

# 速度约束辅助车载捷联惯导系统零速校正算法

付强文, 秦永元, 李四海

(西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 捷联惯导系统(strapdown inertial navigation system, SINS)动态误差源众多,常规零速校正(zero-velocity update, ZUPT)方法难以取得理想效果。利用车辆正常行驶过程中横向和法向速度为零的约束条件,在考虑惯导系统与载车安装偏差角的基础上,推导了速度约束辅助的 ZUPT 算法模型。利用光纤 SINS 进行了 2 h 的车载导航试验,间隔 10 min 停车,零速校正得到的水平和高程定位精度均优于 10 m。所提算法可以正确估计安装偏差角、惯性器件误差和初始方位误差,工程实用性强。

**关键词:** 捷联惯导系统; 零速校正; 速度约束; 车载导航; 安装偏差

中图分类号: U 666.1

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.08.23

## ZUPT method for vehicular SINS aided by velocity constraint

FU Qiang-wen, QIN Yong-yuan, LI Si-hai

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** The strapdown inertial navigation system (SINS) has so many dynamic errors that it is difficult for the conventional zero-velocity update (ZUPT) method to achieve the desired results. Making use of the condition that the sideways and vertical velocity of the normal running vehicle is zero, taking the installation errors of SINS into consideration, the ZUPT method aided by velocity constraint is deduced. The 2 h vehicular navigation experiment is implemented, and the results show that the fiber-optic gyro SINS can achieve the level and vertical positioning accuracy of better than 10 m by 10 min interval stopping. The method can estimate the installation errors, inertial sensor errors and initial azimuth errors accurately, so it has strong engineering practicality.

**Keywords:** strapdown inertial navigation system (SINS); zero-velocity update (ZUPT); velocity constraint; vehicular navigation; installation error

## 0 引言

零速校正(zero-velocity update, ZUPT)技术是车载惯性导航系统的关键技术,是抑制导航误差随时间发散的有效手段。陆用车辆行驶过程中,间隔一定时间(一般为 5 min 或 10 min)停车,由于停车时刻的真实速度为零,惯导系统的速度输出即为速度误差,将该速度误差作为量测值可对惯导系统的各项误差进行辨识和补偿<sup>[1-2]</sup>。ZUPT 技术在很多实际系统中得到广泛应用<sup>[3]</sup>,如美国的 Litton auto surveyor system (LASS)、Honeywell GEO-SPIN 系统,英国的 Ferranti inertial land surveyor (FILS)系统,法国 SAGEM 公司的 SIGMA-30 等系统。

常用的 ZUPT 方法有曲线拟合法和实时 Kalman 滤波算法<sup>[4-8]</sup>。曲线拟合法简单可靠,但各通道分开进行处理,没有考虑物理系统的内部耦合,效果往往不如 Kalman 滤波

法。另外还有一些基于事后或滞后平差、平滑处理的 ZUPT 算法<sup>[8-9]</sup>,通常可以取得更高的定位精度,但往往不能满足军事车辆对实时性和机动性的要求。

国内外采用 ZUPT 技术的惯导系统大多是平台式系统<sup>[3,8-9]</sup>。与平台惯导相比,捷联惯导系统(strapdown inertial navigation system, SINS)由于物理上缺失隔离角运动的功能,惯性器件的工作环境更加恶劣,动态误差源众多。SINS 特有的误差主要包含与机动有关的误差和与振动有关的误差,其中器件误差和标定残余误差受载车机动的激励会造成导航误差规律性变弱,进而对 ZUPT 的定位精度产生重大影响。

速度约束算法<sup>[10-11]</sup>利用车辆正常行驶过程中横向和法向速度为零的约束条件对 SINS 的导航误差进行修正,可以提高长时间导航精度。可见,速度约束算法和 ZUPT 一样,具有不依赖外部设备、不受外部信号干扰和完全自主的特点。

惯导系统在载车上安装时,不可避免地存在安装偏差角,安装偏差角的存在会对速度约束算法产生不利影响。本文在分析安装偏差角影响的基础上,推导了速度约束 Kalman 滤波算法模型,并利用此方法与常规 ZUPT 方法相结合,构成了速度约束辅助的 ZUPT 算法。

