

# Radon 变换去噪方法的保幅性理论分析

薛 昭<sup>①</sup> 董良国\*<sup>①</sup> 单联瑜<sup>②</sup>

(<sup>①</sup>同济大学海洋地质国家重点实验室,上海 200092; <sup>②</sup>胜利油田分公司物探研究院,山东东营 257022)

薛昭,董良国,单联瑜. Radon 变换去噪方法的保幅性理论分析. 石油地球物理勘探, 2012, 47(6): 858~867

**摘要** 本文在对比常规抛物线 Radon 变换、最小二乘抛物线 Radon 变换和高分辨率抛物线 Radon 变换的保幅性的基础上,重点分析了影响高分辨率抛物线 Radon 变换去噪方法保幅性的各种因素,认为对于最小二乘 Radon 变换和高分辨率 Radon 变换而言,信号在变换域中的分辨率都依赖于信号模型的“标准同相轴”假设,地震数据处理中各种实际因素导致信号同相轴偏离该假设,进而导致分辨率降低,影响 Radon 变换去噪方法的保幅能力。文中给出了波场分解类去噪方法的保幅性理论分析思路以及评价标准,然后以 Radon 变换去除多次波为例,具体分析了 Radon 变换的各种实现方式对信号的操作过程,并进行了保幅性理论评价。理论分析以及数值试验结果表明:常规 Radon 变换不满足保幅性处理的要求;最小二乘 Radon 变换算子满足保幅性要求,但变换域中信号分辨率仍然有待提高;逼近“标准同相轴”假设条件时,高分辨率 Radon 变换去噪方法在一定精度范围内可以认为是保幅的。

**关键词** Radon 变换 波场分解类去噪方法 信号模型 多次波 “标准同相轴”假设 保幅性理论分析

**中图分类号**:P631 **文献标识码**:A

## 1 引言

如今地震数据去噪方法繁多,但针对去噪方法的保幅性的理论研究还缺乏系统性,去噪处理常带有不同程度的盲目性,不能预测到可能的振幅损伤,有时甚至不顾地震信号的先天不足(偏离算法的信号模型假设前提),贸然实施去噪方法,最终导致因去噪而破坏地震数据的保幅性,从而影响储层和油气预测结果的可靠性。对于各种地震去噪技术,保幅处理要求其尽量做到“不损伤有效波,而尽可能压制噪声”。为了认识去噪方法的保幅性,需要细致地分析去噪方法对有效信号和噪声的改造过程,以便清楚地了解哪些因素会影响信号的振幅信息。例如,去噪方法的理论算法、参数选择、信噪分离程度等都会直接影响最终资料的振幅特性,对这些问题都有必要展开具体的分析和讨论。

国内在保幅处理方面做了许多有益的尝试<sup>[1~6]</sup>,但对一些常规处理方法的保幅性在理论上还缺少系统性分析。在国际上,Thorson 等<sup>[7]</sup>提出

了的时间域通过稀疏反演实现高分辨率 Radon 变换的方法。但时间域方法存在计算量过大的问题,因此 Hampson<sup>[8]</sup>提出了在频率域利用最小二乘法计算抛物线 Radon 变换,进而消除多次波的方法。为了进一步克服有限孔径导致的分辨率问题,Sacchi 等<sup>[9]</sup>在频率域中通过使用柯西范数概率密度函数的贝叶斯法则得到了稀疏化 Radon 变换,并被广泛运用于工业界。Cary<sup>[10]</sup>指出,时间域算法具有同时增强时间方向和 Radon 参数方向的稀疏化程度等优越性。Foster 等<sup>[11]</sup>、Zhou 等<sup>[12]</sup>从反褶积的角度,在理论上分析了有限孔径等因素对 Radon 变换分辨率的影响,这为分析 Radon 变换去噪方法的保幅性问题提供了一个方向。Kabir 等<sup>[13]</sup>基于数值试验分析了利用抛物线 Radon 变换压制多次波时存在的一些振幅失真现象。Nowak 等<sup>[14]</sup>检验了利用加权最小二乘抛物线 Radon 变换压制多次波的振幅保持优势,并统计、分析了预白化因子对振幅的影响。

