

无人直升机局部 H_∞ 最优 LPV 速度控制器设计

贺跃帮¹, 裴海龙¹, 周洪波²

(1. 华南理工大学自主系统与网络控制教育部重点实验室, 广东 广州 510640;

2. 湖南理工学院机械工程学院, 湖南 岳阳 414006)

摘要: 针对无人直升机的大范围鲁棒控制问题, 提出局部 H_∞ 最优线性变参数 (linear parameter varying, LPV) 速度 (local H_∞ optimal LPV velocity, LHOV) 控制方法。首先将无人直升机系统简化成含有干扰的 LPV 系统, 针对各个固定飞行模式独立设计 H_∞ 静态输出反馈 (H_∞ static output feedback, HSOF) 控制器, 然后采用插补控制技术, 针对每一种飞行模式下的线性系统设计一个只含有不可控部分和不可观部分的插补控制器, 进而将所有模式下的控制器融合成一个 LHOV 控制器, 从而既保证模式之间鲁棒转换, 又使得系统进入任意一个模式后能达到 H_∞ 性能最优。最后, 仿真结果表明, 采用此方法设计的控制器能够获得大范围良好的稳定性和鲁棒性。

关键词: 无人直升机; H_∞ 静态输出反馈; 插补控制; 线性变参数; 鲁棒性

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2013.06.23

Local H_∞ optimal LPV velocity controller design for unmanned helicopter

HE Yue-bang¹, PEI Hai-long¹, ZHOU Hong-bo²

(1. Key Laboratory of Autonomous Systems and Networked Control, Ministry of Education,

South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. School of Mechanical

Engineering, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006, China)

Abstract: Considering the large rang robust control problem of an unmanned helicopter, a local H_∞ optimal linear parameter varying (LPV) velocity (LHOV) controller is designed. Firstly the nonlinear system of the helicopter is simplified as an LPV system with disturbances, then a H_∞ static output feedback (HSOF) controller for every fixed flight mode independently is designed. The interpolation control technique is used to design an interpolated controller for every local controller. The interpolated controllers only include uncontrollable modes and unobservable modes, so the optimal H_∞ performance can be ensured when the helicopter flights in this mode. Finally, an LHOV controller is composed of these local controllers, and simulation results illustrate its good large rang stability and robustness.

Keywords: unmanned helicopter; H_∞ static output feedback; interpolation control; linear parameter varying (LPV); robustness

0 引言

无人直升机由于具有垂直起降、空中悬停、协调转弯等多种固定翼无人飞行器无法实现的功能, 而且体积小、重量轻、价格便宜, 使其在军事及民用领域具有广阔的应用潜力。但是直升机是一个欠驱动、强耦合、高阶非线性以及内不稳定的多输入多输出 (multiple input multiple output, MIMO) 系统, 对其自主控制研究至今仍具有很大的挑战^[1-3]。

近年来, 众多研究人员成功地设计了许多控制器。如经典的比例-积分-微分 (proportion-integral-differential,

PID)^[4] 单输入单输出 (single input single output, SISO) 控制器由于具有结构简单、设计过程直观、计算量低以及易于调试等优点, 而在早期得到广泛的应用, 但是面对复杂的直升机系统, 该方法无法系统地考虑阵风干扰以及通道耦合等问题。之后更多的 MIMO 控制方法如线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR)^[5]、 μ 综合^[6]、 H_∞ ^[7-8]、增益调度^[9]、鲁棒线性变参数 (linear parameter varying, LPV)^[10]、自适应^[11]、反步法^[12]、神经网络控制^[13]等得到研究人员的重视。其中, 鲁棒控制技术, 如 H_∞ 、增益调度、鲁棒 LPV 等由于能够直接处理存在模型不确定和外部干扰

等多变量系统的控制问题而得到深入研究。文献[7]考虑悬停处线性模型存在结构不确定的情况下,采用鲁棒 H_∞ 控制方法获得了较好的鲁棒稳定性能;文献[8]考虑悬停处存在阵风干扰的情况下,采用双闭环结构,运用 H_∞ 静态输出反馈(H_∞ static output feedback, HSOF)控制方法获得了良好的抗风干扰性能。然而,采用 H_∞ 控制技术只能保证直升机在设定平衡点附近的鲁棒性能,当飞行远离平衡点时,直升机鲁棒性能急剧下降甚至不稳定。文献[9]在此基础上采用增益调度 H_∞ 控制方法解决了前面的问题,获得了大范围的鲁棒稳定性能;文献[10]采用 LPV 鲁棒控制方法得到了参考轨线附近的鲁棒稳定性能。然而,增益调度 H_∞ 和 LPV 鲁棒控制方法为保证大范围鲁棒稳定性,而不得不牺牲局部鲁棒性。

事实上,由于无人直升机系统的复杂性,针对它的控制往往分成多个模式,如悬停、前飞、后飞、侧飞以及其他一些机动模式,且模式之间的转换时间短暂,主要的关注点是转换过程的稳定性和各个模式下的局部性能。因此,有必要设计一款控制器,使得闭环系统既能保证各个模式下的局部最优性能,又能保证模式之间转换的稳定性,甚至是保证一定的鲁棒性能,从而保证大范围稳定性和鲁棒性。基于此目标,本文参考文献[14-16],提出局部 H_∞ 最优 LPV 控制(local H_∞ optimal LPV velocity, LHOV)方法。该方法首先针对各个模式下的线性系统独立设计 H_∞ 静态输出反馈控制器,接着采用插补控制技术,针对所有模式下的线性系统设计一个只含有不可控或不可观部分的插补控制器,进而将所有控制器融合成一个 LHOV 控制器,从而既保证模式之间鲁棒转换,又使得系统进入任何一个模式下能达到 H_∞ 性能最优。