### 1 常规 Kalman 滤波 ZUPT

取惯导坐标系  $b$  为右前上坐标系,导航坐标系  $n$  为东北天坐标系。文献[8]设计的 ZUPT Kalman 滤波器模型,并综合考虑高度通道,选择惯导系统的 15 维误差状态为

$$\mathbf{X}_1 = [(\delta\mathbf{V}^n)^T \ (\phi^b)^T \ (\delta\mathbf{P}^n)^T \ (\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T \ (\nabla^b)^T]^T \quad (1)$$

式中, $\delta\mathbf{V}^n$ 、 $\phi^b$ 、 $\delta\mathbf{P}^n$  分别表示  $n$  系速度误差、平台失准角和位置误差; $\boldsymbol{\varepsilon}^b$ 、 $\nabla^b$  表示  $b$  系陀螺常值漂移和加速度计零位。则滤波器状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{F}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{W}_1 \quad (2)$$

式中, $\mathbf{F}_1$  为惯导系统误差方程对应的状态转移矩阵; $\mathbf{W}_1$  为等效系统噪声。

SINS 在停车时的速度输出即为速度误差,则有量测方程

$$\mathbf{Z}_1 = \delta\mathbf{V}^n = \mathbf{H}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{V}_1 \quad (3)$$

式中, $\mathbf{V}_1$  表示量测噪声; $\mathbf{H}_1$  为量测矩阵,形式为

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 12}]$$

为了使 ZUPT 滤波器的  $\mathbf{P}$  阵初始值收敛,精对准过程宜采用与此相同的 Kalman 滤波器。

### 2 速度约束算法

#### 2.1 约束条件

定义车体直角坐标系为  $m$ ,  $Y$  轴指向车辆行驶正前方,  $X$  轴指向右侧,  $Z$  轴向上。车辆运动学约束条件是指当车辆在正常行驶过程中,没有发生侧滑和跳跃,则在  $m$  系的  $X$  轴和  $Z$  轴速度分量为零<sup>[12]</sup>,即

$$\begin{cases} V_x^m = 0 \\ V_z^m = 0 \end{cases} \quad (4)$$

可见,速度约束算法仅存在  $X$  轴和  $Z$  轴两个方向上的速度观测量,所以通常称该方法为非完整性约束<sup>[13]</sup>。

实际情况下,车辆转向侧滑,车体振动和路面颠簸等因素都会导致车辆  $X$  轴和  $Z$  轴上的速度并不像理想的那样为零。不过试验结果表明,可以将速度误差  $V_x^m$  和  $V_z^m$  视为白噪声,通过调整噪声方差来反映量测违反约束的程度。对行驶过程中偶然发生的大幅跳跃和侧滑,则可以在 Kalman 滤波计算过程中通过  $\chi^2$  检验进行隔离。

惯导系统在载车上安装时,由于安装偏差角  $[\alpha_\theta \ \alpha_\gamma \ \alpha_\psi]^T$  的存在,  $b$  与  $m$  之间存在转换矩阵  $\mathbf{C}_b^m$ , 则  $b$  系速度  $\mathbf{V}^b$  与  $m$  系速度  $\mathbf{V}^m$  之间存在式(5)的关系。

$$\mathbf{V}^m = \mathbf{C}_b^m \mathbf{V}^b \quad (5)$$

根据文献[12]的分析,不考虑横滚安装偏差角  $\alpha_\gamma$ ,  $\mathbf{C}_b^m$  的误差方程为

$$\delta \mathbf{C}_b^m = \delta \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{C}_b^m \quad (6)$$

式中,  $\delta \boldsymbol{\alpha} = [\delta\alpha_\theta \ 0 \ \delta\alpha_\psi]^T$ ; “ $\times$ ”表示向量叉乘。

#### 2.2 速度约束算法模型

惯导系统的误差状态选择与式(1)相同,考虑式(6),将安装误差角  $\delta\alpha_\theta$  和  $\delta\alpha_\psi$  也扩充为状态变量,则车辆运动学约束算法模型的状态变量扩充为 17 维

$$\mathbf{X}_2 = [\mathbf{X}_1^T \ \delta\alpha_\theta \ \delta\alpha_\psi]^T \quad (7)$$

