

· 非地震 ·

二维大地电磁数据的聚焦反演算法探讨

刘小军* 王家林 陈冰 于鹏

(同济大学海洋地质国家重点实验室)

刘小军,王家林,陈冰,于鹏. 二维大地电磁数据的聚焦反演算法探讨. 石油地球物理勘探, 2007, 42(3): 338~342

摘要 文中简要分析了当前地球物理反演中几种常用的模型目标函数,并根据聚焦反演成像方法的基本理论,在大地电磁反演目标函数中引入了一个新的稳定泛函,以代替传统最小构造或最大平滑准则下的模型目标函数。通过对自适应正则化共轭梯度法解最优化问题过程的研究,以及对几个典型模型的试算,并将其结果与传统反演算法结果进行对比分析,表明了本文方法的正确性和较高的计算精度。最后对雷—琼拗陷一条实测的测线的MT资料进行聚焦反演成像处理,并与同一测线的地震资料进行对比表明,聚焦反演结果具有很高的准确性。

关键词 大地电磁 目标函数 稳定泛函 聚焦反演成像 共轭梯度法

1 引言

大地电磁数据反演是整个数据处理的核心部分,将直接影响后期地质构造解释的效果。传统的反演方法大多是建立在正则化理论上,其基本思想是在反演目标函数中加入一个约束泛函来减小解的奇异性。现在常用的约束稳定泛函有模型参数的范数、最大平滑稳定泛函和最小模型泛函等。其中比较著名的有 Constable^[1]开发的 OCCAM 法,它是在极小可能构造下寻找符合数据的光滑模型。在解目标函数的方法上,国内外很多学者从提高反演速度、求优化问题的方法等方面提出了很多改进方法,如 Smith 等^[2]的快速松弛法(RRI),其基本思想是假设电阻率主要以垂向变化为主,这样大大加快了求取灵敏矩阵的速度;Rodi 等^[3]提出了非线性共轭梯度法,抛弃了线性反演的框架,不需要直接求取灵敏度矩阵;国内王小牧等^[4]提出大地电磁与地震资料仿真退火约束联合反演,此方法不用求目标函数的偏导数以及解大型矩阵方程组,避免了线性化反演方法结果依赖于初始模型的选取;严良俊等^[5]将二次函数全局非线性优化理论引入到大地电磁测深资料的一维反演,防止了解陷入局部极小的问题;陈小斌等^[6]提出了自适应正则化反演算法,实现了最平缓模型约束下的大地电磁一维反演,在实

际资料处理中取得了较好的效果。上述方法在选取模型目标函数时都是基于最小构造或最大平滑准则,这种思路在迭代次数、收敛性等方面仍存在一定不足,主要在于对地下电性出现突变情况下,所得到的地电断面图不能很准确地分辨出地质体的分界面,给后期的地质解释带来了一定的困难。

聚焦反演成像^[7]是 Portniaguine 等提出的一种对不同地质体界面进行成像的方法,它的基本思想是将最小支撑泛函的稳定器与惩罚泛函相结合,引入一个新的稳定泛函来描述模型参数变化较大和不连续的区域,这样在反演中模型目标泛函会集中到最小的面积,从而显示出物性差别较大的界面。这一新方法已在非地震资料处理中得到了较好的应用,在重力反演中对局部密度异常反应较灵敏^[8],用于三维井间电磁模型试算精度较高^[9]。本文根据聚焦反演的特性,将其应用到 MT 数据反演的目标函数中,实现了 MT 聚焦反演成像,通过理论模型试算、对比分析及实测资料反演对比,证明了本算法的可行性及可靠性。

2 基本原理

2.1 反演目标函数的建立

地球物理反演的目的是寻找一个合理的地球物理模型使其响应与实际观测结果相吻合。但由于地

* 上海市四平路 1239 号同济大学海洋学院 520 室, 200092

本文于 2006 年 6 月 20 日收到,修改稿于同年 12 月 23 日收到。

基金项目:中科院知识创新工程项目“环渤海(湾)地区前新生代海相油气资源研究”资助,子课题编号(KZCX1-SW-18-01)。

球物理反演问题固有的非惟一性,采用直接拟合数据目标函数的方式通常是不稳定的,而且不能得到真实的物性分布特征,给资料解释带来困难,因此引入吉洪诺夫等提出的正则化目标函数

$$P^\alpha(m) = \phi(m) + \alpha s(m) \quad (1)$$

其中: $\phi(m)$ 为拟合差方程, $\phi(m) = \|A(m) - d\|_D^2$,是数据空间目标函数; α 为正则化因子,为一个正小数; d 为实测数据; $s(m)$ 为稳定器,是模型空间目标函数,常用的稳定器为最小模型约束和最平缓模型约束泛函。

