文章编号:1001-506X(2013)06-1148-07

网址:www.sys-ele.com

# 基于 FDTD 的时变等离子体中电磁波频域特性研究

杨利霞,于萍萍,郑召文,周 祥

(江苏大学通信工程系, 江苏 镇江 212013)

摘 要:推导了计算一维时变磁化等离子体的时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)的递推 式,分析了一维情况下的时变等离子体中电磁波的频域特性,并通过选取算例,验证了该方法的准确性。对将等 离子体频率按时间分为3个阶段的复杂情况进行了计算分析,通过改变时变磁化等离子体占空比,得出了时变磁 化等离子体对电磁波有频率漂移和频谱展宽等规律。

关键词:时域有限差分方法;时变等离子体;频率漂移;占空比 中图分类号:P 354.4 文献标志码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.06.04

## Analysis of frequency characteristics of electromagnetic wave for time-varying plasma by using FDTD method

YANG Li-xia, YU Ping-ping, ZHENG Zhao-wen, ZHOU Xiang

(Department of Communication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract**: The finite difference time domain (FDTD) formulas for one-dimensional time-varying plasma are deduced. Characteristics of electromagnetic wave in the time-varying plasma of one-dimensional cases are analyzed. The accuracy of the FDTD method is proven to be correct by the comparison of numerical results and theoretical analysis. The complex issue that the plasma frequency is divided into three time-accordantly stages is also calculated by the modified method. By the comparison of electromagnetic wave in time-varying plasma with different duty cycles, the conclusions of frequency drift and spectral broadening are obtained.

Keywords: finite difference time domain (FDTD) method; time-varying plasma; frequency drift; duty ratio

## 0 引 言

目前,国内外对于等离子体特性的研究大部分都局限 于非时变等离子体,但事实上,实际应用中的等离子体,它 的等离子体频率会随着时间和空间发生变化,比如飞行体 突防时用的等离子体涂层,它往往是时(突)变、非均匀、色 散且非线性的介质,在外加磁场时它又是电各向异性介质, 因此研究时变磁等离子体的电磁特性,在电磁隐身及反隐 身等研究领域具有重要军事意义。文献[1-3]从理论上分 析了时变等离子体,随后的实验证明了瞬变等离子体会使 电磁波发生频率漂移<sup>[4]</sup>,文献[5]推导了电磁波在瞬变填充 等离子体的谐振腔中的模式匹配理论,文献[6-8]研究了 电磁波在时变等离子体中的一些特性,文献[9-11]初步研 究了快速产生的等离子体,文献[12]研究了斜入射情况下 非均匀磁化等离子体板的反射系数,文献[13-14]研究了 等离子体的电磁波的传输特性。

时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)是处 理复杂介质电磁特性的一种行之有效的方法,文献[15]提出 了一种计算各向异性等离子体电磁散射的电流密度拉普拉 斯变换时域有限差分(current density Laplace transform finite difference time domain, CDLT-FDTD)方法。基于这种改进 的方法,推导了计算一维各向异性时变等离子体的 FDTD 迭代式,并从理论上分析了一维情况下时变等离子体中电 磁波的频率特性,验证了所用数值方法的准确性。对于理 论上较难计算的复杂问题,利用 FDTD 进行了数值仿真, 由于实际情况特别复杂,从时变等离子体的一般变化规律 入手研究,选择频率规律较为明显的模型,将磁化等离子 体随时间的变化规律划分为 3 个阶段,随空间的分布按照

收稿日期:2012-01-11;修回日期:2013-02-04;网络优先出版日期:2013-06-07。

网络优先出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20130607.1828.004.html

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61072002);高等学校博士学科点专项科研基金(20093227120018);江苏省第八批次"六大人才高峰计 划"项目资助课题

占空比不同分别计算,选取多个算例对比分析后,得出了 磁化等离子体随时间、空间的变化对电磁波频率特性的作 用规律。

## 1 时变等离子体的 FDTD 算法及递推式简介

在各向异性时变磁冷等离子体中, Maxwell 方程组和 相关的本构方程为

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \, \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \; \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{J}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{u}\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \,\boldsymbol{\omega}_p^2 \,(\boldsymbol{z}, t) \boldsymbol{E} + \boldsymbol{\omega}_b \times \boldsymbol{J} \tag{3}$$