1 无人直升机 LPV 模型

无人直升机动态模型由六自由度刚体运动微分方程和简化的一阶挥舞动态方程来描述^[1],其微分方程描述为

$$\begin{cases} \dot{u} = v - \omega q - g \sin \theta + (-T_m a + X_{fus})/m \\ \dot{v} = \omega p - ur + g \sin \phi \cos \theta + (T_m b + Y_{fus} + T_{vr} + Y_{vf})/m \\ \dot{\omega} = uq - vp + g \cos \phi \cos \theta + (T_{mr} + Z_{fus} + Z_{ht})/m \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + rcos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} = qc \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \\ \dot{p} = qr(I_{yy} - I_{zz})/I_{xx} + ((T_{mr} h_{mr} + k_s) b + L_{vf} - T_{vr} h_{vr})/I_{xx} \\ \dot{q} = pr(I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} + ((T_{mr} h_{mr} + k_s) a + M_{ht})/I_{yy} \\ \dot{r} = pq(I_{xx} - I_{yy})/I_{zz} + (-Q_e + N_{vf} + T_{vr} l_{vr})/I_{zz} \\ \dot{a} = -q - \frac{a}{\tau} + \frac{1}{\tau} \left(\frac{\partial a}{\partial \mu} \frac{u - u_w}{\Omega R} + \frac{\partial a}{\partial \mu_z} \frac{\omega - \omega_w}{\Omega R} \right) + \frac{A_{lon}}{\tau} \delta_{lon} \\ \dot{b} = -p - \frac{b}{\tau} - \frac{1}{\tau} \frac{\partial b}{\partial \mu} \frac{v - v_w}{\Omega R} + \frac{B_{lat}}{\tau} \delta_{lat} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $[u, v, \omega]^T$ 和 $[u_w, v_w, \omega_w]^T$ 分别表示直升机和风速在机体坐标系下的速度分量; $[\phi, \theta, \psi]^T$ 分别表示滚转角、俯仰角和偏航角; $[p, q, r]^T$ 表示相对于机体坐标系下的角速度向量; a, b 分别表示纵向和横向挥舞角,由纵向控制量 δ_{lon} 和横向控制量 δ_{lat} 控制; T_{mr}, T_{vr} 分别为主旋翼和尾旋翼产生的拉力,可由垂向控制信号 δ_{col} 和航向控制信号 δ_{tr} 分别控制; τ 表示主旋翼有效挥舞时间常数; $[I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}]^T$ 表示转动惯量; Ω 表示直升机旋翼旋转速度; $X_{fus}, Y_{fus}, Z_{fus}$ 表示机身所受空气阻力; Y_{vf}, L_{vf}, N_{vf} 表示垂尾所受空气阻力和力矩; Z_{ht}, M_{ht} 表示平尾所受空气阻力和力矩; Q_e 表示发动机产生的反扭力矩; $\frac{\partial a}{\partial \mu}, \frac{\partial b}{\partial \mu_v}, \frac{\partial a}{\partial \mu_z}$ 表示挥舞耦合系数,其他相关常数具体定义和表达式可参考文献[1]。

定义 u_m 为水平面上给定前飞速度, v_m 为水平面上给定侧飞速度, ω_m 为给定垂飞速度, ψ_r 为给定偏航角轨迹,则无人直升机机体坐标系下速度和角速度跟踪轨迹满足^[10]

$$\begin{cases} u_{ref} = u_m \cos \theta + \omega_m \sin \theta \\ v_{ref} = u_m \sin \theta \sin \phi + v_m \cos \phi - \omega_m \cos \theta \sin \phi \\ \omega_{ref} = u_m \sin \theta \cos \phi - v_m \sin \phi - \omega_m \cos \theta \cos \phi \\ p_{ref} = \psi_r \sin \theta \\ q_{ref} = -\psi_r \cos \theta \sin \phi \\ r_{ref} = -\psi_r \cos \theta \cos \phi \end{cases} \quad (2)$$

在参考轨迹附近线性化可得

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(u_m, v_m, \omega_m, \psi_r) \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(u_m, v_m, \omega_m, \psi_r) \Delta \boldsymbol{\delta} + \mathbf{e} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{x} = [u, v, \omega, \phi, \theta, \psi, p, q, r, a, b]^T$; $\boldsymbol{\delta} = [\delta_{col}, \delta_{lon}, \delta_{lat}, \delta_{tr}]^T$; $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$; $\Delta \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\delta}_0$; $\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\delta}_0$ 为设定平衡点配平值; \mathbf{e} 表示高阶误差项。

由于无人直升机阶数较高,且式(3)需要处处线性化,因此式(3)仍然过于复杂,难以被用来设计控制器。但是,当仅考虑水平面前飞和侧飞时($\omega_m = 0, \psi_r = 0$),式(3)可进一步简化成由水平面上若干个固定点的分段仿射表达形式来描述,即

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^l s_i(\mathbf{V}) (\mathbf{A}(\mathbf{V}_i) \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{V}_i) \Delta \boldsymbol{\delta}) + \mathbf{e} \quad (4)$$