将安装误差角  $\delta\alpha_\theta$  和  $\delta\alpha_\psi$  视为随机常数,对应的误差方程为

$$\begin{cases} \delta\dot{\alpha}_\theta = 0 \\ \delta\dot{\alpha}_\psi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

则速度约束算法的状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{F}_2 \mathbf{X}_2 + \mathbf{W}_2 \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{W}_2$  为等效系统噪声;  $\mathbf{F}_2$  为状态转移矩阵,可表示为

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0}_{15 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 15} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

可见,状态转移矩阵  $\mathbf{F}_2$  中的非零元素与常规 ZUPT 算法中  $\mathbf{F}_1$  矩阵相同,编程实现简单。

惯导系统  $b$  和  $n$  之间的姿态转换矩阵为  $\mathbf{C}_n^b$ , 同时考虑式(5),可得车体坐标系  $m$  下的速度分量为

$$\mathbf{V}^m = \mathbf{C}_b^m \mathbf{C}_n^b \mathbf{V}^n \quad (10)$$

利用式(4)的约束条件构成量测值

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} \delta V_x^m \\ \delta V_z^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x^m \\ V_z^m \end{bmatrix} \quad (11)$$

如果安装偏差  $\delta\alpha_\theta$  和  $\delta\alpha_\psi$  为小角度(如小于  $3^\circ$ ),  $\mathbf{C}_b^m$  可视为单位阵,则  $b$  系速度  $\mathbf{V}^b$  可直接作为量测值

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} V_x^b \\ V_z^b \end{bmatrix} \quad (12)$$

对式(10)进行全微分,并考虑式(6),得

$$\delta \mathbf{V}^m = \mathbf{C}_b^m (\mathbf{C}_n^b \phi^n \times \mathbf{V}^n + \mathbf{C}_n^b \delta \mathbf{V}^n) + \delta \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{C}_b^m \mathbf{C}_n^b \mathbf{V}^n \quad (13)$$

将式(13)改写成

$$\delta \mathbf{V}^m = \mathbf{M}_1 \delta \mathbf{V}^n + \mathbf{M}_2 \phi^n + \mathbf{M}_3 \delta \boldsymbol{\alpha} \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{C}_b^m \mathbf{C}_n^b$$

$$\mathbf{M}_2 = -\mathbf{C}_b^m \mathbf{C}_n^b (\mathbf{V}^n \times)$$

$$\mathbf{M}_3 = (\mathbf{C}_b^m \mathbf{C}_n^b \mathbf{V}^n) \times = -(\mathbf{C}_b^m \mathbf{V}^b) \times$$

符号“ $\times$ ”表示取 3 维向量的反对称矩阵。

由式(11)和式(14)的结果,可得量测方程为

$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{H}_2 \mathbf{X}_2 + \mathbf{V}_2 \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{V}_2$  表示量测噪声;  $\mathbf{H}_2$  表示量测矩阵,且有

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1(1, *) & \mathbf{M}_2(1, *) & \mathbf{0}_{2 \times 9} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_3(1, 3) \\ \mathbf{M}_1(3, *) & \mathbf{M}_2(3, *) & & \mathbf{M}_3(3, 1) & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{M}_i(1, *)$  表示取  $3 \times 3$  矩阵  $\mathbf{M}_i$  的第一行,其余符号的含义类似。

### 2.3 可观测性分析

速度约束算法将安装偏差  $\delta\alpha_\theta$  和  $\delta\alpha_\psi$  列为状态进行估计,而安装偏差的估计效果直接影响定位精度,可通过分段线性化方法进行可观测性分析<sup>[14-15]</sup>。

由于约束算法的实质是进行速度组合,所以在状态变量式(7)中去掉明显不可观测的位置误差 $(\delta\mathbf{P}^n)^T$ 后再进行可观测性分析,即分析时将状态变量改变为 14 维

$$\mathbf{X} = [(\delta\mathbf{V}^n)^T \ (\boldsymbol{\phi}^n)^T \ (\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T \ (\mathbf{V}^b)^T \ \delta\alpha_\theta \ \delta\alpha_\psi]^T \quad (17)$$

