

# 均匀圆阵相干信源二维波达方向估计

毛维平<sup>1</sup>, 李国林<sup>2</sup>, 谢鑫<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东烟台 264001;

2. 海军航空工程学院七系, 山东烟台 264001)

**摘要:**提出一种基于弹载双均匀圆阵(uniform circular array, UCA)的相干信源二维波达方向(direction of arrival, DOA)估计算法。算法首先沿轴向对阵列进行虚拟平移,利用空间平滑技术处理数据以恢复协方差矩阵的秩,实现相干信号解相干,再依据轴向双圆阵列的结构特点构造波达方向矩阵,对波达方向矩阵进行特征值分解可得到包含俯仰角信息的特征值和包含俯仰角信息与方位角信息的特征矢量,完成相干信源 DOA 估计。算法将波达方向矩阵法引入均匀圆阵,估计参数自动配对,同时避免了常规算法的二维谱峰搜索,实时性好。仿真结果表明,与矩阵重构的均匀圆阵旋转不变子空间(uniform circular array-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, UCA-ESPRIT)算法相比,本文算法计算量较小,分辨率高。

**关键词:**阵列天线;波达方向估计;相干信源;波达方向矩阵

**中图分类号:** TN 911.7

**文献标志码:** A

**DOI:**10.3969/j.issn.1001-506X.2013.08.02

## 2D-DOA estimation of coherent signals based on uniform circular array

MAO Wei-ping<sup>1</sup>, LI Guo-lin<sup>2</sup>, XIE Xin<sup>2</sup>

(1. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautics and Astronautics University, Yantai 264001, China;

2. Department 7, Naval Aeronautics and Astronautics University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Based on missile-borne dual uniform circular arrays (UCA), an estimation algorithm about two-dimensional direction-of-arrival (DOA) of coherent signals is proposed. Firstly, the algorithm utilizes spatial smoothing techniques to regain the rank of covariance matrix by processing the data gathered by virtually arrays moving along the axial direction. Then, according to the structure of the dual UCA, a DOA matrix is constructed. Eigenvalues and eigenvectors can be acquired by performing eigenvalue decomposition of the DOA matrix. According to the eigenvalues and eigenvectors with elevation and azimuth information, the DOA of coherent signals can be estimated. The proposed algorithm utilizes the DOA matrix method to solve the parameter estimation in the UCA fields. Thus the algorithm requires no parameter alignment and 2D spectrum peak searching. The simulation results indicate that the algorithm has low computational complexity and high resolution characteristics compared with UCA-ESPRIT algorithm.

**Keywords:** antenna arrays; direction of arrival (DOA) estimation; coherent signal sources; DOA matrix

## 0 引言

波达方向(direction-of-arrival, DOA)估计是阵列信号处理所要研究的主要问题之一,在无线电通信、电子侦察等领域有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。同时,现代信号环境中,存在多径效应和干扰,会产生大量的相干和强相关源,相干源导致信号子空间向噪声子空间扩散,使得子空间类算法性能恶化。大部分相干或强相关信号高分辨空间谱估计算法基于均匀线阵,只可估计 $[-\pi/2, \pi/2]$ 的方位信息,均匀圆阵能估计

$[-\pi, \pi]$ 方位角和 $[0, \pi/2]$ 俯仰角二维信息,而且由于阵列结构的对称特性,阵列平面旋转时方向图波束形状鲁棒性好,因此基于均匀圆阵的信号波达方向估计一直是阵列信号处理领域的研究热点。

在相干或强相关信号存在的情况下,文献[2-3]利用子空间迭代类算法求解信号子空间实现解相干,这类算法不进行矩阵特征值分解,从而减小了运算量,但是在迭代过程中需要根据先验知识或者经验对迭代步长和迭代终止门限进行预设,步长的设置会影响算法的收敛速度,终止门限的设置则影响实际

估计子空间的维数。基于均匀圆阵,文献[4-6]利用 Davies<sup>[7]</sup>变换,把均匀圆阵转换为虚拟线阵,再基于空间平滑解相干,这类方法因为阵列流形变化后可利用均匀线阵的成熟方法而体现出优越性,但是空间平滑方法会导致阵列孔径损失。文献[8-10]提出一类矩阵重构类方法,利用天线的特殊阵列模型,重构 Toeplitz 矩阵,以恢复矩阵秩的方法实现解相干。算法不损失阵列孔径,避免了空间平滑过程,但是计算接收数据相关矩阵来构造 Toeplitz 矩阵,计算量较大。文献[11-13]利用虚拟内插或虚拟平移技术把均匀圆阵转换为多个间隔相等的均匀圆阵,依据真实阵列和虚拟阵列之间的旋转不变性实现信号的 DOA 估计,内插算法会引入内插误差,虚拟平移技术基于空间平滑原理解相干,不损失阵列孔径。