综上所述,前人大多数只是简单地从数值试验的角度出发,讨论了利用抛物线 Radon 变换压制多

\* 上海市杨浦区四平路同济大学海洋楼 407 甲,200092。Email:dlg@tongji.edu.cn

本文于 2011 年 11 月 17 日收到,最终修改稿于 2012 年 9 月 20 日收到。

次波时存在的振幅失真问题,但对该技术(特别是高分辨率 Radon 变换)的保幅性问题在理论上仍缺乏系统的分析。为此,本文通过对比、分析常规抛物线 Radon 变换、最小二乘抛物线 Radon 变换和高分辨率抛物线 Radon 变换的保幅性,重点分析了影响高分辨率抛物线 Radon 变换去噪方法保幅性的各种因素。由于 Radon 变换是一种典型的波场分解类去噪方法,在实际地震数据处理中也被大量使用,因此文中以 Radon 变换去噪(特别是压制多次波)为例,提出了波场分解类去噪方法的理论分析思路及评价标准,并具体分析了抛物线 Radon 变换的各种实现方式对信号的操作过程,从而在理论上进行了保幅性分析。最后,通过理论合成数据对保幅性理论分析结果进行了验证,进而得出一些有意义的认识。

## 2 去噪方法保幅性分析思路

### 2.1 保真的含义及评价方法

消除了采集、几何扩散、噪声和人工处理痕迹等非地质因素引起的地震波振幅变化的影响后,剩余的振幅信息可以被称为真振幅。在地震数据处理中要完全消除非地质影响因素是很困难的,绝对保真是做不到的,实际处理中也没有必要追求绝对的保真。我们更关心的是数据的相对保真,即处理就是要对信号进行改造,但这种改造的原则是:改造后的地震数据能够反映客观信息的纵、横向相对变化关系。只有这种纵横向的相对变化才能提供地下介质性质的有关信息。

对处理方法的保幅性评价,通常可以从道间振幅或平面振幅的变化等方面进行分析<sup>[4]</sup>。在不同处理阶段的保幅性评价的角度和标准一般不同。利用 Radon 变换压制噪声是地震数据处理过程中的一个处理环节,文中采用道间振幅信息质量监控的方式对其进行保幅性评价。

### 2.2 去噪算法的保幅性理论分析思路

设地震信号  $d$  由有效信号  $d_e$ 、相干噪声  $d_c$  和随机噪声  $d_r$  构成,即

$$d = d_e + d_c + d_r$$

定义变换算子  $L$  ( $L$  一般为线性算子),满足关系

$$m = Ld$$

即  $L$  将数据  $d$  映射到变换域。在变换域内,有效信号和噪声具有不同的表现特征,因此可以识别出噪

声,进而分离、去除噪声,这是大多数地震资料去噪方法的基本原理。可以将这类去噪处理更具体地表达为如下过程:

(1)首先将数据  $d$  映射到变换域  $m = Ld$ ,进一步可表示为

$$m = L(d_e + d_n) = m_e + m_n$$

其中  $d_n = d_c + d_r$  为相干噪声  $d_c$  和随机噪声  $d_r$  构成的噪声信号。

(2)在变换域中,识别并切除  $m_n$ ,切除操作表示为

$$\Delta m = \Delta m_e + \Delta m_n$$

$\Delta$  (假设是线性的)为切除算子。切除操作后的谱变为

$$m' = m - \Delta m$$

(3)将切除操作后的谱  $m'$  反投影到原来的数据空间,得到切除噪声后的数据,反投影算子表示为  $\hat{L}$ ,反投影结果为  $\hat{d} = \hat{L}m'$ 。根据上述去噪模型,得到的最终去噪结果为

$$\begin{aligned} \hat{d} &= \hat{L}(m - \Delta m) \\ &= \hat{L}m_e - \hat{L}(\Delta m_e) + \hat{L}m_n - \hat{L}(\Delta m_n) \\ &= \hat{L}Ld_e - \hat{L}(\Delta m_e) + \hat{L}Ld_n - \hat{L}(\Delta m_n) \end{aligned}$$

如今波场分解类去噪方法中多数方法(如频域滤波、FK 滤波、Radon 域滤波、小波分解去噪等)都是将数据变换到其他域,在变换域中进行信噪识别和分离。若采用波场分解类去噪方法,从上述去噪模型可看出,要想把噪声完全去除而不损伤有效信号,即要求  $\hat{d} = d_e$ ,需要同时具备以下三个条件:①  $\Delta m_e = 0$ ,即在变换域中没有损伤有效信号;②  $\Delta m_n = m_n$ ,即在变换域中将噪声完全切除;③  $\hat{L}L = I$  ( $I$  为单位矩阵),即正、反变换为正交变换,或者算子可逆。前两个条件主要是指有效信号与噪声在变换域中能否被完全识别与分离的问题,即变换域内信噪分离程度,主要表现为经过正变换后每一部分信号在变换域中的分辨率的高低。第三个条件指的是变换算子本身的保幅性问题,即在变换域内即使有效信号与噪声完全分离,去噪前、后的有效信号的保幅程度还取决于变换的可逆性(是否满足  $\hat{L}L = I$ )。这里特别强调,变换本身的保幅性问题与去噪方法的保幅性问题应该是两个不同的概念,前者单指第三个条件,后者还涉及前两个条件。因此,对于某种去噪处理方法,去噪效果和保幅性取决于:①变换域中信号的分辨率要足够高;②变换算子本身要保幅(即