状态方程描述为

$$\dot{\mathbf{X}}(t_j) = \mathbf{A}_j \mathbf{X}(t_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, r \quad (18)$$

式中,  $r$  为连续时间的分段总数; 状态转移矩阵  $\mathbf{A}_j$  可通过  $\mathbf{F}_2$  矩阵去掉 $(\delta\mathbf{P}^n)^T$  对应元素后获得。

同样, 观测矩阵  $\mathbf{C}$  为  $\mathbf{H}_2$  矩阵去掉 $(\delta\mathbf{P}^n)^T$  对应元素, 即

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1(1, *) & \mathbf{M}_2(1, *) & 0 & \mathbf{M}_3(1, 3) \\ \mathbf{M}_1(3, *) & \mathbf{M}_2(3, *) & \mathbf{0}_{2 \times 6} & \mathbf{M}_3(3, 1) & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

从而, 第  $j$  时刻分段线性定常系统的可观测性矩阵和此时的提取可观性矩阵 (stripped observability matrix, SOM) 分别为

$$\mathbf{Q}_j^T = [\mathbf{C}^T \ (\mathbf{C}\mathbf{A}_j)^T \ \dots \ (\mathbf{C}\mathbf{A}_j^{13})^T] \quad (20)$$

$$\mathbf{Q}_j^T(j) = [\mathbf{Q}_j^{T1} \ \mathbf{Q}_j^{T2} \ \dots \ \mathbf{Q}_j^{T7}] \quad (21)$$

矩阵  $\mathbf{Q}_j(j)$  的秩可以反映状态的可观测性。设定轨迹如下: 系统朝正北向静止 1 s, 以  $2 \text{ m/s}^2$  加速行驶 5 s, 然后按  $10^\circ/\text{s}$  角速率转向 9 s (即转向  $90^\circ$ ), 按  $\Delta t = 1 \text{ s}$  进行分段处理。结果显示, 在静止状态时  $\text{rank}(\mathbf{Q}_j(1)) = 7$ , 而在加速过程中  $\text{rank}(\mathbf{Q}_j(2)) = 13, \text{rank}(\mathbf{Q}_j(3)) = 14$ 。可见仅加速运动就能够使 SOM 满秩, 即系统状态完全可观。

进一步对  $\mathbf{Q}_j(j)$  进行奇异值分解, 观察奇异值的大小和对应向量的线性组合, 可以对各状态变量的可观测度进行评价。分析表明, 静止状态下  $\delta\alpha_\theta, \delta\alpha_\psi, \delta V_N, \phi_E, \phi_U, \mathbf{V}_x$  和  $\mathbf{V}_y$  完全不可观,  $\varepsilon_z$  可观测度低; 加速行驶阶段  $\mathbf{Q}_j(j)$  虽然满秩, 但  $\delta V_N, \nabla_x$  和  $\nabla_y$  状态的可观测度相对较低; 转向过程中,  $\delta V_N, \nabla_x$  和  $\nabla_y$  的可观测度明显提高, 其中  $\nabla_y$  的可观测度要比其他状态低; 而安装偏差  $\delta\alpha_\theta$  和  $\delta\alpha_\psi$  在加速和转向机动过程中具有较强的可观测性。

### 3 速度约束辅助 ZUPT 算法

传统 ZUPT 方法可以施加 3 个方向的速度约束, 但其缺陷在于: 量测间隔时间长, 模型受非线性影响严重; 机动干扰引起的突发误差没有及时得到校正, 累积到停车时刻当作系统误差进行处理; 停车时才进行量测更新, 对方位失准角引起的几何位置误差估计作用弱。

而速度约束算法在运动过程中即可进行量测更新, 所以量测量多, 间隔时间短, 可抑制模型非线性影响, 对突发误差和方位失准角有一定估计作用。但缺点在于对纵向速度没有约束, 当方位长时间保持不变时定位误差增大。