本文提出的算法主要针对弹载阵列系统布局和实时性要求,构建一个双均匀圆阵模型,并以此模型接收数据构造一个波达方向矩阵,通过对波达方向矩阵的特征分解得到信号的 DOA 估计,无需二维谱峰搜索,提高了算法的处理速度。针对信号的相干性,参照均匀线阵空间平滑算法原理,通过均匀圆阵的轴向虚拟平移,实现均匀圆阵的空间平滑解相干。算法求解的波达方向的俯仰角和方位角对应波达方向矩阵的特征值和特征矢量,其对应关系使得波达方向参数自动配对,无需专门的配对算法。与传统算法(如均匀圆阵实值波束空间多重信号分类法(uniform circular array-real beamspace-multiple signal classification, UCA-RB-MUSIC)、均匀圆阵旋转不变子空间(uniform circular array-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, UCA-ESPRIT)等)相比,虽然本文算法损失一个子阵的阵元,但算法分辨率高、计算量小。

## 1 基本模型与问题的提出

### 1.1 信号接收模型

假设有  $M$  个中心波长为  $\lambda$  的远场窄带信号源  $s_i(t)$  ( $i=1,2,\dots,M$ ) 辐射到每个子阵元数均为  $N$  的两个各向同性且均匀分布的圆形阵列上,不考虑阵元安装误差、幅相不一致和互耦等影响,如图 1 所示。

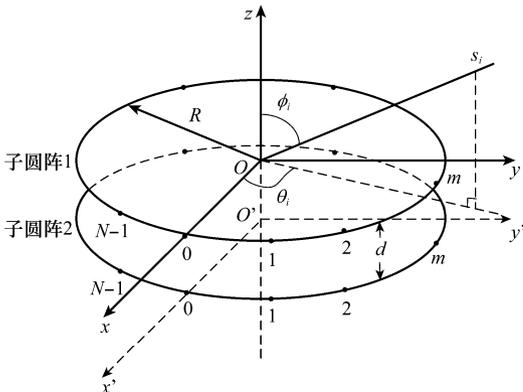


图 1 均匀圆阵列结构

$(\theta_i, \phi_i)$  表示第  $i$  个信号源的波达方向方位角和俯仰角,设噪声为空时均白的加性高斯噪声,阵元间噪声彼此独

立,且与信号不相关。设子圆阵 1 的圆心为参考点,第  $k$  个阵元坐标为  $(x_k, y_k, 0)$ ,则子圆阵 1 的第  $k$  个阵元的输出信号表示为

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^M s_i(t - \tau_{1ki}) + n_{1k}(t), k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中,  $n_{1k}(t)$  为子圆阵 1 第  $k$  个阵元输出的复高斯白噪声;  $\tau_{1ki}$  表示第  $i$  个信号源相对于参考点在子圆阵 1 第  $k$  个阵元的时延。  $\tau_{1ki} = \frac{R}{c} \sin(\phi_i) \cos(\theta_i - \frac{2\pi k}{N})$ ,  $R$  为圆半径,  $c$  为电磁波传播速度。根据窄带信号假设有  $s_i(t - \tau_{1ki}) = s_i(t) \cdot e^{-j\omega \tau_{1ki}}$ , 则

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^M s_i(t) e^{-j\frac{2\pi R}{\lambda} \sin(\phi_i) \cos(\theta_i - \frac{2\pi k}{N})} + n_{1k}(t) \quad (2)$$

式中,  $k=0, 1, \dots, N-1$ ,  $N$  个阵元输出的紧凑形式为

$$\mathbf{X}(t) = [x_0(t), x_1(t), \dots, x_{N-1}(t)]^T = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (3)$$

同理,子圆阵 2 第  $k$  个阵元坐标为  $(x_k, y_k, -d)$ ,则子圆阵 2 的第  $k$  个阵元的输出信号表示为

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^M s_i(t) e^{-j\frac{2\pi R}{\lambda} \sin(\phi_i) \cos(\theta_i - \frac{2\pi k}{N}) + j\frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\phi_i)} + n_{2k}(t) \quad (4)$$