算子具有可逆性)。此外,每种去噪方法都有其应用局限性,应用时往往假定所处理的信号满足某些条件。当达到最佳条件时,去噪处理效果也达到相对最佳,将此时的信号称为该去噪方法对应的标准信号模型。一些导致信号偏离标准信号模型的实际因素通常也是影响去噪方法保幅性的因素,去噪方法对标准信号模型的保幅能力是衡量去噪方法保幅性能的重要指标,该指标是确定去噪效果的标志。文中对 Radon 变换压制多次波方法的保幅性理论分析主要涉及分辨率及变换算子本身的保幅性这两个方面。

### 3 Radon 变换及其实现方式

Radon 正变换表示为

$$m(q, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d[x, t = \tau + \phi(q, x)] dx \quad (1)$$

式中:  $d(x, t)$  为输入变量;  $m(q, \tau)$  为输出变量。

Radon 反变换表示为

$$d(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} m[q, \tau = t - \phi(q, x)] dq \quad (2)$$

式中  $\phi(q, x)$  为积分路径,当  $\phi(q, x) = qx^2$  时,对应的 Radon 变换称为抛物线 Radon 变换(PRT)。此法是由 Hampson<sup>[8]</sup> 在倾斜叠加的基础上进行推广提出的。在有限离散处理后,式(1)、式(2)既可以在时间域实现,也可以在频率域实现,下文主要针对频率域实现的 Radon 变换进行讨论。

#### 3.1 常规 Radon 变换

在有限离散处理后,对某一固定频率,式(1)、式(2)可表示成以下复矩阵形式

$$\begin{cases} \mathbf{m} = \mathbf{L}^H \mathbf{d} \\ \mathbf{d} = \mathbf{L} \mathbf{m} \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= [m(q_1, \omega), m(q_2, \omega), \dots, m(q_n, \omega)]^T \\ \mathbf{d} &= [d(x_1, \omega), d(x_2, \omega), \dots, d(x_m, \omega)]^T \\ \mathbf{L} &= \begin{bmatrix} e^{j\omega\phi(q_1, x_1)} & e^{j\omega\phi(q_1, x_2)} & \dots & e^{j\omega\phi(q_1, x_m)} \\ e^{j\omega\phi(q_2, x_1)} & e^{j\omega\phi(q_2, x_2)} & \dots & e^{j\omega\phi(q_2, x_m)} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ e^{j\omega\phi(q_n, x_1)} & e^{j\omega\phi(q_n, x_2)} & \dots & e^{j\omega\phi(q_n, x_m)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\mathbf{L}^H$  为 Radon 变换正算子。式(3)构成了一个共轭变换对,这种正、反变换以共轭变换对的形式存在的情况在地球物理正、反问题中经常出现<sup>[15,16]</sup>。

#### 3.2 Radon 变换基于的反演框架

正变换经过有限离散采样后会产生分辨率问题,而对反变换的简单、草率地定义(离散式中反变换算子定义为正算子的共轭转置)以及  $x$  方向与  $q$  方向采样点数不同导致的算子  $\mathbf{L}(\mathbf{L}^H)$  的不适定性均会导致正、反变换的不协调,进而引起 Radon 变换去噪前、后振幅失真问题。由前文可知,分辨率及变换算子本身的保幅性是去噪方法保幅性分析的关键所在,这也是我们将抛物线 Radon 变换压制多次波作为去噪方法保幅性理论分析例子的重要原因之一。为了解决正、反变换定义的不协调问题,可以先定义一个变换,再从矩阵反演的角度来平衡。

首先定义反变换为

$$\mathbf{d} = \mathbf{L} \mathbf{m} \quad (4)$$

基于 Tikhonov 正则化思想,对一般的线性反问题,参数泛函可以写成如下形式

$$\begin{aligned} J &= \|\mathbf{W}_d(\mathbf{L} \mathbf{m} - \mathbf{d})\|^2 + \lambda \|\mathbf{W}_m \mathbf{m}\|^2 \\ &= (\mathbf{W}_d \mathbf{L} \mathbf{m} - \mathbf{W}_d \mathbf{d})^H (\mathbf{W}_d \mathbf{L} \mathbf{m} - \mathbf{W}_d \mathbf{d}) + \\ &\quad \lambda (\mathbf{W}_m \mathbf{m})^H (\mathbf{W}_m \mathbf{m}) \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{W}_d, \mathbf{W}_m$  分别为数据和模型的协方差矩阵;  $\lambda$  为正则化因子。求目标泛函的最小值,有

$$(\lambda \mathbf{W}_m^H \mathbf{W}_m + \mathbf{L}^H \mathbf{W}_d^H \mathbf{W}_d \mathbf{L}) \mathbf{m} = \mathbf{L}^H \mathbf{W}_d^H \mathbf{W}_d \mathbf{d} \quad (6)$$