式中,v为等离子体中电子与中性粒子的碰撞频率; $\omega_b = eB_0/m_e$ 为电子旋转频率, $B_0$ 为外部静态磁场,e和 $m_e$ 分别为电子电量和电子质量; $\omega_b^2(z,t)$ 为时变等离子体频率,计算它随时间变化的规律如图 1 所示,它的函数形式可以表示为

$$\omega_{p}^{2}(z,t) = \begin{cases} 0, \ z < \frac{d}{2} - \frac{d_{1}}{2} \\ \\ \omega_{p_{max}}^{2}f(t), \ \frac{d}{2} - \frac{d_{1}}{2} \leqslant z \leqslant \frac{d}{2} + \frac{d_{1}}{2} \end{cases} (4) \\ \\ 0, \ z > \frac{d}{2} + \frac{d_{1}}{2} \end{cases}$$

其中

$$f(t) = \begin{cases} 0, \ t < \tau' \\ 1, \ \tau' \leqslant t \leqslant \tau'' \\ e^{-\frac{bt}{T}}, \ t > \tau'' \end{cases}$$
(5)

式中,T为谐振腔谐振频率的倒数,是一固定的值;b的大小 能够表示等离子体消失的快慢,b值越大,等离子体消失的 速度越快。



图 1 随时间变化的等离子体频率

对一维问题的 E, H, J 可按如图 2 所示位置进行网格 剖分。对方程(1)和方程(2)进行差分离散,得到的 FDTD 方程如下:

$$H_{x}^{n+1/2}\left(k+\frac{1}{2}\right) = H_{x}^{n-1/2}\left(k+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_{0}\Delta z} \left[E_{y}^{n}(k+1) - E_{y}^{n}(k)\right]$$
(6)

$$H_{y}^{n+1/2}\left(k+\frac{1}{2}\right) = H_{y}^{n-1/2}\left(k+\frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\mu_{0}\Delta z} \left[E_{x}^{n}\left(k+1\right) - E_{x}^{n}\left(k\right)\right]$$
(7)

$$E_{x}^{n+1}(k) = E_{x}^{n}(k) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}\Delta z} \cdot \left[H_{y}^{n+1/2}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_{y}^{n+1/2}\left(k - \frac{1}{2}\right)\right] - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}}J_{x}^{n+1/2}(k) (8)$$

$$E_{y}^{n+1}(k) = E_{y}^{n}(k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}\Delta z} \cdot \left[H_{x}^{n+1/2}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_{x}^{n+1/2}\left(k - \frac{1}{2}\right)\right] - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}}J_{y}^{n+1/2}(k) \qquad (9)$$

$$E_{x}^{n+1/2}\left(k - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\Delta t}{\varepsilon_{0}}J_{y}^{n+1/2}(k) \qquad (9)$$

$$E_{x}^{n+1/2}J_{x} - H_{x}^{n+1/2}J_{x} - H_{x}^{n+1/2}J_{x} = -E_{x}^{n+1/2}J_{$$

#### 图 2 一维 FDTD 离散 Yee 元胞离散图

对于 J 的迭代计算,采用 CDLT-FDTD 方法。整体思路是先将频域方程做拉普拉斯变换到 s 域,再将其进行拉普拉斯逆变换到时域,然后再进行差分离散。这样做的好处是可以避免卷积运算,减小当 ω。或 v 很大时,直接离散产生的较大误差,并且在运算过程中可以利用矩阵乘积的形式,减小复杂度,更加简洁。

最后得到离散时域的 J 的 FDTD 迭代式为

$$\begin{pmatrix} J_{x} \mid_{k}^{n+\frac{1}{2}} \\ J_{y} \mid_{k}^{n+\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}(\Delta t) \begin{pmatrix} J_{x} \mid_{k}^{n-\frac{1}{2}} \\ J_{y} \mid_{k}^{n-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{\omega}_{p}^{2}(\Delta t) \boldsymbol{K}(\Delta t) \begin{pmatrix} E_{x} \mid_{k}^{n} \\ E_{y} \mid_{k}^{n} \end{pmatrix}$$

$$(10)$$

其中

$$\boldsymbol{A}(\Delta t) = e^{-\upsilon_{\Delta t}} \begin{pmatrix} \cos \omega_b \Delta t & -\sin \omega_b \Delta t \\ \sin \omega_b \Delta t & \cos \omega_b \Delta t \end{pmatrix}$$
(11)
$$\boldsymbol{K}(\Delta t) = \frac{e^{-\upsilon_{\Delta t}}}{\omega_b^2 + \upsilon^2} \bullet$$