$k = 0, 1, \dots, N-1$

则  $N$  个阵元输出为

$$\mathbf{Y}(t) = [y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t)]^T = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{\Phi} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_2(t) \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{A}(\theta, \phi)$  是  $N \times M$  阶阵列流形矩阵

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = [\mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M, \phi_M)] \quad (6)$$

这里  $\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)$  表示第  $i$  个信号源的方向矢量

$$\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i) = [e^{-j\frac{2\pi R}{\lambda} \sin(\phi_i) \cos(\theta_i)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi R}{\lambda} \sin(\phi_i) \cos(\theta_i - \frac{2\pi(N-1)}{N})}]^T \quad (7)$$

$\mathbf{\Phi}$  为对角阵

$$\mathbf{\Phi} = \text{diag}[e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\phi_1)}, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\phi_2)}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\phi_M)}] \quad (8)$$

$\mathbf{S}(t)$  为  $M$  个信号矢量

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T \quad (9)$$

$\mathbf{N}_1(t), \mathbf{N}_2(t)$  为两个阵列的噪声矢量

$$\mathbf{N}_1(t) = [n_{11}(t), n_{12}(t), \dots, n_{1N}(t)]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{N}_2(t) = [n_{21}(t), n_{22}(t), \dots, n_{2N}(t)]^T \quad (11)$$

且满足

$$E[\mathbf{N}_i(t) \mathbf{N}_j^H(t)] = \begin{cases} \sigma^2 \mathbf{I}, & i = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

$$E[\mathbf{N}_i(t) \mathbf{N}_j^T(t)] = 0 \quad (13)$$

### 1.2 波达方向矩阵法

波达方向矩阵法是由殷勤业提出的二维 DOA 估计方法<sup>[14]</sup>, 本文将该算法运用于均匀圆阵列。本节先介绍算法基本原理, 下一节将讨论相干条件下的波达方向矩阵法。阵列结构如图 1 所示, 将式(3)和式(5)重写如下:

$$\mathbf{X}(t) = [x_0(t), x_1(t), \dots, x_{N-1}(t)]^T = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (14)$$

$$\mathbf{Y}(t) = [y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t)]^T = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{\Phi} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_2(t) \quad (15)$$

$\mathbf{X}(t)$ 的自协方差矩阵表示为

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (16)$$

$\mathbf{Y}(t)$ 和  $\mathbf{X}(t)$ 的互协方差矩阵表示为

$$\mathbf{R}_{yx} = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 表示信号的协方差矩阵。假设各信号源方位角和俯仰角可分辨, 即  $i \neq j (i, j = 1, 2, \dots, M)$  时,  $\theta_i \neq \theta_j, \phi_i \neq \phi_j$ , 易证  $\mathbf{A}$  为列满秩。若假设入射信号互不相关, 则  $\mathbf{R}_s$  也满秩。对  $\mathbf{R}_{xx}$  进行特征值分解, 得到  $M$  个大特征值  $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, M)$  和  $N - M$  个小特征值  $\lambda_i (i = M + 1, \dots, N)$ 。则可依据这  $N - M$  个小特征值估计噪声方差

$$\sigma^2 = \frac{1}{N - M} \sum_{i=M+1}^N \lambda_i \quad (18)$$

定义矩阵

$$\mathbf{R}_{xx0} = \mathbf{R}_{xx} - \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \quad (19)$$

对  $\mathbf{R}_{xx0}$  特征分解可得

$$\mathbf{R}_{xx0} = \sum_{i=1}^M \mu_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (20)$$

则对应的  $\mu_i (i = 1, 2, \dots, M)$  为  $\mathbf{R}_{xx0}$  的大特征值, 而小特征值  $\mu_i = 0 (i = M + 1, \dots, N)$ 。  $\mathbf{V}_i (i = 1, 2, \dots, N)$  为其对应的特征矢量。

定义 由  $\mathbf{R}_{xx0}$  和  $\mathbf{R}_{yx}$  构成波达方向矩阵  $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{yx} \mathbf{R}_{xx0}^\# \quad (21)$$

式中,  $\mathbf{R}_{xx0}^\#$  为  $\mathbf{R}_{xx0}$  的一种伪逆, 定义为

$$\mathbf{R}_{xx0}^\# = \sum_{i=1}^M \mu_i^{-1} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (22)$$