#### 3.3 基于最小二乘反演的 Radon 变换(LRT)

选择  $\mathbf{W}_d = \mathbf{I}, \mathbf{W}_m = \mathbf{I}$ , 有

$$(\lambda_m \mathbf{I} + \mathbf{L}^H \mathbf{L}) \mathbf{m} = \mathbf{L}^H \mathbf{d} = \hat{\mathbf{m}} \quad (7)$$

其中  $\hat{\mathbf{m}}$  为常规定义的 Radon 正变换,得到的最小二乘解为

$$\mathbf{m} = (\lambda_m \mathbf{I} + \mathbf{L}^H \mathbf{L})^{-1} \hat{\mathbf{m}} \quad (8)$$

对于 LRT,式(8)的形式是获得高分辨率模型所需要的反褶积方程。而对于 PRT,  $\mathbf{R} = (\lambda_m \mathbf{I} + \mathbf{L}^H \mathbf{L})^{-1}$  在一定程度上起到了沿  $q$  方向对  $\hat{\mathbf{m}}$  作反褶积处理的作用( $\mathbf{m} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{d}$ , 式(15))。

#### 3.4 基于稀疏反演的高分辨率 Radon 变换(HRT)

反演稀疏化准则有很多,一般采取的思路是对数据用  $L_2$  范数约束,而对模型用  $L_1$  范数约束。Sacchi 等<sup>[9,17]</sup> 考虑使用 Gauss-Cauchy 模型,将目标函数(式(6))换为

$$J = \frac{1}{\sigma_n^2} \|\mathbf{L} \mathbf{m} - \mathbf{d}\|^2 + \alpha \sum_{i=1}^M \log \left( 1 + \frac{|m_i|^2}{\beta} \right) \quad (9)$$

其中:  $\sigma_n$  为数据方差;  $\alpha, \beta$  为相应分布参数。求目标泛函对模型的最小值可得

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= [\mathbf{L}^H \mathbf{L} + \mathbf{Q}(\mathbf{m})]^{-1} \mathbf{L}^H \mathbf{d} \\ &= [\mathbf{L}^H \mathbf{L} + \mathbf{Q}(\mathbf{m})]^{-1} \hat{\mathbf{m}} \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$Q_{ij} = \frac{\sigma_n^2 \alpha}{|m_i|^2 + \beta^2} \delta_{ij}$$

对比式(8)与式(10)可知,两者的不同之处在于式(10)中的阻尼项与当前所求模型有关。对式(10)采用迭代再加权最小二乘方法(IRLS)+共轭梯度法(CG)求目标泛函对模型的最小值,可以得到更高分辨率的 Radon 谱,其递推公式为

$$(\mathbf{m})_k = \{\mathbf{L}^H \mathbf{L} + \mathbf{Q}[(\mathbf{m})_{k-1}]\}^{-1} \hat{\mathbf{m}} \quad (11)$$

相比 LRT 法,(IRLS+CG)法取得了更好的反褶积处理效果。

## 4 Radon 变换保幅性理论分析

前文提出了使用 Radon 变换可能存在的分辨率和算子的保幅性问题,下文将具体讨论抛物线

Radon 变换对应的标准信号模型以及影响高分辨率抛物线 Radon 变换压制多次波方法保幅性的因素,此分析过程对其他类型的 Radon 变换也具借鉴意义。

### 4.1 Radon 变换的分辨率问题

Radon 域信号的分辨率表现为 Radon 变换对信号的聚焦程度,理想情况下我们希望 Radon 变换将同相轴聚焦、还原为原来的孤立子波。图 1 为抛物线 Radon 变换与不同分辨率 Radon 谱,由图中可见:对高分辨率 Radon 谱(图 1a)经式(3)获得的反射波和多次波数据(图 1b),经过抛物线 Radon 正变换再变回到 Radon 域,得到的是分辨率很低的 Radon 谱(图 1c),并不能将反射波和多次波有效聚焦,出现原高分辨率 Radon 谱(图 1a)中没有的假象,从而导致变换域内反射波信号与多次波信号无法有效分离,进而对去噪结果的保幅性产生影响。Kabir 等<sup>[13]</sup>通过数值试验说明上述假象是由远、近炮检距处的截断效应产生的。