 $v(e^{v\Delta} - \cos \omega_b \Delta t) + \omega_b \sin \omega_b \Delta t \qquad -\omega_b (e^{v\Delta} - \cos \omega_b \Delta t) + v \sin \omega_b \Delta t$  $\omega_b (e^{v\Delta t} - \cos \omega_b \Delta t) - v \sin \omega_b \Delta t \qquad v (e^{v\Delta t} - \cos \omega_b \Delta t) + \omega_b \sin \omega_b \Delta t$ (12)

## 2 理论分析与数值验证

由于在谐振腔内,电磁场可以在一系列频率下进行振 荡,因此谐振腔内的谐振频率变化情况最能反映介质对电磁 场的频域特性影响。选取一维金属谐振腔全部填充时变非 磁化等离子体为模型,分析右旋圆极化波的变化规律,然后 选取参数,利用 FDTD 方法进行数值计算,对比验证所用方 法的准确性。采用图 3 所示模型,将等离子体随时间的变化 规律划分为 3 种不同的时间段:①腔内不填充任何介质,见 图 1 中 0 至 τ'时间段;②腔内全部填充快速产生的瞬变等离 子体,见图 1 中 $\tau'$ 至 $\tau''$ 时间段;③产生的等离子体持续一段时间后,将随时间缓慢消失,见图 1 中 $\tau''$ 以后的时间段。



## 图 3 一维金属谐振腔计算模型

分别用  $E' \ E'' \Rightarrow T = 0$ 、②和③时间段内的电场,则在  $t < \tau'$ 时,即一维金属谐振腔内不填充任何介质时,右旋圆极化波的表达式如下:

$$\begin{cases} E'_{x}(z,t) = E_{0} \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \cos\left(\omega_{0} t\right) \\ E'_{y}(z,t) = E_{0} \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \cos\left(\omega_{0} t - \frac{\pi}{2}\right) \\ E'_{z}(z,t) = 0 \end{cases}$$
(13)

式中,设 $E'_x$ 的初始相位为 $0(n=1,2,3,\dots)$ 。

$$\omega_0 = \left(\frac{n\pi c}{d}\right) \tag{14}$$

根据分离变量方法,将  $E'_x$ 分解为只关于空间 z 的函数  $f'_1(z)$ 和只关于时间 t 的函数  $f'_2(t)$ 的乘积,则有

$$\begin{cases} E'_{x}(z,t) = f'_{E_{x1}}(z) f'_{E_{x2}}(t) \\ f'_{E_{x1}}(z) = E_{0} \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \\ f'_{E_{x2}}(t) = \cos\left(\omega_{0} t\right) \end{cases}$$
(15)

产生磁化等离子体后,即当 $\tau' \leq t \leq \tau''$ 时,利用分离变量法,将 $E''_x(z,t)$ 表达如下:

$$E''_{x}(z,t) = f''_{E_{x1}}(z)f''_{E_{x2}}(t) = f'_{E_{x1}}(z)f''_{E_{x2}}(t) \quad (16)$$

从 Maxwell 方程(1)、方程(2)和各向异性时变磁化等 离子体的本构方程(3)出发,可推导出时变等离子体的波动 方程如下:

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \omega_p^2(t) \boldsymbol{E} + \mu_0 \omega_b \times \boldsymbol{J} - \mu_0 u \boldsymbol{J} = \boldsymbol{0}$$
(17)

其中

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$
(18)

将  $\tau' \leq t \leq \tau''$ 时  $\omega_p(t)$ 的值代入 Maxwell 方程和式(17)

