接收数据的信息利用更加充分,所以对入射信号估计成功概率较高。

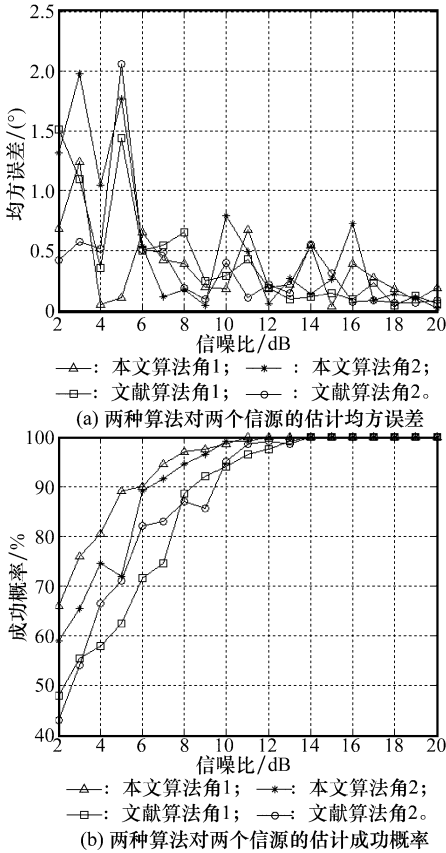


图 5 两种算法对两个信源估计性能比较图

实验 2 本文算法与文献[15]所提算法运行时间的比较。运行环境为 CPU 2.1 GHz, 2 GB RAM, Matlab7. 10, Window 7 x86。信噪比为 10 dB, 快拍数 $N=200$, 其他条件与实验 1 中的相同。表 1 给出了两种算法分别计算 100 次、200 次、500 次所需的运行时间, 从表 1 可以看出本文所提算法的运行时间大约为文献[15]所提算法的, 符合上文对计算复杂度的分析。

表 1 算法运行时间比较

算法	运算次数/次		
	100	200	500
文献算法	1.46	2.94	6.85
本文算法	0.51	1.02	2.25

实验 3 圆柱横截面上阵元间隔和相邻横截面的间隔分别发生变化时, 验证本文算法的有效性。第 1 种情况为

同一个圆柱横截面上的两个阵元间隔为 $\lambda/2$, 相邻横截面的间隔为 $\lambda/4$ (记为条件 1); 假设第 2 种情况为同一个圆柱横截面上的两个阵元间隔为 $\lambda/4$, 相邻横截面的间隔为 $\lambda/2$ (记为条件 2)。其他仿真条件与实验 1 相同。比较本文算法在这两种情况下对两个角度估计的均方误差和成功概率。

从图 6(a)中可以看出两种情况下对两个角度估计的均方误差基本相同。在阵元间隔小于等于 $\lambda/2$ (不产生测向模糊)的情况下本文算法都可正确估计角度。从图 6(b)中可以看出条件 2 的估计成功概率要高于条件 1。这主要是因为相对于条件 2, 在条件 1 的情况下, 阵元的主波束偏离信号入射方向更大, 对信号的响应相对较小, 所以在条件 2 情况下的成功概率高于条件 1。可见本文方法不局限于相邻阵元之间的距离, 阵元摆放相对灵活。

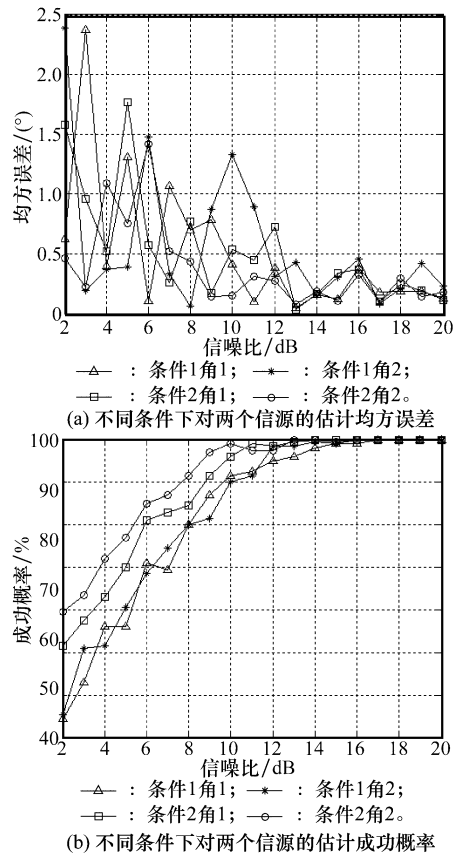


图 6 不同条件下对两个信源估计性能比较图

5 结束语

本文利用柱面共形阵列天线单速率特点结合传播算子算法和子阵分割技术, 提出了一种适用于柱面共形阵列 DOA 估计的快速算法。本文所提算法不需要阵元方向图的任何信息, 计算量小, 实时性好, 阵元摆放更加灵活。计算机仿真实验验证了本文方法在保证 DOA 估计精度的同时又具有较小的计算复杂度, 更利于工程实现。