式中, $\sum_{i=1}^l s_i(\mathbf{V}) = 1 (s_i(\mathbf{V}) \geq 0)$; $\mathbf{V} = [u_m, v_m]^T$; l 为固定速度飞行模式总数。

当各个固定点的 u_m, v_m 取值如图 1 时, $s_i(\mathbf{V})$ 可按如下方法取值:当飞行进入如图 1 所示 Q_{ij} 区域时有

$$\begin{aligned} s_A(\mathbf{V}) &= \frac{(u_{i+1} - u_m)(v_{i+1} - v_m)}{(u_{i+1} - u_i)(v_{i+1} - v_i)} \\ s_B(\mathbf{V}) &= \frac{(u_m - u_i)(v_{i+1} - v_m)}{(u_{i+1} - u_i)(v_{i+1} - v_i)} \\ s_C(\mathbf{V}) &= \frac{(u_m - u_i)(v_m - v_i)}{(u_{i+1} - u_i)(v_{i+1} - v_i)} \end{aligned}$$

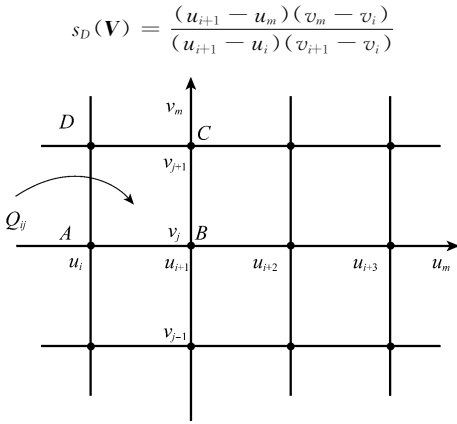


图 1 水平面飞行速度分块图

为简化描述,下文将以 x 代替 Δx , δ 代替 $\Delta \delta$ 。从而式(4)可描述为

$$\dot{x} = A(V)x + B(V)\delta + e \quad (5)$$

式中, $A(V) = \sum_{i=1}^l s_i(V)A(V_i)$; $B(V) = \sum_{i=1}^l s_i(V)B(V_i)$; $e = f(x, \delta) - A(V)x - B(V)\delta$ 表示 LPV 建模后的误差。当考虑外在干扰时(如阵风干扰),其干扰也可归于误差 e 中。

需要注意的是,式(5)相比式(3)更简单,但形成的建模误差更大。因此,有必要为式(5)所示的对象设计一种鲁棒控制器,以增强其适应能力。

2 局部 H_∞ 最优 LPV 控制器设计

针对无人直升机简化模型式(5),本文设计控制器的目标有两个。

(1) 局部 H_∞ 性能最优:对预先给定的每一种飞行模式(固定速度 V_i),闭环系统控制输出 z 满足

$$\|T_{ze}(V_i)\|_\infty = \frac{\|z(s)\|_2}{\|e(s)\|_2} \leq \gamma_i^* \quad (6)$$

且 γ_i^* 为最优值。

(2) 整个飞行包络内的鲁棒性能:对整个飞行包络内的所有 V ,闭环系统稳定且存在 γ ,满足

$$\|T_{ze}(V)\|_\infty < \gamma \quad (7)$$

为实现上述两个目标,本文采用 LHOV 控制器设计,其整体结构如图 2 所示,包含滤波器 $W(s)$ 设计、各个局部点(对应一种飞行模式) H_∞ 最优控制器 $K_i(\Delta)$ 设计和 LHOV 控制器融合。其中,局部 H_∞ 最优控制器 $K_i(\Delta)$ 结构如图 3 所示,包含一个局部 HSOF 控制器 \hat{K}_i 和一个鲁棒插补控制器 $\tilde{K}_i(\Delta)$ 。

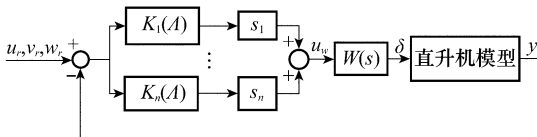


图 2 控制器整体结构

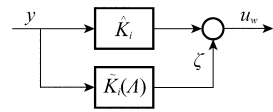


图 3 局部 H_∞ 最优控制器 $K_i(\Delta)$ 结构图

2.1 滤波器设计

为了减小 HSOF 控制的保守性,引入线性滤波器

$$W(s) = \text{diag} \left\{ \frac{a}{s+a}, \frac{b}{s+b}, \frac{c}{s+c}, \frac{d}{s+d} \right\} \quad (8)$$

式中,参数 a, b, c, d 的选择依据 H_∞ 回路成型滤波器设计原则来设计^[8]。

2.2 局部 H_∞ 最优静态输出反馈控制器设计

综合滤波器 $W(s)$ 后的直升机对象可简化描述为

$$P(V) := \begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(V) & B(V) & I & 0 \\ 0 & -A_w & 0 & A_w \\ C_1(V) & 0 & 0 & D_{12} \\ C_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \\ u_w \end{bmatrix} \\ \\ := \begin{bmatrix} \hat{A}(V) & B_1 & B_2 \\ C_1(V) & 0 & D_{12} \\ C_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \\ u_w \end{bmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\hat{x} = [x^T \ x_w^T]^T \in \mathbf{R}^n$; $y = [u, v, w, \phi, \theta, \psi, p, q, r]^T \in \mathbf{R}^9$ 为测量输出; $z \in \mathbf{R}^n$ 为控制输出; $C_1(V), D_{12}$ 为待设权重系数,满足 $C_1(V)^T D_{12} = 0$ 。