的一维形式,取参数  $n=1, z=\frac{d}{2}$ ,消去关于 z 的函数,并转换到 s 域,解方程组,最后求出  $F''_{E_{q^2}}(s)$ 为

$$F''_{E_{x2}}(s) = \frac{s^5 + e_7 s^4 + e_8 s^3 + e_9 s^2 + e_{10} s + e_{11}}{s^6 + e_1 s^5 + e_2 s^4 + e_3 s^3 + e_4 s^2 + e_5 s + e_6}$$

$$\begin{cases} e_{1} = 2a_{1} \\ e_{2} = a_{1}^{2} + 2a_{1} + b_{1}^{2} \\ e_{3} = 2a_{3} + 2a_{1}a_{2} \\ e_{4} = a_{2}^{2} + 2a_{1}a_{3} + 2b_{1}b_{2} \\ e_{5} = 2a_{2}a_{3} \\ e_{6} = a_{3}^{2} + b_{2}^{2} \\ e_{7} = a_{1} + c_{1} \\ e_{8} = a_{2} + a_{1}c_{1} + c_{2} - b_{1}d_{1} \\ e_{9} = a_{3} + a_{2}c_{1} + a_{1}c_{2} - b_{1}d_{2} \\ e_{10} = a_{3}c_{1} + a_{2}c_{2} - b_{2}d_{1} \\ e_{11} = a_{3}c_{2} - b_{2}d_{2} \end{cases}$$

$$(20)$$

$$\begin{bmatrix} d_1 = \omega_0 - \omega_b, d_2 = v\omega_0 \\ 0 = v\omega_0 \end{bmatrix}$$

$$F''_{E_{x^2}}(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_{up}^2}$$
(22)

其中

$$\omega_{up}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\rho_{max}}^{2}$$
(23)  
对式(22)进行拉氏逆变换后可得

$$f''_{E_x}(t) = \cos(\omega_{up}t)$$
(24)  
由式(15)、式(16)和式(24)可得

$$E''_{x}(z,t) = f''_{E_{x1}}(z)f''_{E_{x2}}(t) = E_{0}\sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right)\cos\left(\omega_{up}t\right)$$
(25)

同样,也可以得出电场其他分量的解为

$$E''_{y}(z,t) = E_0 \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \cdot \frac{\omega_0}{\omega_{up}} \sin\left(\omega_{up}t\right) \qquad (26)$$

由此可见,在第②种状态下,即当谐振腔中瞬间加入非 磁化等离子体时,虽然信号振幅未发生变化,但谐振频率点 却产生了移动。这主要是由于谐振腔中突然产生了等离子 体介质,这一介质使得谐振腔中电磁波的频率发生了漂移, 形成了与入射波频率不同的电磁波波。

继续分析第③种状态下的情况,令 $\frac{b}{T} = \beta$ ,非磁化等离 子体有 $\omega_b = 0$ ,当 $t > \tau''$ 时,将式(4)、式(24)和式(26)代入等 离子体波动方程,变换到s域,有

$$\begin{cases} F'''_{E_{x^{2}}}(s) [s^{2} + \omega_{0}^{2}] + F'''_{E_{x^{2}}}(s + \beta) \omega_{\rho_{max}}^{2} = s \\ F'''_{E_{y^{2}}}(s) [s^{2} + \omega_{0}^{2}] + F'''_{E_{y^{2}}}(s + \beta) \omega_{\rho_{max}}^{2} = \omega_{up} \cdot \frac{\omega_{0}}{\omega_{up}} = \omega_{0} \end{cases}$$
(27)

考虑两种特殊情况:

(1) 当 $\beta$ 值很大时,则指数衰减得很快,即等离子体快速消失,此时有

$$\int f'''_{E_{x^2}}(t) \approx \cos(\omega_0 t)$$

$$\int f'''_{E_{y^2}}(t) \approx \sin(\omega_0 t)$$
(28)

其中

第6期

(2) 当β值极小时,此时β→0,有

$$\begin{cases} f'''_{E_{x^2}}(t) \approx \cos(\omega_{up}t) \\ \\ f'''_{E_{y^2}}(t) \approx \frac{\omega_0}{\omega_{up}} \sin(\omega_{up}t) \end{cases}$$
(29)

当β取其他值时,从理论上求出具体的解比较复杂,需 要借助于数值计算方法来解决。

选用参数  $\omega_0 = 2\pi \times 10 \text{ GHz}, E_0 = 1 \text{ V/m}, \omega_{\rho_{\text{max}}} = 2\pi \times 17.32 \text{ GHz}, n = 1, \omega_b = 0 \text{ GHz}, z = d/2 . 根据式(23)得②状态下谐振腔的谐振频率为$ 

$$f_{up} = \frac{\omega_{up}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{p\_max}^2}}{2\pi} = 20 \text{ GHz}$$