可以看出, 两种算法在时间和功能上有明显的互补之处, 采用速度约束技术辅助 ZUPT 算法, 可望获得更高的定位精度。

速度约束辅助 ZUPT 算法的状态变量与式(7)相同, 状态方程与式(9)相同, 并采用序贯处理的方式进行量测更新, 即在载车行驶过程中, 按式(11)和式(15)进行速度约束量测更新; 在停车阶段, 按式(3)进行 ZUPT 量测更新。由于滤波器状态维数增加, 在式(3)中应有

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 14}]$$

### 4 试验验证

试验采用某研究所生产的高精度光纤陀螺 SINS, 其中光纤陀螺零偏重复性为  $0.005^\circ/\text{h}$ , 稳定性为  $0.008^\circ/\text{h}$ , 加速度计零偏重复性和稳定性均为  $30 \mu\text{g}$ 。初始对准点和停车点位置通过圆概率误差 (circular error probability, CEP) 为 2 m 的全球定位系统 (global position system, GPS) 测量获得。

实验车还装备了电子里程计, 标度因数为  $0.396 \text{ m/pulse}$ , 仅用于对惯导系统的安装偏差角进行辅助标定。按照参考文献[16]所述方法进行预先标定, 得到安装偏差角  $\alpha_\theta = 0.07^\circ, \alpha_\psi = 1.81^\circ$ , 该结果不在 ZUPT 算法中使用, 仅用来考核估计效果。

常规 ZUPT 方法中, 方位误差角的可观测性弱, 单向行驶路径上的结果往往要比闭环路径更差。验证试验首先采用较为严格的单向行驶路径, 如图 1 所示。行驶路况包含乡村公路和高速公路, 行车时间约 2 h, 总里程为 105 km, 最大行驶速度  $120 \text{ km/h}$ 。系统初始对准时间为 5 min, 行驶过程中大致每 10 min 停车一次, 每次停车时间小于 20 s。图 1 中“ $\Delta$ ”表示行车起始点, “o”表示每 10 min 的停车 ZUPT 点。

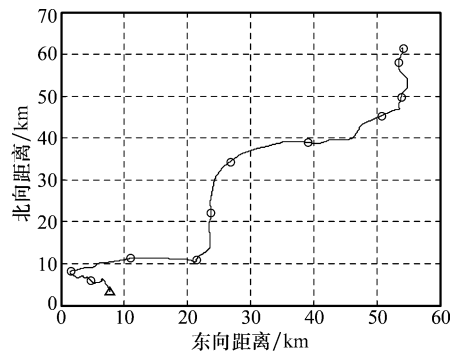


图 1 车载试验行驶路径图

图 2 显示了每 4 ms 采样周期输出的方位陀螺角速率  $\omega_z$  和纵向加计比力  $f_y$  的大小, 可以反映试验过程中载车的主要机动情况。由图 2 可见, 行驶过程中载车最大转向角速率为  $20^\circ/\text{s}$ , 最大纵向加速度为  $5 \text{ m/s}^2$ 。