当设计 $C_1(V) = \sum_{i=1}^l s_i(V)C_{1i}$ ($C_{1i}D_{12} = 0$) 时, $P(V)$ 可进一步描述为

$$P(V) = \sum_{i=1}^l s_i(V)P(V_i) = \sum_{i=1}^l s_i(V) \begin{bmatrix} \hat{A}_i & B_1 & B_2 \\ C_{1i} & 0 & D_{12} \\ C_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

引理 1 对于式(10)所描述的每一个含有非结构不确定的线性系统 $P(V_i)$,存在静态输出反馈控制 $u_{wi} = -\hat{K}_i y$,使得对给定的正数 γ_i 满足式(6)的充分必要条件是满足以下两个条件^[8]:

- ① (\hat{A}_i, C_{1i}) 可测;
- ② 存在矩阵 L 和 $P = P^T \geq 0$, 满足

$$\hat{A}_i^T P + P \hat{A}_i + C_{1i}^T C_{1i} + \gamma_i^{-2} P B_1 B_1^T P - P B_2 R^{-1} B_2^T P + L^T R^{-1} L = 0 \quad (11)$$

和

$$\hat{K}_i = R^{-1} (L + B_2^T P) C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} \quad (12)$$

式中, $P = D_{12}^T D_{12}$ 。

根据式(11),可以通过迭代求解 L, P ,从而得到最优的 γ_i^* 。再根据式(12)可求解反馈增益 \hat{K}_i 。由于篇幅有限,具

体介绍迭代算法, 请参考文献[8]。

2.3 插补控制器设计

为了保证直升机进入模式 $P(V_i)$ 后, 系统抗干扰性能达到局部最优值 γ_i^* , 图 3 所示的插补控制器 $\tilde{K}_i(\Delta)$ 需满足: 当 $s_i(V) = 1$ 时, $\tilde{K}_i(\Delta) \rightarrow 0$ 。将插补控制器 $\tilde{K}_i(\Delta)$ 进行卡尔曼分解, 则 $\tilde{K}_i(\Delta) \rightarrow 0$ 意味着 $\tilde{K}_i(\Delta)$ 中不含有可控可观部分。因此, $\tilde{K}_i(\Delta)$ 可由不可控部分 Δ_{1i} 和不可观部分 Δ_{2i} 来描述

$$\Delta_{1i} = \begin{cases} \dot{x}_{\lambda_1} = A_{\lambda_1} x_{\lambda_1} \\ \mu = C_{\lambda_{11}} x_{\lambda_1} \\ \zeta = C_{\lambda_{21}} x_{\lambda_1} \end{cases} \quad (13)$$

$$\Delta_{2i} = \{ \dot{x}_{\lambda_2} = A_{\lambda_2} x_{\lambda_2} + B_{\lambda_{21}} x_{\lambda_1} + B_{\lambda_{22}} y + \mu \quad (14)$$

式中, $x_{\lambda_1} \in \mathbf{R}^n; x_{\lambda_2} \in \mathbf{R}^n$ 。

注: 描述 Δ_{1i} 和 Δ_{2i} 时省略了下标 i 。

因此, 无人直升机模式 $P(V_i)$ 在控制器 $K_i(\Delta) = \tilde{K}_i + \tilde{K}_i(\Delta)$ 控制下, 闭环系统可描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{di} & B_{di} \\ C_{di} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\tilde{x} = [\hat{x}^T \quad x_{\lambda_1}^T \quad x_{\lambda_2}^T]^T$$

$$A_{di} = \begin{bmatrix} A_i - B_2 \hat{K}_i C_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} J_1 \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \\ 0 \end{bmatrix}^T +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} J_2 \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix}$$

$$B_{di} = [B_1^T \quad 0]^T$$

$$C_{di} = [C_{1i} - D_{12} \hat{K}_i C_2 \quad 0 \quad 0] + [D_{12} \quad 0 \quad 0] J_1 [0 \quad I_n \quad 0]$$

$$J_1 = [C_{\lambda_{11}}^T \quad A_{\lambda_1}^T \quad C_{\lambda_{21}}^T]^T$$

$$J_2 = [B_{\lambda_{22}} \quad B_{\lambda_{21}} \quad A_{\lambda_2}]$$

引理 2 给定矩阵 $G, H, \Pi = \Pi^T$, 则存在 J 满足

$$\Pi + H^T J G + G^T J^T H < 0 \quad (16)$$

的充分必要条件^[17]为

$$N(H)^T \Pi N(H) < 0, N(G)^T \Pi N(G) < 0 \quad (17)$$

式中, $N(*)$ 表示 $*$ 的核。

定理 1 对无人直升机所有模式 $P(V_i)$ (假设存在静态输出反馈控制 \hat{K}_i 满足 H_∞ 最优性能 γ_i^*), 存在鲁棒插补控制器 $\tilde{K}_i(\Delta)$ (具有式(13)和式(14)形式), $\gamma \geq \gamma_i^*$, $\tilde{X}_i =$

$$\begin{bmatrix} S_0 & N_{1i} & N_{2i} \\ N_{1i}^T & I_n & 0 \\ N_{2i}^T & 0 & I_n \end{bmatrix} > 0 \text{ 满足}$$

$$\Gamma(\tilde{X}_i, K_i(\Delta), P(V_i), \gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_i A_{di} + A_{di}^T \tilde{X}_i & \tilde{X}_i B_{di} & C_{di}^T \\ B_{di}^T \tilde{X}_i & -\gamma I & 0 \\ C_{di} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