最小模型约束是求模型本身的二范数最小,即

$$s_{L_2}(m) = \|m\|^2 = (m, m) = \int_V m^2 dV = \min$$

上式表明在解空间内所有可能的解中,模型本身的最小二乘解为最优。

最平缓模型泛函采用模型参数的梯度 ∇m 的最小范数,即

$$s_{\max sm}(m) = \|\nabla m\|^2 = (\nabla m, \nabla m) = \min$$

通过上式可使模型粗糙度最小化。对二维构造可同时考虑垂向和横向光滑问题。

以上两个常用的约束泛函数都是基于模型光滑的考虑,当模型性质出现突变时反演结果也是渐变的,梯度很小,这样得到的图像不利于地质解释。根据聚焦反演的原理^[7],引入最小梯度支撑泛函作为模型目标函数,即

$$s_{\beta MS}(m) = (\omega_\beta(m)(m - m_{\text{ref}}), \omega_\beta(m)(m - m_{\text{ref}})) \\ = \|m - m_{\text{ref}}\|_{\omega_\beta}^2 \quad (2)$$

其中: (\dots, \dots) 表示内积; $\omega_\beta(m) = \frac{1}{[(m - m_{\text{ref}})^2 + \beta^2]^{1/2}}$, m_{ref} 为参考模型, β 为一正的小数。根据最小梯度支撑泛函的性质,在反演过程中,模型会尽可能集中到最小的面积,这样可以反映出物性差异较大的界面。

大地电磁测深数据与模型之间的关系是一种复杂的非线性关系,其数学关系可表示为

$$d = A(m)$$

其中: A 为大地电磁正演算子; $m = m(r)$ 为描述地电模型电阻率 $\rho(r)$ 的标量函数,本文算法中定义 m 为电导率 σ ;大地电磁资料反演中的测量数据向量 d 为视电阻率 ρ 及阻抗相位 ϕ 函数,表示为

$$d = \{\rho(x_1, \omega_1) \phi(x_1, \omega_1) \rho(x_1, \omega_2) \phi(x_1, \omega_2) \dots \\ \rho(x_n, \omega_m) \phi(x_n, \omega_m)\}$$

式中: x_i 为测点坐标; ω_i 为角速度。

数据离散化后,将式(2)代入式(1),可得反演目标函数

$$P^\alpha(\hat{m}) = (\hat{W}_d \hat{A}(\hat{m}) - \hat{W}_d \hat{d})^T (\hat{W}_d \hat{A}(\hat{m}) - \hat{W}_d \hat{d}) + \\ + \alpha (\hat{m} - \hat{m}_{\text{ref}})^T \hat{\omega}_\beta^2 \hat{W}_m^2 (\hat{m} - \hat{m}_{\text{ref}}) \quad (3)$$

其中: \hat{m}_{ref} 为先验模型; α 为正则化因子; \hat{W}_m 、 \hat{W}_d 为模型权重系数,为计算简便, \hat{W}_d 取为单位矩阵 I 。通过求解式(3)极小的最优化问题,即可得到拟合结果。

2.2 求目标函数极小的正则化共轭梯度法

对式(3),本文选用共轭梯度法^[3,10,11]解最优化问题,迭代过程如下。

(1)在共轭梯度方向连续线性搜索

$$\hat{m}_{n+1} = \hat{m}_n + \delta \hat{m} = \hat{m}_n - k_n \bar{l}(\hat{m}_n)$$

其中: $k_n = [\bar{l}(\hat{m}_n^o)^T \cdot \hat{l}(\hat{m}_n^o)] / [\bar{l}(\hat{m}_n^o)^T \cdot (\hat{A}_o^T \hat{A}_o + \alpha I) \cdot \hat{l}(\hat{m}_n^o)]$; $\bar{l}(\hat{m}_n)$ 为共轭梯度向量。