FDTD 仿真结果如图 4 所示,依次计算了谐振腔中 3 种不同时间段内的电场,然后将其傅里叶变换到频域, 得到 3 种不同状态下的频谱图。图中实线表示即谐振 腔中不填充任何介质时的谐振频率,虚线表示等离子体 快速产生后并持续一段时间,即②状态下的频谱图,圆 圈表示等离子持续一段时间后缓慢消失的过程中,即③ 状态下的频谱图。





图 4 加入时变非磁化等离子体不同时刻谐振腔内电磁波的频谱图

从图 4 中可以分析出如下结论,当谐振腔内瞬速填充 非磁化等离子体后,由于等离子体这种特殊的色散介质,谐 振腔的谐振频率向高频移动,移动后的谐振频率为  $\omega_{up} = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{p_{max}}^2}$ (见图中虚线所示),这一仿真结果与理论结论 方程(23)相符,从而验证了本文提出的改进的 FDTD 算法 的正确性。

下面再来分析在瞬变等离子体稳定的持续一段时间 后,按照不同的速度缓慢消失,即③状态下的一维谐振腔 中电磁波的频域特性。由图 4(a)可见,当等离子体快速消 失时,即 b=0.1时,谐振频率会恢复到原来的固有频率  $\omega_0$ ,等离子体消失的速度由快到慢,谐振频率也从原来的  $\omega_0$ 向 $\omega_{up}$ 处移动,由图 4(c)和图 4(d)可见,当  $b \leq 0.001$ 时,谐振频率近似地等于 $\omega_{up}$ 。在图 4(b)中,即b=0.01时,谐振频率不再是一个谐振点,而是一条振幅较小的谐 振带。这是由于在时间轴上看,不同的变化速度决定了不 同的等离子体频率的分布状态,所以在不同的分布状态情 况下,填充有时变等离子体的一维谐振腔中电磁波的频谱 不同。

## 3 填充时变磁化等离子体谐振腔的数值分析

#### 3.1 全部填充时变磁化等离子体情形

利用 FDTD 方法计算谐振腔内全部填充时变磁化等离 子体的情形,依次计算了一维谐振腔中心一点处的右旋圆极 化波在不同时间段内的电场  $E_x$ ,然后将各时间段内的时域  $E_x$  傅里叶变换到频域。选用参数为:  $E_0 = 1$  V/m,  $\omega_{p_{max}} = 2\pi \times 17.32$  GHz, $\omega_0 = 2\pi \times 10$  GHz, $\omega_b = 2\pi \times 10$  GHz,v = 0。 FDTD 仿真结果如图 5 所示,图中实线表示谐振腔中不填 充任何介质时的谐振频率,虚线表示等离子体快速产生后 并持续一段时间状态下的频谱图,圆圈表示等离子体持续 一段时间后缓慢消失过程中的频谱图。

计算结果表明,当谐振腔内快速产生磁化等离子体后, 谐振腔内产生了新的谐振频率(见图 5 中虚线所示)。由 图 5(a)到图 5(d)即磁化等离子体由快到慢消失的顺序可 见,谐振频率由①状态下的值向②状态靠拢,当 b=0.01 时 (见图 5(b)中的圆圈部分),谐振频率是3条振幅较小的谐振带,谐振点的频谱得到了展宽。由于磁等离子体这种特殊的色散介质,它的密度、外加磁场等的时变会体现在等离子体频率、外加磁场频率随时间的变化,当电磁波在填充时变磁等离子体的谐振腔中反复振荡时,通过式(3),变换到频域,可以很明显地表现出时变磁等离子体对电磁波频域的作用。



#### 图 5 加入时变磁化等离子体不同时刻谐振腔内电磁波的频谱图

#### 3.2 部分填充非时变磁化等离子体

为了便于比较和分析,先利用 FDTD 方法计算了一维 金属谐振腔部分填充非时变磁化等离子体的情形,模型如 图 6 所示,其中 d<sub>1</sub> 表示时变等离子体的厚度。