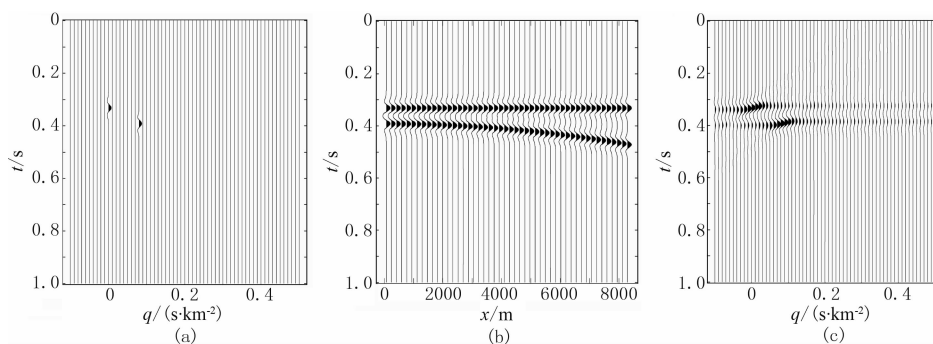


图 1 抛物线 Radon 变换与不同分辨率 Radon 谱

(a) 高分辨率 Radon 谱(两个孤立的子波谱分别对应反射波(上)和多次波(下)); (b) 对图 a 数据进行抛物线 Radon 反变换得到的地震记录; (c) 对图 b 数据进行抛物线 Radon 变换获得的低分辨率 Radon 谱

### 4.2 Radon 变换低分辨率的原因分析

Radon 反变换公式(式(2))中要求模型参数  $q$  的积分范围为无限孔径。实际地下有效反射波的数目总是有限的,数据空间内的所有反射波和多次波是由模型空间(变换域)内分布在有限的孔径( $q_{\min}$ ,  $q_{\max}$ )及稀疏分布的模型参数所生成,即真实模型是稀疏的、高分辨率的。假设  $\mathbf{m}(q, \omega)$  代表真实的高分辨率模型(图 1a),  $\mathbf{d}(x, \omega)$  是由  $\mathbf{m}(q, \omega)$  生成的数据(图 1b, 该过程由式(2)定义)。由于真实模型的稀疏性,在  $q$  采样充足的情况下,由图 1a 生成图 1b 的过程可由式(2)表征,但需要注意的是图 1b 中的  $x$  是有限的,不能反映  $\mathbf{d}(x, \omega)$  的全部;  $\hat{\mathbf{m}}(q, \omega)$  是由  $\mathbf{d}(x, \omega)$  生成的数据,该过程代表常规抛物线 Radon

正变换,可由图 1b 生成图 1c 的过程完全反映。类似 Zhou 等<sup>[12]</sup>的推导,可以建立真实模型  $\mathbf{m}(q, \omega)$  和低分辨率模型  $\hat{\mathbf{m}}(q, \omega)$  之间的关系

$$\hat{\mathbf{m}}(q, \omega) = \mathbf{m}(q, \omega) * f(q, \omega) \quad (12)$$

式中

$$f(q, \omega) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} e^{j\omega x^2} dx \quad (13)$$

其中  $*$  表示关于  $q$  的褶积。

实际抛物线 Radon 正变换的处理结果是真实高分辨率模型沿  $q$  参数方向上滤波之后的结果。若想恢复高分辨率模型,需要在  $q$  方向上做反褶积处理。滤波器  $f(q, \omega)$  与孔径( $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ )有直接的关系。由式(13)可以清楚地看出,孔径越大,滤波器

$f(q, \omega)$ 越趋向于冲激函数  $c\delta(q)$  ( $c$  为常数), 估计的模型也越接近高分辨率模型。因此炮检距域内的观测孔径的有限性是导致抛物线 Radon 变换低分辨率的根本原因。考虑离散数值计算以及截断褶积<sup>[15]</sup>, 由式(12)得

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}\mathbf{m} \quad (14)$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{m} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{L}\mathbf{d} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{F}$  为滤波器  $f(q, \omega)$  的截断褶积“频率域”算子。

最小二乘和稀疏反演都可以被认为是在一定程度上起到了反褶积作用, 因此可以提高 Radon 域内信号的分辨率。

### 4.3 Radon 变换算子的保幅性理论分析

讨论抛物线 Radon 变换的保幅性, 必须要讨论变换算子的可逆程度。对信号  $\mathbf{d}(\omega)$  作抛物线 Radon 正、反变换后, 信号变为

$$\hat{\mathbf{d}}(\omega) = \mathbf{L}^H \mathbf{L} \mathbf{d}(\omega)$$

若

$$\mathbf{R} = \mathbf{L}^H \mathbf{L}$$

为单位矩阵, 则抛物线 Radon 正、反变换后的信号  $\hat{\mathbf{d}}(\omega)$  与正、反变换前的信号  $\mathbf{d}(\omega)$  完全一致, 此时抛物线 Radon 变换算子是可逆的, 也是绝对保幅的。若

$$R_{ij} = c\delta_{ij}$$

则抛物线 Radon 变换算子是相对保幅的,  $R_{ij}$  为  $\mathbf{R}$  中的元素。

考察矩阵  $\mathbf{R}$  的性质, 其元素为

$$R_{ij} = c \sum_{k=1}^m L_{ik}^H L_{kj} = c \sum_{k=1}^m e^{-i\omega q(x_i^2 - x_j^2)} \quad (16)$$