(2)第 1 次迭代($n = 0$)的梯度向量为

$$\bar{l}(\hat{m}_0^o) = \hat{l}(\hat{m}_0^o) \\ = \hat{W}_{m_0}^{-1} \hat{F}^T [\hat{A}(\hat{W}_{m_0}^{-1} \hat{m}_0^o) - \hat{d}] + \alpha (\hat{m}_0^o - \hat{m}_{\text{ref}}^o)]$$

其中: $\hat{W}_{m_0} = \hat{\omega}_\beta \hat{W}_m$; F 为灵敏度矩阵。

(3)第 $n+1$ 次($n \geq 1$)迭代共轭梯度向量为这一步的梯度向量与前一次迭代的共轭梯度向量的线性组合

$$\bar{l}(\hat{m}_{n+1}^o) = \hat{l}(\hat{m}_{n+1}^o) + \beta_{n+1} \bar{l}(\hat{m}_n^o)$$

其中: $\hat{l}(\hat{m}_n^o) = \hat{W}_{m_n}^{-1} \hat{F}^T [\hat{A}(\hat{W}_{m_n}^{-1} \hat{m}_n^o) - \hat{d}] + \alpha (\hat{m}_n^o - \hat{m}_{\text{ref}}^o)]$;系数 $\beta_{n+1} = \frac{\|\hat{l}(\hat{m}_{n+1}^o)\|^2}{\|\hat{l}(\hat{m}_n^o)\|^2}$,它保证了两次梯度向量为共轭。

正演和求取观测数据关于模型参数的偏导数是迭代中最重要也是最耗时间的部分。为提高正演计算精度,本文采用基于二次场的有限元法计算地表响应函数。将大地电磁场分为两部分,一部分为源在均匀背景中产生的电磁场(E_p 或 H_p);另一部分是将地下异常体看作散射源,由此产生的二次场(E_p 或 H_p)。由麦克斯韦方程组导出二次场的偏微分方程,采用有限元法^[12]求解二次场值,再与解析法求出的一次场求和后计算视电阻率与阻抗相位。

求取灵敏度矩阵 F 的思路:根据电磁法中的互易定理^[13],即源和接收点可以互换,这样在测点放一点源做一次正演计算,对每个单元进行积分就可

以得到该测点平行走向的场对所有单元电导率的偏导数。辅助场对单元电导率的偏导数的基本原理与主场相似。这种方法将正演次数由模型变量个数减少到测点个数,大大提高了计算速度。

由于正则化因子 α 为数据目标函数与先验模型函数之间的加权系数,其大小决定了反演的拟合对象。因此解正则化问题的关键点是正则化因子的选取方法,常用的方法是通过试算来确定,但会增加计算量。本文在编写代码时引入动态的自适应正则化因子^[6,9],其基本原理是在初次迭代中设 α_0 为初始数据目标函数与模型目标函数的比值,在随后的迭代中如果数据目标函数增大或收敛过慢则按一定比例减小 α ,这样保证了迭代过程中目标函数能稳定收敛。

3 算例分析

为验证本文反演算法的效果,利用所编程序做了大量的理论模型试算,并将其应用到实际资料处理中,与其他反演方法计算结果及地震时间剖面进行了对比分析。限于篇幅,下面仅列举了其中几个例子。

3.1 模型试算

3.1.1 模型 I

模型 I 为均匀半空间中存在两异常体(图 1 中虚线框),电阻率均为 $5\Omega \cdot m$,尺寸为 $2km \times 1km$,顶面埋深均为 $500m$,半空间背景电阻率为 $50\Omega \cdot m$;测点数为 30 个,采用 14 个频率点($0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1, 3, 5, 10, 15, 30, 50, 100, 300, 1000Hz$),在观