类似文献[14]的证明, 易证  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{R}_s$  满秩时, 则  $\mathbf{R}$  的  $M$  个非零大特征值等于  $\mathbf{\Phi}$  的  $M$  个对角线元素,  $\mathbf{R}$  的  $M$  个非零大特征值对应的本征矢量等于矩阵  $\mathbf{A}$  的  $M$  个列矢量。即

$$\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{\Phi} \quad (23)$$

所以利用波达方向矩阵的特征值与特征矢量可以实现二维 DOA 估计。但当入射信号相干时,  $\mathbf{R}_s$  奇异, 因此必须恢复  $\mathbf{R}_s$  的秩, 才能运用波达方向矩阵法估计 DOA。

## 2 轴向虚拟平移阵列平滑 DOA 矩阵法

均匀圆阵中相干信号空间平滑解相干方法通常是对整个圆阵横向平移, 形成多个虚拟圆阵来完成的, 这类方法平移后, 由于虚拟子阵中阵元坐标在  $xoy$  平面发生变化, 导致导向矢量变化。本文通过沿  $z$  轴轴向平移阵列, 使导向矢量只在  $z$  轴方向上有变化, 经过简单的分离, 就能得到不变

的基导向矢量和一个乘性因子, 方便波达方向矩阵法的应用。通过类似的空间平滑方法, 恢复  $\mathbf{R}_s$  的秩, 进而实现解相干。事实上, 在没有噪声存在的情况下, 子圆阵 2 可通过子圆阵 1 虚拟平移得到, 当存在噪声时, 则不能, 因为存在噪声时, 若通过虚拟平移得到子圆阵 2, 式(17)的结果将包含噪声的方差项, 这在波达方向矩阵法的求解过程中是不能略去的, 必然造成估计误差, 所以子圆阵 2 的存在是必要的。

将图 1 的阵列整体沿  $z$  轴负方向平移  $p$  次, 为避免估值模糊, 每次平移距离与两子圆阵轴向距离均为  $d = \lambda/2$ 。则第  $i$  个平移阵列的信号输出为

$$\mathbf{X}^{(i)}(t) = [x_0^{(i)}(t), x_1^{(i)}(t), \dots, x_{N-1}^{(i)}(t)]^T = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^i \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1^{(i)}(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{Y}^{(i)}(t) = [y_0^{(i)}(t), y_1^{(i)}(t), \dots, y_{N-1}^{(i)}(t)]^T = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^{i+1} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_2^{(i)}(t) \quad (25)$$

其对应的自协方差矩阵和互协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{xx}^{(i)} = E[\mathbf{X}^{(i)}(t)\mathbf{X}^{(i)}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^i \mathbf{R}_s (\mathbf{\Phi}^i)^H \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (26)$$

$$\mathbf{R}_{yx}^{(i)} = E[\mathbf{Y}^{(i)}(t)\mathbf{X}^{(i)}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{\Phi} \mathbf{\Phi}^i \mathbf{R}_s (\mathbf{\Phi}^i)^H \mathbf{A}^H \quad (27)$$

利用空间平滑技术处理每次平移后的自协方差矩阵和互协方差矩阵  $\mathbf{R}_{xx}^{(i)}, \mathbf{R}_{yx}^{(i)} (i = 0, 1, \dots, p)$ ,  $p$  表示平移次数, 可得平滑后的协方差矩阵  $\bar{\mathbf{R}}_{xx}$  和  $\bar{\mathbf{R}}_{yx}$

$$\bar{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{p+1} \sum_{i=0}^p \mathbf{R}_{xx}^{(i)} = \frac{1}{p+1} \sum_{i=0}^p \mathbf{A} \bar{\mathbf{R}}_s \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \bar{\mathbf{R}}_{xx0} + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (28)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{yx} = \frac{1}{p+1} \sum_{i=0}^p \mathbf{R}_{yx}^{(i)} = \frac{1}{p+1} \sum_{i=0}^p \mathbf{A} \mathbf{\Phi} \bar{\mathbf{R}}_s \mathbf{A}^H \quad (29)$$

式中,  $\bar{\mathbf{R}}_s$  表示入射信号的自相关矩阵

$$\bar{\mathbf{R}}_s = \frac{1}{p+1} \sum_{i=0}^p \mathbf{\Phi}^i \mathbf{R}_s (\mathbf{\Phi}^i)^H \quad (30)$$