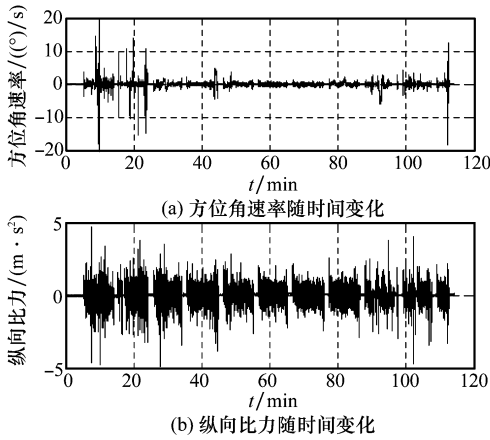


图 2 车载试验的主要机动情况

采用不更新高度通道的纯惯性导航算法对试验数据进行解算,得到光纤 SINS 的纯惯性定位误差如图 3 所示。

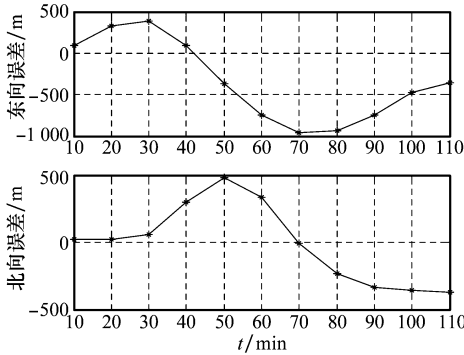


图 3 纯惯性导航定位误差曲线

然后分别采用常规 ZUPT 方法和改进 ZUPT 方法对试验数据进行处理,得到的定位误差如图 4 所示。由图 4 可知,改进方法的水平定位精度优于常规方法。

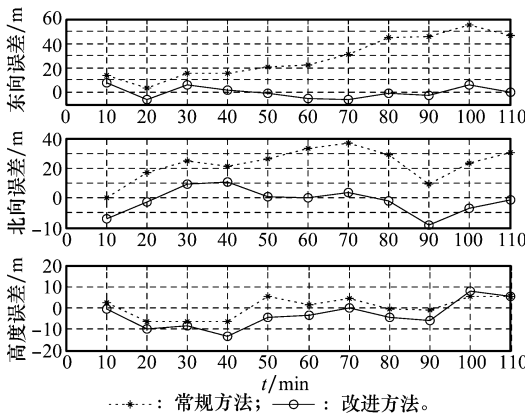


图 4 两种方法的定位误差曲线

进一步统计得到两种方法的水平定位 CEP 和高程定位中间误差 (probable error, PE) 如表 1 所示。从表 1 可知,改进方法的水平和高程定位误差均小于 10 m,明显优于传统方法。另外注意到,表 1 中改进方法的高度误差略大于传统方法,由于作为基准的 GPS 高程精度的限制,无

法分辨二者谁更准确。

表 1 单向行驶路径定位统计精度

算 法	水平定位 CEP /m	高程定位 PE/m
传统方法	34.14	3.14
改进方法	7.52	4.63

速度约束辅助的 ZUPT 算法对安装偏差角的估计效果如图 5 所示。与预先标定得到的  $\alpha_\theta$  和  $\alpha_\psi$  值对比可知,算法对安装误差角具有较高的估计精度。图 5 的结果也与可观性分析的结论一致,即在车辆启动加速过程中,安装偏差  $\alpha_\theta$  和  $\alpha_\psi$  可以迅速得到估计。

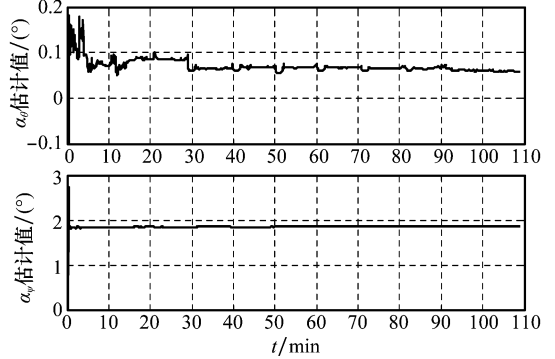


图 5 改进方法估计的安装偏差角

为了进一步考核改进算法对惯性器件误差和初始对准误差的估计能力,为陀螺数据叠加  $0.03(^{\circ})/h$  的漂移误差,为加计数据叠加  $-0.05 \text{ mg}$  的零偏误差,由于陀螺漂移的叠加将引入幅值约  $0.15^{\circ}$  的方位对准误差。叠加误差后仍按改进 ZUPT 方法进行处理,不更改滤波器参数,得到定位误差曲线如图 6 所示。进一步统计得到叠加误差后的 CEP 为  $7.98 \text{ m}$ ,PE 为  $4.64 \text{ m}$ 。对比表 1 数据可知,惯性器件零偏误差和初始对准误差对改进 ZUPT 算法的定位精度没有明显影响。