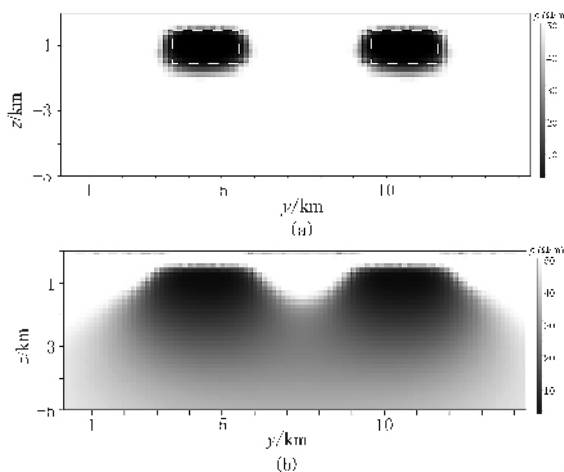


图 1 模型 I 的 TE 极化模式两种方法反演电阻率断面图
(a)聚焦反演;(b)传统方法反演

测数据中加入了 3% 的高斯噪声,有限元正演网格为 55×40 ;反演参考模型电阻率取零,初始模型电阻率取 $50\Omega \cdot m$ 均匀半空间。图 1 为模型 I 的 TE 极化模式下两种不同反演方法的计算结果,迭代次数均为 20 次。从断面图 1a 中可以看出两个异常区域的准确位置及范围,除异常体边界处存在很小范围的低阻值外,其他区域电阻率基本都接近 $50\Omega \cdot m$,表明聚焦反演结果对异常体界面区分的效果很好,与传统反演方法的计算结果(图 1b)相比图像异常区域更集中。

图 2 为模型 I 的 TE 极化模式两种方法反演迭代时归一化目标函数值随迭代次数的变化情况。从图中可以看出,两种方法迭代的目标函数值都呈单调下降,但聚焦反演收敛速度明显比传统反演方法要快,迭代 20 次后聚焦反演的目标函数值为 0.0081,传统方法为 0.076。分析其原因,推测主要是在反演电性差异较大模型时,平缓模型目标函数相比最小支撑泛函较难找到合适的拟合观测数据。

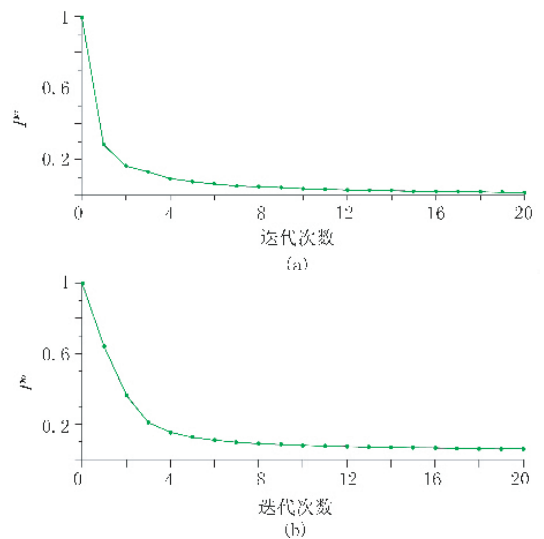


图 2 两种方法反演的归一化目标函数随迭代次数变化曲线图
(a)聚焦反演;(b)传统方法反演

3.1.2 模型 II

模型 II 为一组合模型(图 3a),基底为一高阻隆起,电阻率为 $500\Omega \cdot m$;浅层有三个异常体,电阻率分别为 $1\Omega \cdot m, 1\Omega \cdot m, 10\Omega \cdot m$;围岩电阻率为 $100\Omega \cdot m$;观测数据为 40 个测点、14 个频点的视电阻率与阻抗相位,都加入了 3% 的随机噪声。采用矩形单元再剖分为四个三角形单元的有限元网格,参考模型取为零,将 Bostick 反演结果作为初始模