比较式(16)与式(28)、式(17)与式(29),  $\bar{\mathbf{R}}_{xx}, \bar{\mathbf{R}}_{yx}$  与  $\mathbf{R}_{xx}, \mathbf{R}_{yx}$  具有相同结构。对式(30), 文献[15]已证明, 如果  $p$  大于最大相干入射信号个数, 则  $\bar{\mathbf{R}}_s$  非奇异。至此, 用  $\bar{\mathbf{R}}_{xx0}$  和  $\bar{\mathbf{R}}_{yx}$  构造空间平滑波达方向矩阵  $\bar{\mathbf{R}}$

$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{R}}_{yx} \bar{\mathbf{R}}_{xx0}^\# \quad (31)$$

式中,  $\bar{\mathbf{R}}_{xx0}^\#$  为  $\bar{\mathbf{R}}_{xx0}$  的一种伪逆, 定义形式与式(22)类似。

对式(31)构造的矩阵  $\bar{\mathbf{R}}$  进行特征分解, 利用特征值和特征矢量即可求解相应的俯仰角和方位角。由式(7)可知, 导向矢量既含有方位信息又含有俯仰信息, 所以对方位角的求解是先代入俯仰角信息, 并用类似于参考文献[14]特征矢量求解方位角的方法求解。具体求解如下:

$$\theta_i = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \frac{j2\pi}{N} + \arccos \left\{ \frac{\lambda}{2\pi R} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\lambda}{2\pi d} \cdot \text{Arg}(\eta_j) \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{Arg}(u_i(j)) \right\} \right\} \quad (32)$$

$$\phi_i = \arccos \left[ \frac{\lambda}{2\pi d} \cdot \text{Arg}(\eta_i) \right] \quad (33)$$

式中,  $\eta_i$  和  $u_i$  为  $\bar{\mathbf{R}}$  特征值分解的非零特征值和对应的特征向量,  $u_i(j)$  表示  $u_i$  的第  $j$  个元素。特征值和特征向量是经过对  $\bar{\mathbf{R}}$  一次特征值分解得到, 而且是一一对应的, 所以, 算法求得的俯仰角和方位角自动配对, 不需要专门的配对算法。

下面给出利用本文算法进行相干信源二维 DOA 估计的具体步骤:

- 步骤 1 获取两个圆阵列接收数据  $\mathbf{X}(l)$  和  $\mathbf{Y}(l)$ ;
- 步骤 2 对双圆阵列虚拟平移, 即根据步骤 1 获得的数据, 构造各步平移阵元的输出矢量  $\mathbf{X}^{(i)}(l)$  和  $\mathbf{Y}^{(i)}(l)$ ;
- 步骤 3 根据式(26)和式(27)构造矩阵  $\mathbf{R}_{xx}^{(i)}$  和  $\mathbf{R}_{yy}^{(i)}$ ;
- 步骤 4 根据式(28)和式(29)求得矩阵  $\bar{\mathbf{R}}_{xx}$  和  $\bar{\mathbf{R}}_{yy}$ ;
- 步骤 5 对  $\bar{\mathbf{R}}_{xx}$  特征值分解, 得到  $\bar{\mathbf{R}}_{xx0}$ , 并求得  $\bar{\mathbf{R}}_{xx0}^{\#}$ ;
- 步骤 6 由式(31)求得  $\bar{\mathbf{R}}$ , 并对  $\bar{\mathbf{R}}$  特征值分解;
- 步骤 7 根据式(32)和式(33)求得 DOA 信息  $(\theta_i, \phi_i)$ 。

### 3 数值仿真

为验证算法的有效性, 进行如下仿真实验。综合考虑基于模式空间矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法<sup>[16]</sup>在分辨率和运算复杂度上较其他均匀圆阵 DOA 估计算法的优点, 仿真中将本文算法与基于模式空间矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法作比较, 分析算法的优点与局限性。