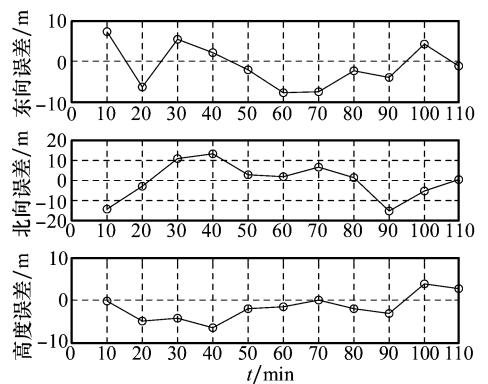


图 6 叠加误差后的定位误差曲线

图 7 为改进算法在叠加误差前后对方位失准角、陀螺漂移和加计零偏的估计曲线,通过观察各图中两条曲线之间的间距可以反映算法对叠加误差的估计情况。

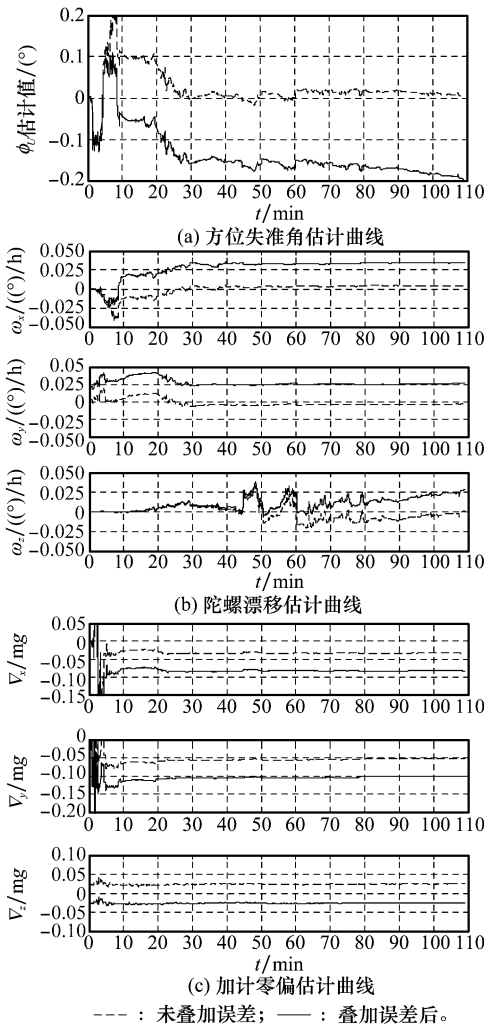


图 7 叠加误差前后状态误差估计曲线

从图 7(a)可以看出,速度约束辅助的 ZUPT 算法正确估计了约  $-0.15^\circ$  的初始方位误差,除初始对准误差外,方位失准角还随  $0.03^\circ/\text{h}$  的方位陀螺漂移增长,而估计曲线也正确体现了这一趋势。从图 7(b)和图 7(c)可以看出,算法可以正确估计各轴陀螺漂移和各轴加计零偏误差,只是 Z 轴陀螺漂移需要较长时间才能收敛。

除单向行驶路径外,还进行了 2 次环形路径试验,行驶里程为 53 km,两种 ZUPT 方法的定位统计精度如表 2 所示。从表 2 可知,改进方法的水平和高程定位精度均优于 10 m。

表 2 闭环行驶路径定位统计精度

试验次数	算法	水平定位	高程定位
		CEP/m	PE/m
1	传统方法	16.12	12.20
	改进方法	5.08	5.28
2	传统方法	8.44	7.42
	改进方法	5.40	4.83

对比表 1 和表 2 可以发现,采用传统 ZUPT 方法,闭环路径的水平定位精度明显优于单向路径,主要原因是由于

方位误差(或器件误差)在闭环路径中对定位误差的影响相互抵消所致。而在改进方法中,由于器件误差和方位误差得到估计,所以闭环路径和单向路径试验的定位精度相差并不明显。

## 5 结 论

速度约束辅助的 ZUPT 算法在不使用任何外界信息的条件下,通过间隔 10 min 进行停车 ZUPT,可以达到水平和高程均优于 10 m 定位精度。当惯导系统与载车安装偏角为小角度时,不需要预先进行安装偏角标定,便于批量装备和外场系统更换。试验表明,改进的 ZUPT 算法可以正确分离惯性器件误差和初始对准误差,从而保证算法的适应性,提高了系统在恶劣气候条件下长时间工作的能力,降低了对惯性器件零偏标定精度的要求,降低了对晃动基座下初始对准精度的要求,工程适用性强。