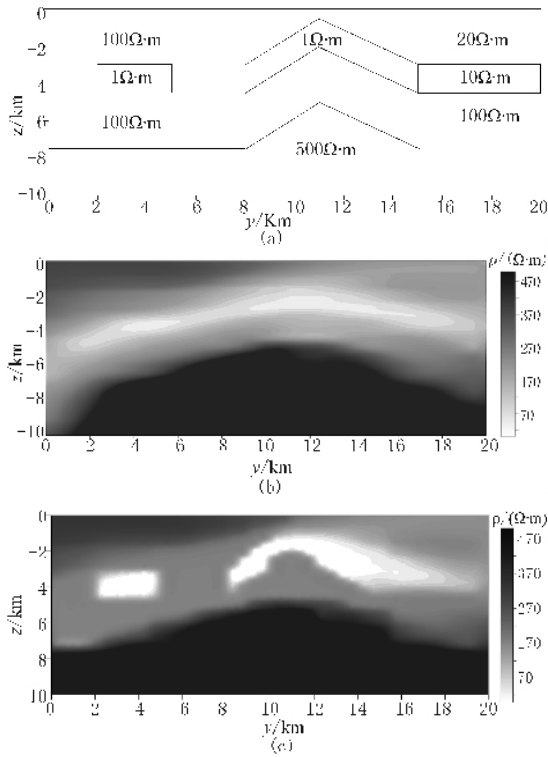


图 3 组合模型及两种方法 TE、TM 联合反演结果
(a) 模型 II 示意图; (b) 传统方法反演剖面; (c) 聚焦反演剖面

型,反演中联合采用 TE、TM 两种极化模式资料并限定了电阻率变化范围为 $(0.5\Omega \cdot m, 600\Omega \cdot m)$ 。图 3b 为常规反演方法结果,从中可以看出常规反演剖面只能反映电性分界面的大致形态,对浅部低阻体的勾画及电性分界面反映很模糊。而聚焦反演结果(图 3c)比较准确地显示出了地质体轮廓,即使对低阻异常体也有明显反映,高阻隆起界面反映更加清晰,说明聚焦反演方法比常规反演方法更适合于确定电性界面。

3.2 实测资料处理效果及分析

实际资料为位于广东省雷州半岛南部的雷—琼拗陷区内的一条 MT 测线数据,该测线恰好与一条地震测线重合。测线长 60km,共有 61 个测点,反演中采用 30 个频点,范围为 $0.018\sim 320\text{Hz}$ 。选取 TE 极化模式下的资料进行反演,反演参考模型取为零,反演初始模型的电阻率为 $100\Omega \cdot m$ 。经过 15 次迭代,目标函数 P^a 的归一化值达到 0.0239,可以看出实测资料与反演模型视电阻率吻合得较好。