参考文献:

- [1] Josefsson L, Persson P. *Conformal array antenna theory and design*[M]. Canada: Wiley-IEEE Press, 2006.
- [2] Wang B H, Guo Y, Wang Y L. Frequency-invariant pattern synthesis of conformal array antenna with low cross-polarisation[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2008, 2(5): 442 - 450.
- [3] Gao F F, Nallanathan A, Wang Y D. Improved MUSIC under the coexistence of both circular and noncircular sources[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(7): 3033 - 3038.
- [4] Li T, Arye N. Maximum likelihood direction finding in spatially colored noise fields using sparse sensor arrays[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(3): 1048 - 1062.
- [5] Chen F J, Kwong S, Kok C W. ESPRIT-Like two-dimensional DOA estimation for coherent signals[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1477 - 1484.
- [6] Zhuang J, Li W, Manikas A. Fast root-MUSIC for arbitrary arrays[J]. *IET Electronic Letters*, 2010, 46(2): 174 - 176.
- [7] Doron M A, Doron E. Wavefield modeling and array processing II: algorithms[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(10): 2560 - 2570.
- [8] Belloni F, Richter A, Belloni F, et al. Performance of root-MUSIC algorithm using real-world arrays[C]// *Proc. of the 14th Europe Signal Processing Conference*, 2006.
- [9] Richter A, Belloni F, Koivunen V. DOA and polarization estimation using arbitrary polarimetric array configurations[C]// *Proc. of the IEEE Workshop Sensor Array and Multichannel Processing*, 2006; 12 - 14.
- [10] Hyberg P, Jansson M, Ottersten B. Array interpolation and bias reduction[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(10): 2711 - 2720.
- [11] Hyberg P, Jansson M, Ottersten B. Array interpolation and DOA MSE reduction[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 53(12): 4464 - 4471.
- [12] Richter A, Belloni F, Koivunen V. DOA estimation via manifold separation for arbitrary array structures[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(10): 4800 - 4810.
- [13] Yang P, Yang F, Nie Z P. DOA estimation with sub-array divided technique and interpolated esprit algorithm on a cylindrical conformal antenna array[J]. *Progress in electromagnetics research*, 2010, 103: 201 - 216.
- [14] Yang P, Yang F, Nie Z P. DOA estimation using MUSIC algorithm on a cylindrical conformal antenna array[J]. *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, 2007; 5299 - 5302.
- [15] Qi Z S, Guo Y, Wang B H, et al. DOA estimation for cylindrical conformal array antenna based on ESPRIT algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(8): 1727 - 1731. (齐子森, 郭英, 王布宏, 等. 基于 ESPRIT 算法的柱面共形阵列天线 DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(8): 1727 - 1731.)
- [16] Qi Z S, Guo Y, Ji W F, et al. Blind DOA estimation algorithm for conical conformal array antenna with respect to polarization diversity[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(9): 1919 - 1925. (齐子森, 郭英, 姬伟峰, 等. 锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 1919 - 1925.)
- [17] Sanchez-Araujo J, Marcos S. Statistical analysis of the propagator method for estimation without eigendecomposition[J]. *Statistical Signal and Array Processing*, 1996, 10(8): 570 - 573.
- [18] Zhang X D. *Matrix analysis and application*[M]. Beijing: Tsinghua Press, 2004: 72 - 73. (张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 72 - 73.)
- [19] Liu S, Zhou H J, Jin M, et al. Polarization-DOA estimation for conical conformal array antennas[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(2): 253 - 257. (刘帅, 周洪娟, 金铭, 等. 锥面共形阵列天线的极化-DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 253 - 257.)

作者简介:

司伟建(1971-),男,研究员,博士,主要研究方向为宽带信号处理、检测与识别及高分辨高精度测向技术。

E-mail:swj0418@263.net

万良田(1989-),男,博士研究生,主要研究方向为共形天线阵列关键技术和压缩感知及其应用。

E-mail:waliangtian1@163.com

田作喜(1970-),男,研究员,硕士,主要研究方向为测试与控制技术、信号处理。

E-mail:tianzuoxi@sina.com.cn