的充分必要条件是存在正定对称矩阵 S_0, R_0, S_i , 对所有的 $i=1, 2, \dots, l$, 满足

$$\Phi^T \begin{bmatrix} S_0 A_i + A_i^T S_0 & S_0 B_1 & C_{1i}^T \\ B_1^T S_0 & -\gamma I & 0 \\ C_{1i} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \Phi < 0 \quad (19)$$

$$\Xi^T \begin{bmatrix} A_i R_0 + R_0 A_i^T & B_1 & R_0 C_{1i}^T \\ B_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_{1i} R_0 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \Xi < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} S_i(A_i - B_2 \hat{K}_i C_2) + * & S_i B_1 & C_{1i}^T \\ B_1^T S_i & -\gamma I & 0 \\ C_{1i} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} R_0 & I \\ I & S_i \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

$$S_0 - S_i > 0 \quad (23)$$

式中, $N_{1i} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 满足 $N_{1i} N_{1i}^T = S_i - R_0^{-1}$, 且 $N_{2i} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 满足 $N_{2i} N_{2i}^T = S_0 - S_i$; $\Phi = N([C_2 \quad 0 \quad 0])$; $\Xi = N([B_2^T \quad D_{12}^T \quad 0])$; $*$ 表示对称部分。

证明 根据闭环系统式(15)的描述, 式(18)可以表示成关于 J_1 和 J_2 的形式为

$$\Pi_{\tilde{X}_i} + \sum_{k=1}^2 (H_k \tilde{X}_i^T J_k G_k + G_k^T J_k^T H_k \tilde{X}_i) < 0 \quad (24)$$

根据引理 2, 式(24)等价于

$$N(G_1)^T (\Pi_{\tilde{X}_i} + H_{2, \tilde{X}_i} J_2 G_2 + G_2^T J_2^T H_{2, \tilde{X}_i}) N(*) < 0 \quad (25)$$

和

$$N(H_{1, \tilde{X}_i})^T (\Pi_{\tilde{X}_i} + H_{2, \tilde{X}_i} J_2 G_2 + G_2^T J_2^T H_{2, \tilde{X}_i}) N(*) < 0 \quad (26)$$

再次根据引理 2, 式(25)等价于

$$N(G_2 N(G_1))^T N(G_1)^T \Pi_{\tilde{X}_i} N(G_1) N(*) < 0 \quad (27)$$

和

$$N(H_{2, \tilde{X}_i} N(G_1))^T N(G_1)^T \Pi_{\tilde{X}_i} N(G_1) N(*) < 0 \quad (28)$$

通过展开化简后可知, 式(26)和式(27)等价于式(19)和式(20), 式(28)等价于式(21)。

由 N_{1i}, N_{2i} 的定义可知, 式(22)和式(23)与 N_{1i} 和 N_{2i} 有解等价。再根据 Schur 补定理可知, 式(22)和式(23)与 $\tilde{X}_i > 0$ 有解等价。证毕

算法的详细步骤如下。

步骤 1 采用 Matlab 中 LMI 工具箱搜寻最优的 $\gamma \geq \gamma_i^*$, S_0, R_0, S_i , 对所有的 $i=1, 2, \dots, m$ 满足式(19)~式(23)。

步骤 2 构造正定对称矩阵 $\tilde{\mathbf{X}}_i$: 按照 $\mathbf{N}_{1i}\mathbf{N}_{1i}^T = \mathbf{S}_i - \mathbf{R}_0^{-1}$ 和 $\mathbf{N}_{2i}\mathbf{N}_{2i}^T = \mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_i$ 求解 \mathbf{N}_{1i} 和 \mathbf{N}_{2i} , 并构造

$$\tilde{\mathbf{X}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 & \mathbf{N}_{1i} & \mathbf{N}_{2i} \\ \mathbf{N}_{1i}^T & \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{2i}^T & \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \quad (29)$$

步骤 3 求满足式(18)的 $(\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2)$ 。

步骤 4 由 $(\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2)$ 构造 $\tilde{\mathbf{K}}_i(\Delta)$ 。

2.4 LHOV 控制器融合

按照第 2.2 节和第 2.3 节所述方法, 可以计算得到所有局部 HSOF 控制器和插补控制器。再按照图 3 的组合方法, 可得到所有局部 H_∞ 最优控制器 $K_i(\Delta) = \hat{\mathbf{K}}_i + \tilde{\mathbf{K}}_i(\Delta)$ 。虽然所有插补控制器 $\tilde{\mathbf{K}}_i(\Delta)$ 都不含有可控可观部分, 但是它的设计使得闭环系统在各个飞行模式 $P(\mathbf{V}_i)$ 下满足鲁棒性条件式(18), 为本节 LHOV 控制器的融合提供了稳定性和鲁棒性保障。

简化描述 $K_i(\Delta)$ 为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{ki} \\ \mathbf{u}_{ki} \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ki} & \mathbf{B}_{ki} \\ \mathbf{C}_{ki} & \mathbf{D}_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ki} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (30)$$