其中  $c$  为对角归一化因子。由上式可推得

$$R_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ \frac{1}{m} \frac{\sin\left[\frac{\omega m \Delta q \Delta x^2 (j^2 - i^2)}{2}\right]}{\sin\left[\frac{\omega \Delta q \Delta x^2 (j^2 - i^2)}{2}\right]} e^{i\omega(m+1)\frac{\Delta q \Delta x^2}{2}(j^2 - i^2)} & i \neq j \end{cases} \quad (17)$$

从式(16)、式(17)可以看出,  $\mathbf{R}$  并不是单位矩阵, 非对角线元素也不为零, 各元素的振幅值受多个参数的影响, 包括道距、 $q$  的采样间隔、频率等。因此抛物线 Radon 变换算子是不可逆的, 即抛物线 Radon 变换不是绝对保幅的, 其相对保幅性(Radon 变换算子的可逆程度)可以通过数值试验来检验。

基于反演的最小二乘 Radon 变换和高分辨率 Radon 变换, 以原数据和模拟(Radon 反变换)数据的匹配程度作为目标函数的一部分, 因此我们有理由期望, 获得的模型应该使模拟数据十分接近原数据, 即变换算子具有较高的保幅性(或可逆程度)。

### 4.4 影响高分辨率抛物线 Radon 变换的因素

当前, 高分辨率 Radon 变换在工业界中使用广泛, 但对高分辨率 Radon 变换的保幅性仍然缺乏清晰的认识。下面具体讨论影响高分辨率抛物线 Radon 变换保幅性的因素。

由图 1 可以发现: 对 Radon 域(图 1a)的一个孤立子波做抛物线 Radon 反变换生成的是一个抛物线型同相轴(图 1b), 该同相轴上每道子波相同, 将这样的同相轴称为标准抛物线型同相轴。各种 Radon 变换实现方式的反变换定义是相同的, 即  $\mathbf{d} = \mathbf{L}\mathbf{m}$ 。

高分辨率 Radon 变换的反演公式通过调节稀疏化参数, 可以调节变换域中波形收敛情况。实际同相轴通常为非标准同相轴, 具有某些我们需要的波形变化信息, 如果高分辨率 Radon 变换将该同相轴映射为孤立子波, 接着进行 Radon 反变换显然会改变这些信息, 即变换算子不保幅了, 这是我们不希望看到的。如果正变换不能将同相轴映射为孤立子波, 则又要考虑 Radon 域中信号的分辨率问题。为了避免高分辨率 Radon 变换人为改变波形信息, 假定高分辨率 Radon 正变换只将数据空间的标准同相轴映射为 Radon 域孤立子波, 这是最理想的稀疏化参数选择结果。该假定是理解高分辨率抛物线 Radon 变换保幅性的关键。

我们作出两个定义: 若 Radon 变换未能将数据空间内标准同相轴映射为孤立子波, 则该过程称为欠稀疏化; 若 Radon 变换将数据空间内非标准同相轴映射为孤立子波, 则该过程称为过稀疏化。欠稀疏化和过稀疏化都会干扰保幅处理, 如欠稀疏化导致同相轴无法在 Radon 域完全聚焦(图 1c), 引起 Radon 谱分辨率降低; 而过稀疏化会直接改变同相轴的振幅信息。因此作为最理想的情况, 可以将标准同相轴定义为 Radon 变换压制多次波方法对应的标准信号模型。由于实际地震资料处理的对象一般为未进行抛物线 Radon 变换的非标准抛物线型同相轴, 非标准抛物线型同相轴存在聚焦问题, 因此有必要讨论影响高分辨率抛物线 Radon 变换

的因素及对保幅性的影响,可能存在的影响因素有:①动校拉伸导致的子波变形,特别是对浅层低速反射波和多次波而言;②AVO 效应导致的子波随炮检距的变化,包括振幅和相位影响;③地震道缺失;④地下介质的复杂性导致的反射波和多次波旅行时的时距曲线不再是标准双曲线。这些因素导致标准抛物线型同相轴假设得不到满足,即使采用高分辨率抛物线 Radon 变换,这类非标准同相轴也无法在 Radon 域完全聚焦,会产生模糊效应,从而影响反射波和多次波的分离,进而影响去噪结果的保幅性。上述因素的存在是现有高分辨率抛物线 Radon 变换固有的缺陷(下文将做进一步的讨论),如果要克服该缺陷,需要重新定义反变换和目标泛函,探索对非标准抛物线型同相轴完全保幅的抛物线 Radon 变换。