**仿真 1** 假设 4 个窄带等功率相干信号分别从  $(30^\circ, 30^\circ)$ 、 $(40^\circ, 40^\circ)$ 、 $(150^\circ, 60^\circ)$ 、 $(-110^\circ, 70^\circ)$  入射到如图 1 所示的阵列中, 快拍数为 128, 信噪比  $\text{SNR}=5$  dB。圆阵阵元个数为 15, 即整个双圆阵列由 30 个阵元组成, 此时, 圆半径的取值不会造成侧向模糊, 仿真时取  $r=\lambda/2$ 。阵列噪声为宽频白的高斯噪声。分别以本文方法和模式空间矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法独立进行 100 次蒙特卡罗实验, 结果如图 2 所示。模式空间矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法采用 15 个阵元的单圆阵。由图 2 可以看出, 本文算法较文献[16]的算法具有更高的估计精度。尤其当两个信号角度间隔不大的情况下, 本文算法能准确估计波达方向信息, 这是因为, 本文算法的平滑方式是阵元虚拟平移, 对一个阵元而言, 并未造成阵列孔径损失, 而文献[16]的方法经过模式空间转换, 受最大模式激励数的限制, 导致估计信号个数下降, 实际上是损失了阵列孔径, 造成天线方向图的主瓣宽度展宽, 估计精度下降。但是必须看到, 本文算法为了应用波达方向矩阵法, 实际阵元个数是有一半损失的, 在载体空间有限的情况下有一定局限性, 但是在导弹外形布阵中, 本文算法是可取的, 同时算法的计算复杂度低, 有利于弹载系统信息的实时处理。另外, 从仿真结果也可以看出, 对均匀圆阵或圆阵虚拟成均匀线阵估计波达方向时, 俯仰角越小, 信号投影到方位角平面的能量越小, 俯仰角估计精度越高, 方位角估计精度越低。同理, 俯仰角越大, 信号投

影在  $z$  轴的能量减小, 俯仰角估计精度下降, 方位角估计精度提高。

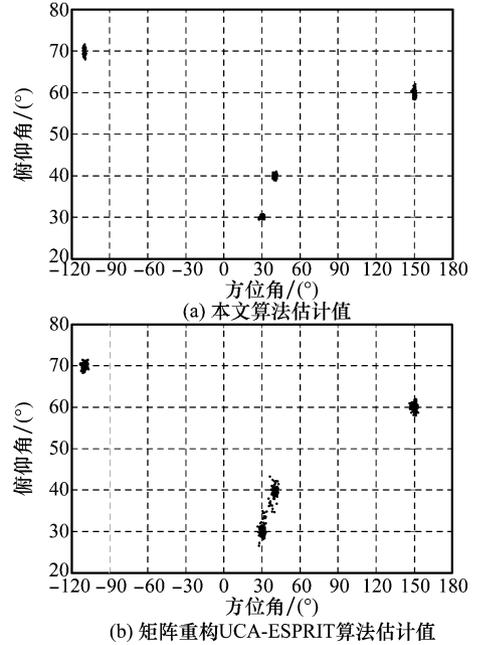


图 2 算法估计精度与分辨力的验证

**仿真 2** 为验证阵元数对相干信号估计性能的影响, 做如下仿真。设本文算法子阵阵元为 5, 为避免圆阵侧向模糊, 设半径  $r=\lambda/2$ 。设入射信号为仿真 1 中除去  $(40^\circ, 40^\circ)$  入射角的另外 3 个信号, 信噪比  $\text{SNR}=15$  dB, 快拍数 128, 独立进行 100 次蒙特卡罗实验, 结果如图 3 所示。图 3 表明, 矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法已经不能正确估计出信号的波达方向信息, 这是因为, 按照文献[16]的方法, 在阵元数为 5 时, 模式空间中能正确估计出 DOA 信息的信号个数最大不能超过 2 个。而本文的算法在子圆阵为 5 时, 能正确估计的信号个数为 4 个, 所以如同仿真 1 的分析, 在弹载系统中, 选用本文的阵列模型和算法是合适的。

**仿真 3** 验证信噪比对算法性能的影响。子圆阵阵元数取 9, 快拍数 128, 入射信号同仿真 2, 信噪比按 3 dB 步长从 0 dB 步进到 30 dB, 验证本文算法在不同信噪比条件下的估计性能。不同信噪比下分别进行 100 次蒙特卡罗仿真实验, 得到本文算法的 DOA 估计均方误差随信噪比变化的情况。定义 DOA 估计均方误差 (root-mean-square error, RMSE) 如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{j=1}^{100} ((\hat{\theta}_{ij} - \theta_i)^2 + (\hat{\phi}_{ij} - \phi_i)^2)}$$

式中,  $(\theta_i, \phi_i)$  为标准值,  $(\hat{\theta}_{ij}, \hat{\phi}_{ij})$  为对应标准值的入射信号第  $j$  次估计值, 同样与矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法作对比。仿真结果如图 4 所示。图 4 表明, 本文算法在低信噪比时估计性能要优于矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法, 分析其原因, 主要是因为本文算法虚拟平移后对信号协方差平滑解相干的过程, 实际是利用虚拟数据进行叠加, 提高了信