定义 \mathbf{D}_i 为 $[\mathbf{N}_{1i} \quad \mathbf{N}_{2i}]$ 奇异值分解后的右矩阵, 即有

$$[\mathbf{N}_{1i} \quad \mathbf{N}_{2i}] = \mathbf{H}_i \sum_i \mathbf{D}_i^T \quad (31)$$

重新实现控制器 $K_i(\Delta)$ 为

$$K'_i(\Delta) : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{ki} \\ \mathbf{u}_{ki} \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_i \mathbf{A}_{ki} \mathbf{D}_i^T & \mathbf{D}_i \mathbf{B}_{ki} \\ \mathbf{C}_{ki} \mathbf{D}_i^T & \mathbf{D}_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ki} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (32)$$

则 LHOV 控制器 $K(\Delta)$ 可实现为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{u}_w \end{cases} = \sum_{i=1}^l s_i(\mathbf{V}) \begin{bmatrix} \mathbf{D}_i \mathbf{A}_{ki} \mathbf{D}_i^T & \mathbf{D}_i \mathbf{B}_{ki} \\ \mathbf{C}_{ki} \mathbf{D}_i^T & \mathbf{D}_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (33)$$

当无人直升机进入飞行模式 i 时, 有 $s_i = 1$, 控制器 $K(\Delta)$ 中不含有可控可观部分, 即有 $K(\Delta) = \hat{\mathbf{K}}_i$, 控制器弱化为局部 HSOF 控制, 满足性能指标式(6)。当 $s_i \neq 1$ 时, $K(\Delta)$ 可能是可控可观的, 而且下面的定理将证明无人直升机在式(33)所述的 LHOV 控制器 $K(\Delta)$ 的控制下, 闭环系统可实现在各个飞行模式下的鲁棒转换, 即满足性能指标式(7)。

定理 2 针对无人直升机在包络 $P(\mathbf{V})$ 内的 LPV 模型式(8), 在控制器式(33)的控制下, 闭环系统稳定且满足 $\|\mathbf{T}_z(\mathbf{V})\|_\infty < \gamma$ 。

证明 由 $\mathbf{N}_{1i}, \mathbf{N}_{2i}$ 的定义和式(30)可知

$$\mathbf{H}_i \sum_i \mathbf{H}_i^T = \mathbf{N}_{1i}^T \mathbf{N}_{1i} + \mathbf{N}_{2i}^T \mathbf{N}_{2i} = \mathbf{S}_0 - \mathbf{R}_0^{-1} \quad (34)$$

显然, 式(34)中左边是右边的奇异值分解。因此, \mathbf{H}_i , \sum_i 与 i 无关, 为常矩阵。记 $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}$, $\sum_i = \sum$, 则式(30)可重写为

$$[\mathbf{N}_{1i} \quad \mathbf{N}_{2i}] = \mathbf{H} \sum_i \mathbf{D}_i^T \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \text{定义 } \tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 & \mathbf{H} \sum \\ \sum \mathbf{H}^T & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \text{ 则有} \\ \Gamma(\tilde{\mathbf{X}}, K(\Delta), P(\mathbf{V}), \gamma) = \\ \sum_{i=1}^l s_i(\mathbf{V}) \mathbf{U}_{D_i} \Gamma(\tilde{\mathbf{X}}_i, K_i(\Delta), P_i(\mathbf{V}), \gamma) \mathbf{U}_{D_i}^T \end{aligned} \quad (36)$$

式中, $\mathbf{U}_{D_i} = \text{diag}\{\mathbf{I}_n, \mathbf{D}_i, \mathbf{I}_{n+n_z}\}$ 。

由定理 1 可知, 对 $\forall i (i=1, 2, \dots, m)$ 有

$$\Gamma(\tilde{\mathbf{X}}_i, K_i(\Delta), P(\mathbf{V}_i), \gamma) < \mathbf{0} \quad (37)$$

从而

$$\Gamma(\tilde{\mathbf{X}}, K(\Delta), P(\mathbf{V}), \gamma) < \mathbf{0} \quad (38)$$

再由有界实引理可知, 式(38)等价于闭环系统稳定且 $\|\mathbf{T}_z(\mathbf{V})\|_\infty < \gamma$ 。证毕

3 仿真分析

为验证文中控制方法的有效性, 定义如下速度轨迹:

$$\begin{cases} u_m = 2t, v_m = 0.5t, t \leq 10 \text{ s} \\ u_m = 20, v_m = 5, 10 \text{ s} < t \leq 20 \text{ s} \\ u_m = -2t + 60, v_m = 0.5t - 5, 20 \text{ s} < t \leq 30 \text{ s} \\ u_m = -2t + 60, v_m = -t + 40, 30 \text{ s} < t \leq 35 \text{ s} \\ u_m = 2t - 80, v_m = -t + 40, 35 \text{ s} < t \leq 40 \text{ s} \\ u_m = 0, v_m = 0, t > 40 \text{ s} \end{cases}$$