图 4a 为聚焦反演的电阻率剖面图,从图中可以看出,高、低阻界面起伏形态较明显,几个大的电

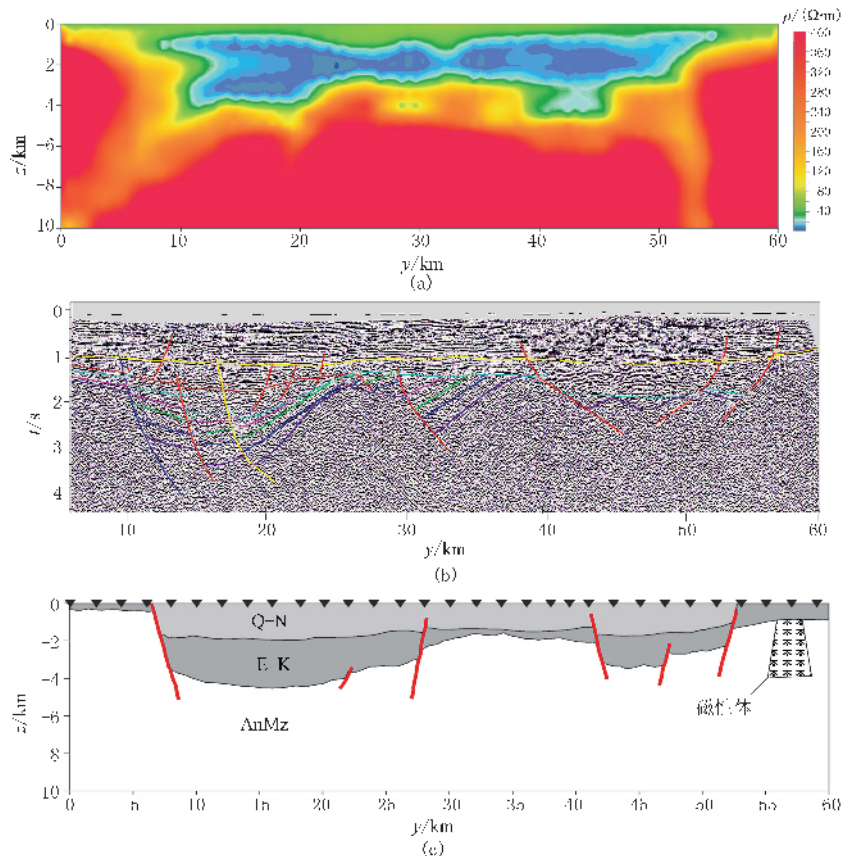


图 4 雷—琼拗陷区 A 测线聚焦反演结果、地震时间剖面及综合解释结果比较
(a) TE 模式下聚焦反演剖面; (b) 地震时间剖面; (c) 综合解释剖面

阻率界面很清晰。该区电性结构总体为A型,浅部(0~3km)为相对低阻层,电阻率约为 $20\Omega \cdot m$;底部(3~10km)为高阻层,电阻率大多在 $300\Omega \cdot m$ 以上。图4b为地震时间剖面图,从图中可以看出反演的电阻率剖面构造特征与之对应很好,特别是浅部电阻率界面与地震解释界面基本一致,其厚度约3000m,正好为晚第三纪海相地层和早第三纪陆相地层界面。将图4a与图4c进行对比可以看到,其中几个主要的断层及新生代基底在聚焦反演剖面中有清晰反映,断层方向也与综合解释结果基本一致。

4 结束语

聚焦反演成像是近几年来备受关注的一种反演方法,它通过在反演目标函数中引入一个新型的稳定泛函,得到更聚焦的图像,较好分辨出了地下物性的分界面,已广泛应用到各种地球物理方法中。将聚焦反演方法应用到大地电磁数据反演中,较好地解决了地下介质电性突变时常规反演效果不理想的问题,能够更清晰地反映出地质体的电性界面,更准确确定异常体大小和位置。通过对理论模型合成数据进行试算,与传统的模型反演结果相比,聚焦反演收敛速度更快,能稳定地收敛到真实模型附近,并且分辨率较高,对电性界面特征反演效果更好。表明二维大地电磁聚焦反演成像方法的正确性。雷一琼拗陷一条实测测线MT资料处理对比分析,也证实了此方法的实用性。

参考文献

[1] deGroot-Hedlin C and Constable S. Occam's inversion

to generate smooth, two dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 1990, 55(12): 1613~1624

- [2] Smith J T and Booker J R. Rapid inversion of two- and three-dimensional magnetotelluric data. *J Geophys Res*, 1991, 96: 3905~3922
- [3] William Rodi, Randall L Mackie. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics*, 2001, 66(1): 174~187
- [4] 王小牧,于鹏,吴健生等.大地电磁与地震资料仿真退火约束联合反演.地球物理学报,2002,45(5):723~734
- [5] 严良俊,胡文宝.大地电磁测深资料的二次函数逼近非线性反演.地球物理学报,2004,47(5):935~940
- [6] 陈小斌,赵国泽等.大地电磁自适应正则化反演算法.地球物理学报,2005,48(4):937~945
- [7] Portniaguine O and Zhdanov M S. Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, 1999, 64(3): 874~887
- [8] Zhdanov M S, Ellis R et al. Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor data. *Geophysics*, 2004, 69(4): 925~937
- [9] Salah A M. *Multidimensional finite difference electromagnetic modeling and inversion based on the balance method*[Ph D thesis]. The University of Utah, 2003
- [10] 吴小平,徐果明.利用共轭梯度法的电阻率三维反演研究.地球物理学报,2000,43(3):420~427
- [11] Zhang J, Mackie R L and Madden T R. Three-dimensional resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients. *Geophysics*, 1995, 60(5): 1313~1325
- [12] 徐世浙.地球物理中的有限单元法,北京:科学出版社,1994
- [13] de Lugao P P and Wannamaker P E. Calculating the two dimensional magnetotelluric Jacobian in finite elements using reciprocity. *Geophysical Journal International*, 1996, 127: 806~810

(本文编辑:冯杏芝)

欢迎订阅

2007年《石油地球物理勘探》