## 参考文献:

- [1] Salychev O S, Voronov V, Lukianov V. Inertial navigation systems in geodetic application; L. I. G. S experience[C]// *Proc. of the 6th International Conference on Integrated Navigation*, 1999; 1-12.
- [2] Park S K, Suh Y S. A zero velocity detection algorithm using inertial sensors for pedestrian navigation systems[J]. *Sensors*, 2010, 10(10): 9163-9178.
- [3] Mueller I I. Inertial survey systems in the geodetic arsenal[C]// *Proc. of the 2nd International Symposium on Inertial Technology for Surveying and Geodesy*, 1981; 272-285.
- [4] Yang C J, Gao Z Y, Li D S. Hybrid filter combining with ZUPT for vehicle MINS[C]// *Proc. of the 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2010; 370-374.
- [5] Nilsson J O, Skog I, Handel P, et al. Foot-mounted INS for everybody—an open-source embedded implementation[C]// *Proc. of the Position Location and Navigation Symposium*, 2012; 140-145.
- [6] Huddle J R. Trends in inertial systems technology for high accuracy AUV navigation[C]// *Proc. of the Workshop on Autonomous Underwater Vehicles*, 1998; 63-73.
- [7] Wang J, Gao Z. Real time estimation of position and the gravity vector with an inertial survey system[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 71(12): 16-20.
- [8] Gao Z Y, Wang J, Dong J X, et al. A comparison of ZUPT estimation methods for inertial survey systems[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 1995, 3(2): 24-29. (高钟毓, 王进, 董景新, 等. 惯性测量系统零速校正的几种估计方法[J]. 中国惯性技术学报, 1995, 3(2): 24-29.)
- [9] Gao Z Y. Kalman filter design of inertial positioning system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2000, 8(4): 5-9. (高钟毓. 惯性定位系统的卡尔曼滤波器设计[J]. 中国惯性技术学报,

2000, 8(4):5-9.)

- [10] Dissanayake G, Sukkarieh S, Nebot E, et al. The aiding of a low-cost strapdown inertial measurement unit using vehicle model constraints for land vehicle applications[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 2001, 17(5): 731-747.
- [11] Fang J, Gu Q T, Ding T H. Dynamic zero velocity update for vehicle inertial navigation system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(3): 265-268. (方靖, 顾启泰, 丁天怀. 车载惯性导航的动态零速修正技术[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(3): 265-268.)
- [12] Fu Q W, Qin Y Y, Li S H, et al. Inertial navigation algorithm aided by motion constraints of vehicle[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2012, 20(6): 640-643. (付强文, 秦永元, 李四海, 等. 车辆运动学约束辅助的惯性导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(6): 640-643.)
- [13] El-Sheimy N, Niu X J. The promise of MEMS to the navigation community[J]. *Inside Global Navigation Satellite System*, 2007, 3(4): 46-56.
- [14] Cho S Y, Kim B D, Cho Y S, et al. Observability analysis of the INS/GPS navigation system on the measurements in land

vehicle applications[C] // *Proc. of the International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007:17-20.

- [15] Lee M H, Lee J H, Koh Y H, et al. Observability and estimability analysis of the GPS and INS in the vehicle[J]. *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, 2010, 3(3): 537-551.
- [16] Yan G M, Qin Y Y, Yang B. On error compensation technology for vehicular dead reckoning system[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2006, 24(1):26-30. (严恭敏, 秦永元, 杨波. 车载航位推算系统误差补偿技术研究[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(1):26-30.)

## 作者简介:

付强文(1980-),男,博士研究生,主要研究方向为捷联惯导和组合导航技术。

E-mail:fuqiangwen@126.com

秦永元(1946-),男,教授,主要研究方向为惯性导航和容错组合导航系统、最优估计理论、数字信号处理及 GPS 信号处理。

E-mail:qinyongyuan@nwpu.edu.cn

李四海(1962-),男,教授,主要研究方向为惯性导航技术。

E-mail:lishihai@nwpu.edu.cn