$w_m = 0, \psi_r = 0$ 。无人直升机相关物理参数参考文献[1]。滤波器参数取 $a=b=c=d=10$, 选取 $\mathbf{V}_1 = [-10 \text{ m/s}, 0]$, $\mathbf{V}_2 = [0, 0]$, $\mathbf{V}_3 = [10 \text{ m/s}, 0]$, $\mathbf{V}_4 = [20 \text{ m/s}, 0]$, $\mathbf{V}_5 = [-10 \text{ m/s}, 10]$, $\mathbf{V}_6 = [0, 10 \text{ m/s}]$, $\mathbf{V}_7 = [10 \text{ m/s}, 10 \text{ m/s}]$, $\mathbf{V}_8 = [20 \text{ m/s}, 10 \text{ m/s}]$ 等 8 种固定飞行模式, 并按照图 1 选取控制器调度函数 $s_i(\mathbf{V}) (i=1, 2, \dots, 8)$, 同时取控制输出权重系数为

$$\mathbf{C}_{1i} = [\mathbf{C}_{1i}^T \quad \mathbf{0}_{11 \times 4}]^T (i=1, 2, \dots, 8)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{11} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{1, 0.2, 0.5, 8, 8, 18\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{12} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{1, 1.5, 0.3, 8, 8, 8\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 4 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{13} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{1, 1.5, 0.3, 8, 8, 15\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 4 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{14} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{1, 1.5, 0.1, 8, 8, 15\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 4 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{15} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{0.5, 3, 10, 8, 8, 12\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 4 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{16} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{0.5, 0.5, 0.3, 8, 8, 8\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 4 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{17} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{1.2, 0.3, 8, 8, 13\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{18} = \begin{bmatrix} \text{diag} \{1, 2, 0, 1, 8, 8, 15\} & \mathbf{0}_{6 \times 5} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = [\mathbf{0}_{4 \times 7} \quad \text{diag} \{50, 100, 300, 10\}]^T$$

并按照第 2 节所述设计步骤设计 LHOV 控制器。仿真过程中,假设直升机沿机体坐标 x 和 y 方向分别受到如图 4 所示的阵风干扰,相关阵风建模参考文献[8]。设定平衡点近似取

$$\mathbf{x}_0 = [u_{ref}, v_{ref}, w_{ref}, \sum_{i=1}^8 s_i(\mathbf{V})\phi_i, \sum_{i=1}^8 s_i(\mathbf{V})\theta_i, \mathbf{0}_{1 \times 6}]^T, \mathbf{\delta}_0 = \sum_{i=1}^8 s_i(\mathbf{V})\mathbf{\delta}_i, \text{其中 } \phi_i, \theta_i, \mathbf{\delta}_i \text{ 分别为第 } i \text{ 种飞行模式下的配平值。}$$

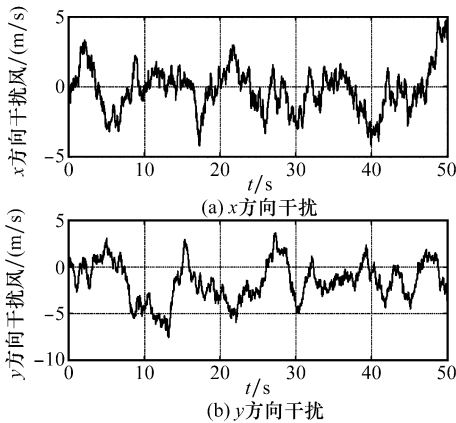


图 4 x 和 y 方向随机阵风干扰信号

无人直升机速度跟踪仿真结果如图 5~图 8。由图 5~图 6 可以看出,基于 LPV 简化模型的 LHOV 控制器,能够获得比文献[8]所提的 HSOF 控制器(仅在悬停处设计一个 HSOF 控制器)更小的跟踪误差。图 7 显示了无人直升机的姿态角响应,从偏航角跟踪效果看,采用本文所提的 LHOV 控制器明显地获得比采用 HSOF 控制器更好的跟踪效果。图 8 显示了控制输入信号,从中可以看出,本文所提 LHOV 控制器的调度函数可以实现控制器之间的连续转换。因此,从仿真结果可以看出,基于多点局部最优的 LHOV 控制器能够获得大范围的稳定性和鲁棒性,且性能优于 HSOF 控制器。