此外,有关稀疏化参数选择对 Radon 变换稀疏化程度的影响问题,本文不做深入的理论分析,只给出 Trad 等<sup>[17]</sup>的理论认识:若考虑到计算代价,在 Radon 变换的稀疏化反演过程中的参数选择较困难,特别是频率域实现方式,而稀疏化参数又在很大程度上决定了反演结果的分辨率和算子的保幅性;在稀疏反演过程中可以用迭代再加权最小二乘法(IRLS)+共轭梯度法(CG)以及有效的迭代停止准则来降低稀疏参数选取的重要性。

## 5 数值试验

下面从算子本身的保幅性(可逆程度)、分辨率以及影响保幅性的实际因素三个方面验证、分析(抛物线)Radon 变换的保幅性。

### 5.1 Radon 变换算法的保幅性模型试验

试验目的为:测试信号在 Radon 域的分辨率(聚焦能力);测试变换算子的保幅性。

图 2 为由不同方法求取的 Radon 谱及相应的 Radon 逆变换数据,由图中可见:①理想 Radon 谱(图 2a 上)的逆变换数据(图 2a 下)的同相轴满足标准抛物线型同相轴的假设;②高分辨率抛物线 Radon 变换谱(图 2b 上)的分辨率接近于理想 Radon 谱(图 2a 上),不存在水平和倾斜假象;③常规抛物线 Radon 算子谱(图 2d 上)的分辨率最低,并有十分明显的水平和倾斜假象,特别是水平假象十分严重;④在最小二乘抛物线 Radon 变换谱中(图 2c

上),假象在一定程度上得到收敛,但仍然较明显。由高分辨率抛物线 Radon 逆变换数据(图 2b 下)、最小二乘抛物线 Radon 逆变换数据(图 2c 下)、常规抛物线 Radon 逆变换数据(图 2d 下)可直观地分析、观察不同 Radon 变换算子的保幅性,若数据振幅保持能力越强,则说明相应算子的可逆程度越高。

图 3 为拾取的图 2a 下~图 2d 下数据中第一个反射同相轴的最大绝对振幅值随炮检距的变化图,从图中可以清楚地看出:①高分辨率抛物线 Radon 变换(HRT)处理后第一个水平同相轴的振幅在最近和最远炮检距处有少许损失(不超过 5%),其他部分损失可以忽略,因此 HRT 算子具有很好的绝对保幅能力;②最小二乘抛物线 Radon 变换(LS-RT)处理后的数据在大部分炮检距范围内,做不到绝对保幅(随炮检距增大,振幅具有不同程度的衰减,其中在最远炮检距处振幅值出现畸变,衰减很大),因此对由 LS-RT 去除多次波后的数据进行 AVO 分析时,要注意远炮检距处振幅信息的不可靠性;③常规 Radon 变换算子没有保幅能力。图 3 表明,LS-RT 与 HRT 算子相比,前者的数据保幅能力明显较差(理论上 LS-RT 对数据的匹配要求应该更高),这可能是由最小二乘反演选取的阻尼因子  $\lambda$  所引起的,即阻尼因子越大,振幅衰减越严重,但阻尼因子太小也会导致算法的不稳定。

对第一个水平同相轴的各道振幅相对第一道振幅做归一化,得到数据剖面上第一个水平同相轴峰值振幅随炮检距的相对变化曲线(图 4),由图 4 可见:经 HRT 处理后的数据是保幅的,而由 LS-RT 处理后的数据除了远炮检距处有一些能量损失外,振幅基本上能够做到相对保持;常规 Radon 变换处理后的数据连相对保幅也做不到。图 5 为数据剖面上第二个弯曲同相轴峰值振幅随炮检距的相对变化曲线,由图中可以得出与第一个水平同相轴的振幅分析同样的结论。

### 5.2 影响高分辨率抛物线 Radon 变换去噪保幅能力的因素试验

本试验的目的是分析一些实际存在的地质因素和处理因素对 Radon 变换的影响。由于高分辨率抛物线 Radon 变换具有很高的保幅性,为了确定高分辨率抛物线 Radon 变换在压制剩余时差很小时的多次波的能力,制作了图 6a 所示的理论数据,其中存在一个一次反射波同相轴及一个剩余时差很小