噪比,而文献[16]是将协方差矩阵特征分解后,最大特征矢量元素的互相关信息作为构造 toeplitz 矩阵的元素,只是对数据的扩展利用。另外,从图中可以看出,对圆阵,俯仰角的误差影响要大于方位角的误差影响。

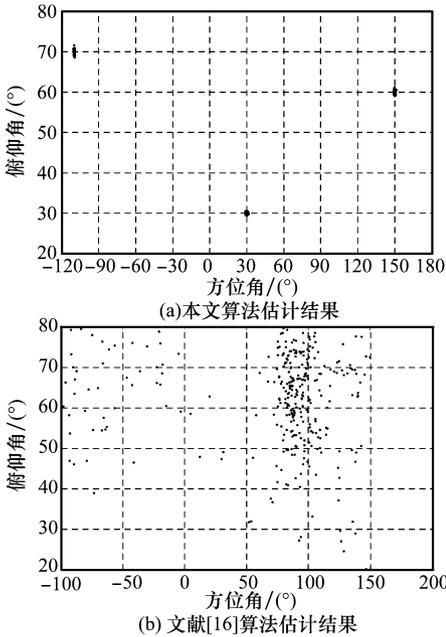


图 3 阵元数对算法性能的影响

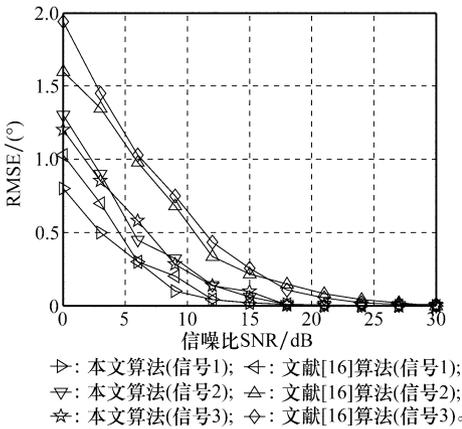


图 4 信噪比对算法性能的影响

**仿真 4** 验证快拍数对算法性能的影响。子圆阵阵元数同样取 9,信噪比 SNR=10 dB,快拍数从 0 到 500 以 50 次步进,入射信号同仿真 2,验证本文算法在不同快拍数条件下的估计性能。对不同快拍分别进行 100 次蒙特卡罗仿真实验,得到本文算法的 DOA 估计均方误差随快拍数变化的情况,并与矩阵重构的 UCA-ESPRIT 算法作对比,仿真结果如图 5 所示。由图 5 可知,本文算法在低快拍数条件下同样有效,而且在仿真过程中发现,本文算法的均方误差要比文献[16]提出的算法稳定,尤其在单快拍条件下,文献[16]的算法估计误差呈大动态变化。分析原因,主要是在单快拍条件下,本文算法经虚拟平移所得信号初始相位相同,对其进行空间平滑,实际是对信号同相叠加,这相

当于增加快拍数,提高信噪比,而文献[16]的方法,单快拍数据的噪声在构造解相干矩阵时,并未得到抑制,导致估计误差大不稳定。

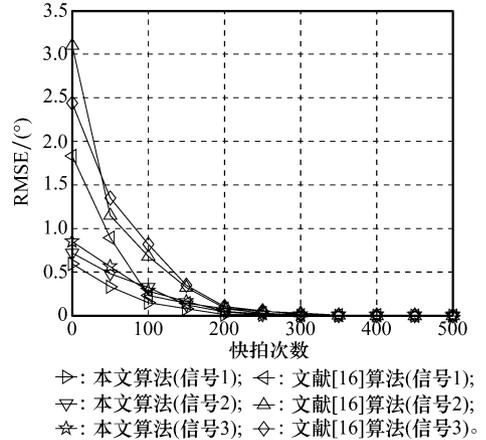


图 5 快拍数对算法性能的影响

### 4 结 论

本文通过双圆阵轴向虚拟平移技术,构建波达方向矩阵,完成了相干信号条件下的二维 DOA 估计。算法将波达方向矩阵法引入均匀圆阵,提高了算法的运算速度和估计精度。同时针对弹载阵列天线布局的特点,验证了算法在弹载系统中应用的优点,在低信噪比和低快拍数据的条件下,算法依然表现出较好的估计性能,可应用在导弹武器等环境复杂、实时性要求高的场合。但必须认识到为了应用波达方向矩阵方法,本文算法实际是损失了一个子阵列孔径的,所以考虑减少阵列孔径损失(如空时波达方向矩阵法),并运用本文相关理论算法,解决实际问题,将是后续工作的重点。