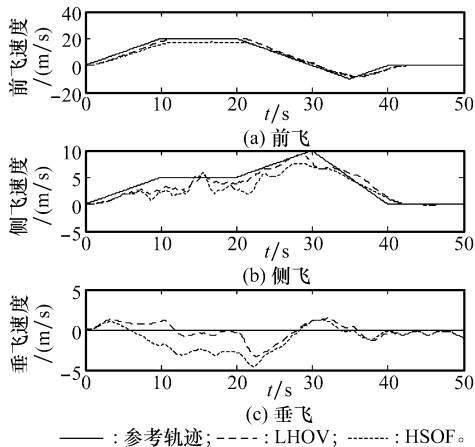


图 5 基于 LHOV 和 HSOF 控制器的速度响应

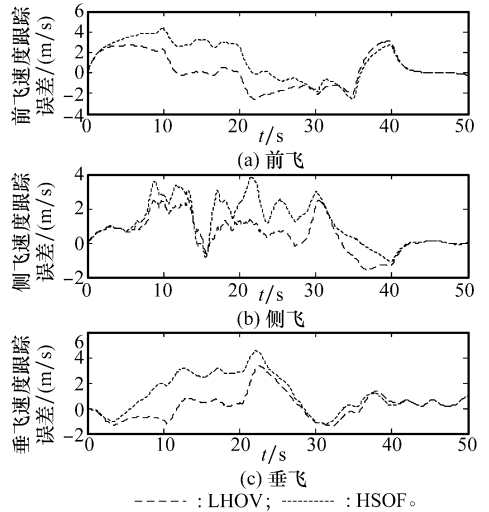


图 6 基于 LHOV 和 HSOF 控制器的速度跟踪误差

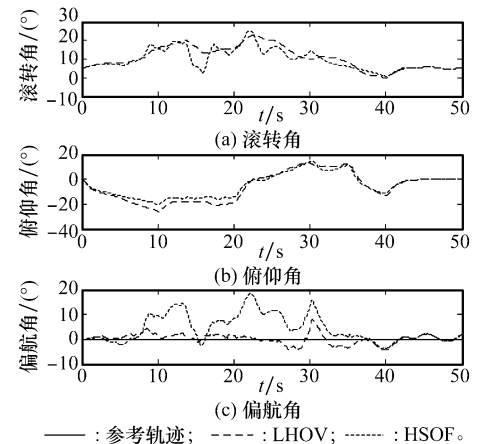


图 7 基于 LHOV 和 HSOF 控制器的姿态角响应

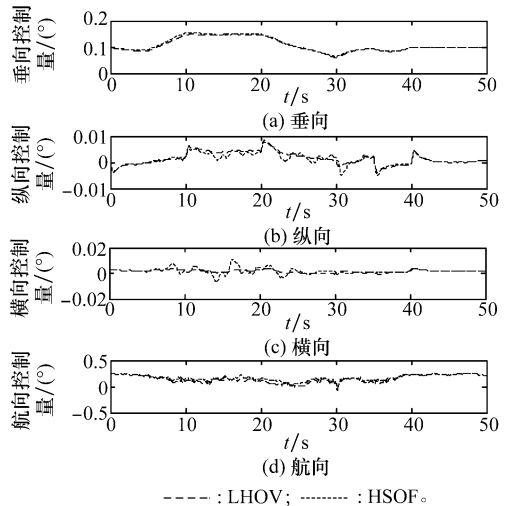


图 8 基于 LHOV 和 HSOF 控制器的控制输入信号

4 结 论

本文研究了无人直升机的大范围鲁棒控制问题,提出

了 LHOV 控制方法。该方法首先将无人直升机系统简化成含有非结构不确定项的 LPV 系统,接着采用 HSOF 和插补技术针对每一个飞行模式下的线性系统分别设计一个 HSOF 控制器和不含可控且可观部分的插补控制器,进而将所有控制器融合成一个 LHOV 控制器,既保证了无人直升机各种飞行模式下的局部 H_∞ 最优性能,又保证了模式之间转换的稳定性和鲁棒性。最后,仿真结果证实了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] Gavrillets V. Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters[D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [2] Cai G W, Chen B M, Dong X, et al. Design and implementation of a robust and nonlinear flight control system for an unmanned helicopter[J]. *Mechatronics*, 2011, 21(5): 803 - 820.
- [3] Mettler B F. *Identification modeling and characteristics of miniature rotorcraft*[M]. London: Kluwer Academic Publisher, 2003: 8 - 15.
- [4] Kim H J, David H S. A flight control system for aerial robots: algorithms and experiments[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(12): 1389 - 1400.
- [5] Gribble J J. Linear quadratic Gaussian/loop transfer recovery design for a helicopter in low speed flight[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993, 16(4): 754 - 761.
- [6] Sun X D, Clarke T. Application of hybrid μ/H_∞ control to modern helicopters[C]//*Proc. of the International Conference on Control*, 1994: 1532 - 1537.
- [7] Wang H, Mian A A, Wang D, et al. Robust multi-mode flight control design for an unmanned helicopter based on multi-loop structure[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2009, 7(5): 723 - 730.
- [8] Jyotirmay G, Frank L L, Kamesh S, et al. H -infinity static output-feedback control for rotorcraft[J]. *Journal of Robot System*, 2009, 54(4): 629 - 646.
- [9] Kadmiry B, Driankov D. A fuzzy gain-scheduler for the attitude control of an unmanned helicopter[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2004, 12(4): 502 - 515.
- [10] Voorsluijs G M, Mulder J A. Parameter-dependent robust control for a rotorcraft UAV[C]//*Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2005: 5597 - 5607.
- [11] Nicol C, Macnab C J B, Ramirez A. Robust adaptive control of a quadrotor helicopter[J]. *Mechatronics*, 2011, 21(6): 927 - 938.
- [12] Mahony R, Hamel T. Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2004, 12(12): 1035 - 1059.
- [13] Lee C T, Tsai C C. Improved nonlinear trajectory tracking using RBFNN for a robotic helicopter[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, 20(10): 1079 - 1096.
- [14] Hency B, Alleyne A. A robust controller interpolation design technique[J]. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2010, 18(1): 1 - 10.
- [15] Bianchi F D, Pena R S. Interpolation for gain-scheduled control with guarantees[J]. *Automatica*, 2011, 47(1): 239 - 243.
- [16] Hency B, Alleyne A. Robust gain-scheduled control[C]//*Proc. of the American Control Conference*, 2010: 3075 - 3081.
- [17] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.

作者简介:

贺跃帮(1983 -),男,博士研究生,主要研究方向为无人直升机的辨识与鲁棒控制。

E-mail:heyuebang@gmail.com

裴海龙(1965 -),通讯作者,男,博士研究生导师,博士,主要研究方向为机器人控制、非线性控制和人工神经网络。

E-mail:auhlpei@scut.edu.cn

周洪波(1980 -),男,讲师,博士,主要研究方向为无人直升机建模与非线性控制。

E-mail:zhouhbo@gmail.com