图 6 谐振腔中部分填充等离子体计算模型

FDTD 仿真结果见图 7,谐振腔的固有谐振频率为  $\omega_0 = 2\pi \times 10$  GHz,所用等离子体参数为  $\omega_{\rho_{max}} = 2\pi \times 17.32$  GHz, v=0 GHz, $\omega_h = 2\pi \times 10$  GHz。



图 7 谐振腔内填充非时变磁化等离子体情况下的频域电磁波

由图 7 可见,当谐振腔部分填充稳态磁化等离子体后, 谐振腔内产生了一些新的谐振频率点,并且非时变磁化等 离子体的占空比越大,新的谐振点越多,谐振点越向两边 漂移。

#### 3.3 部分填充时变磁化等离子体

等离子体频率随时间的变化过程如图 1 所示,函数表达式见式(4)和式(5)。采用图 6 所示模型,分别计算了不同占空比、消失速度情况下谐振腔中 3 种不同时间段内右旋圆极化波  $E_x$  的频频谱图,分析了它们对谐振频率的影响。所用到的参数为  $\omega_0 = 2\pi \times 10$  GHz, $\omega_b = 10$  GHz, $\omega_{p_{max}} = 2\pi \times 17.32$  GHz,v=0 GHz。FDTD 仿真结果如图 8 和图 9 所示,图中实线为腔内不填充任何介质时的谐振频率,即①状态下的仿

真结果,虚线表示等离子体快速产生后并持续一段时间,即②时间段内的频谱图,圆圈表示等离子持续一段时间后缓慢消失的过程中,即③状态下的频谱图。图 8(a)和图 8(b)表示磁化等离子体快速产生后,由快到慢消失的过程。



图 8 时变磁化等离子体的占空比为 1/3 时对电磁波的影响



图 9 时变磁化等离子体的占空比为 1/2 时对电磁波的影响

通过图 8 和图 9 可以分析得出以下结论:当谐振腔部分 填充快速产生的磁化等离子体后,谐振腔内会产生多个新 的谐振频率点(见图中圆圈所示);谐振频率点会随着等离 子体消失的快慢而移动(见图中圆圈所示),等离子体消失 的越快,③状态下的电磁波就越接近于①状态下的电磁波, 在 b=0.01 时,③状态下的谐振腔内产生了若干条谐振带, 频谱展宽,如图 8(b)和图 9(b)中虚线所示;还可以通过设 置等离子体频率随时间变化的函数关系来改变不同时刻内 谐振腔内的谐振频率,例如,在①、②、③3种状态时,谐振 腔内的谐振频率点并不相同;另外,通过图 8 与图 9 的对比 可以发现,在时变等离子体各参数相同的情况下,时变等离 子体的占空比越大,谐振腔新的谐振频率越向两边漂移。 与非时变情况下的结果对比,可以发现时变磁等离子体还 可以对电磁波的频谱展宽,这是非时变等离子体所达不到 的。由于等离子体频率、外加磁场频率随时间的变化,再变 换到频域,可以很明显地看出时变、空变磁等离子体对电磁 波的频率作用。

## 4 结 论

由于在谐振腔内,电磁场可以在一系列频率下进行振荡,因此谐振腔内的谐振频率变化情况最能反映介质对电磁场的频域特性影响。利用处理各向异性时变介质的改进的FDTD方法计算了一维谐振腔中空变、时变的磁化等离子体对电磁波频域特性的影响。对一些简单问题进行了理论推导,进而对比验证了所用数值计算方法的准确性。对复杂问题的算例进行对比分析,得出如下结论:

(1)当谐振腔内全部填充快速产生的磁化等离子体后,谐振腔内产生了新的谐振频率,当磁化等离子体由慢到快消失时,谐振频率由新的频率值向固有频率值靠拢,当 b=0.01时,谐振频率是3条振幅较小的谐振带。

(2)谐振腔内部分填充等离子体后也会产生一些新的 谐振频率,并且时变等离子体产生的谐振点比非时变等离 子体的更为集中。

(3)当谐振腔中部分填充时变等离子体后,谐振点在各时间段内也各不相同,当 b=0.01时,谐振频率不再是谐振点,而是若干条谐振带。因此,可以通过控制等离子体频率在不同时间、空间内的值来控制谐振腔的谐振频率和展宽频谱,这些频率变化规律在高频电子工程领域有着巨大意义。

## 参考文献:

- [1] Felsen L, Whitman G. Wave propagation in time-varying media[J].
   *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1970, 18 (2): 242 253.
- [2] Fante R L. Transmission of electromagnetic waves into time-varying media[J]. IEEE Trans. on Antennas and Propagation,

1971,19(3): 417-424.