### 参考文献:

- [1] Wang Y L, Chen H, Peng Y Y, et al. *The methods and algorithms of spatial spectrum estimation* [M]. Beijing: Tsinghua University press, 2004. (王永良,陈辉,彭应宇等.空间谱估计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2004.)
- [2] Hu N, Ye Z F, Xu D Y, et al. A sparse recovery algorithm for DOA estimation using weighted subspace fitting [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2012, 92(10): 2566 - 2570.
- [3] Si W J, Lan X Y, Zou Y. Novel high-resolution DOA estimation using subspace projection method [J]. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2012, 19(4): 110 - 116.
- [4] Liu W. Blind adaptive wide band beam-forming for circular arrays based on phase mode transformation [J]. *Digital Signal Processing*, 2011, 21(3): 239 - 247.
- [5] Hislop G, Craeye C. Spatial smoothing for 2D direction finding with passive RFID tags [C] // *Proc. of the Antennas & Propagation Conference*, 2009: 78 - 85.

- [6] Akkar S, Gharsallah A, Harabi F. Concentric circular array for DOAs estimation of coherent sources with ESPRIT algorithm[C]// *Proc. of the 5th International Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era*, 2010;1-6.
- [7] Davies D E N. A transformation between the phasing techniques required for linear and circular aerial arrays[J]. *IEE Proceeding F*, 1965, 112(11):2041-2045.
- [8] Kareem A J, Hyuck M K, Nizar T. Modified UCA-ESPRIT for estimating DOA of coherent signals using one snapshot[C]// *Proc. of the Vehicular Technology Conference*, 2008; 126-131.
- [9] Xie J L, Li H Y, He Z S. DOA estimation of coherent sources using difference algorithm with the uniform circular arrays[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2012,41(4): 516-521. (谢菊兰, 李会勇, 何子述. 均匀圆阵相干信源 DOA 估计的差分算法[J]. 电子科技大学学报, 2012,41(4):516-521.)
- [10] Gao S Y, Chen H, Wang Y L, et al. The MODE-TOEP algorithm based on uniform circular array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007,29(12): 2832-2835. (高书彦, 陈辉, 王永良, 等. 基于均匀圆阵的模式空间矩阵重构算法[J]. 电子与信息学报, 2007,29(12):2832-2835.)
- [11] Sun X J, Zhang G Y, Tang B, et al. Circle array receiving signal 2D-DOA separable estimation based on twice virtual interpolations[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(8): 1890-1892. (孙学军, 张高毅, 唐斌, 等. 基于二次虚拟内插的圆阵接收 2D-DOA 分离估计[J]. 电子与信息学报, 2008,30(8): 1890-1892.)
- [12] Lu H J, Zhang X H, Xiong X. Application of manifold separation technique in non-uniform circular array[J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(9):1113-1117. (卢海杰, 章新华, 熊鑫. 流形分离在非均匀圆阵上的应用[J]. 兵工学报, 2011, 32(9): 1113-1117.)
- [13] Richter A, Belloni F, Koivunen V. DOA estimation via manifold separation for arbitrary array structures[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(10): 4800-4810.
- [14] Yin Q Y, Zou L H, Newcomb R W. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation—DOA matrix method[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1991, 12(4): 1-7. (殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法——波达方向矩阵法[J]. 通信学报, 1991, 12(4): 1-7.)
- [15] Shan T, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
- [16] Liu Y. Research on performance of DOA estimation algorithms based on UCA[D]. Chongqing: Chongqing University, 2011. (刘艳. 基于均匀圆阵的波达方向估计算法的性能研究[D]. 重庆:重庆大学, 2011.)

## 作者简介:

毛维平(1986-),男,博士研究生,主要研究方向为阵列信号处理、目标中近程探测识别。

E-mail:mvpyqz@126.com

李国林(1955-),男,教授,博士,主要研究方向为目标中近程探测识别与信息处理。

E-mail:glinlee@263.net

谢鑫(1980-),男,副教授,博士,主要研究方向为阵列信号处理、无线电引信探测。

E-mail:xxin1980@163.com