- [3] Jiang C L. Wave propagation and dipole radiation in a suddenly created plasma[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1975, 23(1): 83 - 90.
- [4] Joshi C J, Clayton C E, Marsh K, et al. Demonstration of the frequency upshifting of microwave radiation by rapid plasma creation
   [J]. IEEE Trans. on Plasma Science, 1990, 18(5): 814 818.
- [5] Mendonca J T, Oliveira e Silva L. Mode coupling theory of flash ionization in a cavity [J]. IEEE Trans. on Plasma Science, 1996, 24(1): 147-151.
- [6] Joo H L, Dikshitulu K K, Gary C N. FDTD simulation of electromagnetic wave transformation in a dynamic magnetized plasma[J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2000, 21(8): 1223 - 1253.
- [7] Monzurul M E, Dikshitulu K K. Plasma induced wiggler magnetic field in a cavity[J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2003, 124(8): 1215-1234.
- [8] Dikshitulu K K, Robert K L. Frequency and polarization transformer (10 GHz to 1 000 GHz): interaction of a Whistler wave with a collapsing plasma in a cavity[J]. *IEEE Trans. on Plasma Science*, 2012, 40(11):3070-3078.
- [9] Liu S B, Mo J J, Yuan N C. Research on target stealth by using time-varying switched plasma [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2002,17(5):524-533.(刘少斌,莫锦军,袁乃昌.快速 产生的时变等离子体对目标隐身的研究[J].电波科学学报, 2002,17(5):524-533.)
- [10] Liu S B, Yuan N C, Mo J J. A novel FDTD formulation for dispersive media[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2003, 13(5): 187 - 189.
- [11] Zhang H F, Ma L, Liu S B. The forbidden band gap of timevarying magnetized plasma photonic crystals[J]. Chinese Journal of Luminescence, 2009, 30(2):142-146.(章海锋,马力, 刘少斌.时变磁化等离子体光子晶体的禁带特性[J].发光学 报,2009, 30(2):142-146.)

- [12] Mo J J, Yuan N C. Analytical solution of reflection coefficient for microwaves oblique incidence on a non-uniform magnetized plasma slab[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2008, 13(6):1930-1933.
- [13] Yang L X, Xie Y T, Wang Y J, et al. Novel finite-difference time-domain analysis of electromagnetic wavetransmission characteristics of magnetized plasma[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009,21(11):1710 1714. (杨利霞,谢应涛, 王祎君,等. 一种适于1维磁等离子体电磁波传输特性的 FDTD 分析[J]. 强激光与粒子束,2009,21(11):1710 1714.)
- [14] Yang L X, Yu P P, Ma H, et al. Frequency drifts characteristics for electromagnetic wave in suddenly creation plasma[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2012, 27 (1): 18 23. (杨利霞,于萍萍,马辉,等. 瞬变等离子体中电磁波频率漂移特性研究[J]. 电波科学学报,2012,27(1):18 23.)
- [15] Yang L X, Wang Y J, Wang G. A 3D FDTD implementation of electromagnetic scattering by magnetized plasma medium based on Laplace transfer Principle [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2711 2715. (杨利霞,王祎君,王刚. 基于拉氏变换原理的三维磁化等离子体电磁散射 FDTD 分析[J]. 电子学报,2009,37(12): 2711 2715.)

## 作者简介:

杨利霞(1975-),男,副教授,博士,主要研究方向为电磁散射、电磁 场数值计算。

E-mail:lixiayang@yeah.net

**于萍萍**(1986-),女,硕士,主要研究方向为电磁散射、电磁场数值 计算。

E-mail:15252901099@139.com

**郑召文**(1978-),男,讲师,博士,主要研究方向为计算电磁学和电磁 兼容。

E-mail:zzwen@ujs.edu.cn

**周** 祥(1978-),男,讲师,硕士,主要研究方向为计算电磁学和电磁 兼容。

E-mail:zxgoat@ujs.edu.cn