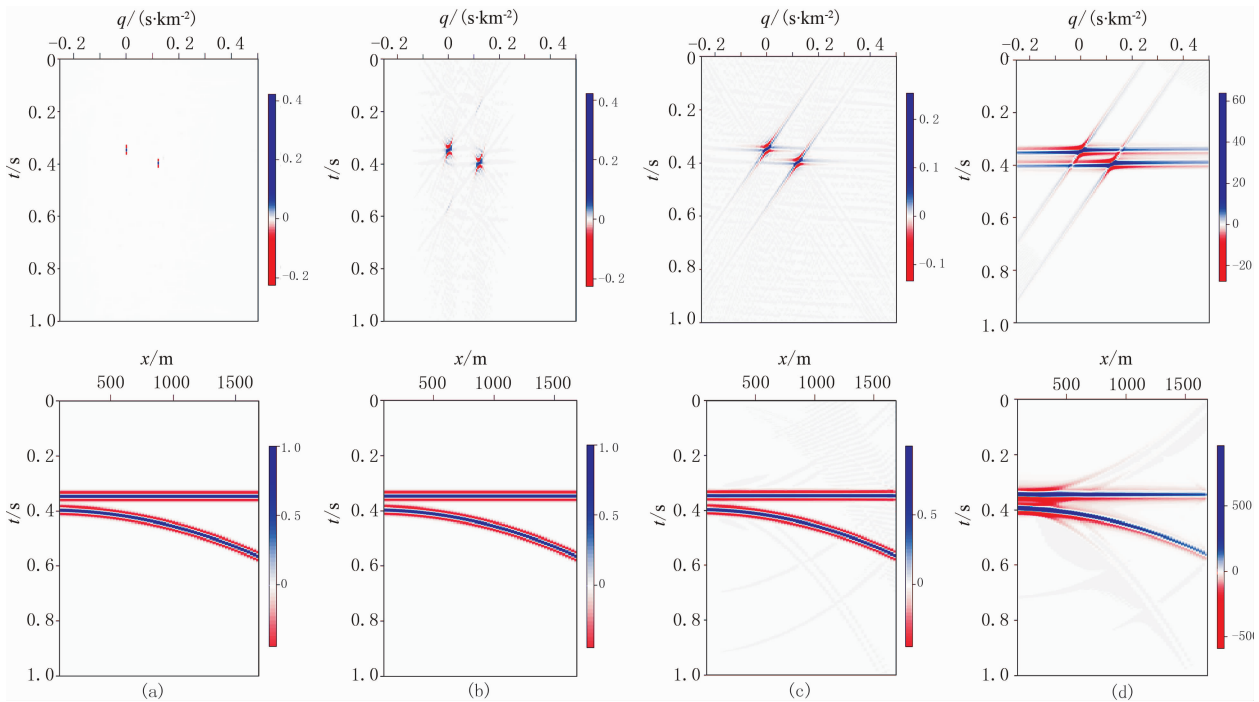


图2 由不同方法求取的 Radon 谱及相应的 Radon 逆变换数据

(a)理想 Radon 谱(上)及逆变换数据(下);(b)高分辨率抛物线 Radon 变换谱(上)及逆变换数据(下);(c)最小二乘抛物线 Radon 变换谱(上)及逆变换数据(下);(d)常规抛物线 Radon 算子谱(上)及逆变换数据(下)  
道间距为 25m,近炮检距为 100m,共 64 道,时间采样率为 2ms,共 501 个采样点;曲率采样间距为 0.005,采样点数为 151,初始采样值为 -0.25

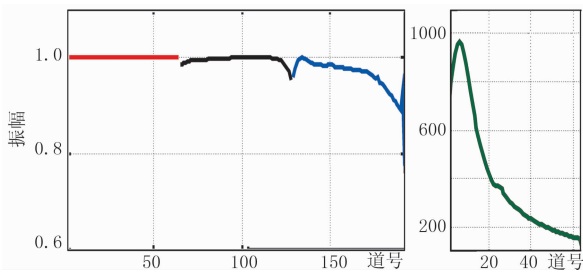


图3 拾取的图 2a 下~图 2d 下数据中第一个反射同相轴的最大绝对振幅值随炮检距的变化图

红线:真实数据;黑线:高分辨率抛物线 Radon 变换(HRT)处理后数据;蓝线:最小二乘抛物线 Radon 变换(LS-RT)处理后数据;绿线:常规 Radon 变换处理后数据

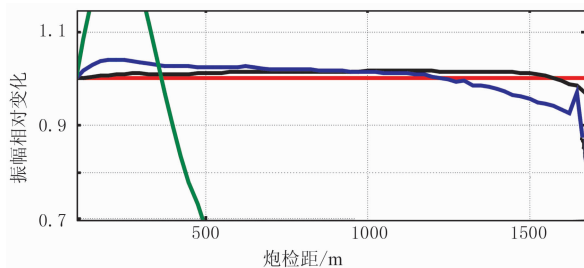


图4 数据剖面上第一个水平同相轴振幅随炮检距的相对变化曲线

红线:原始数据;黑线:HRT 处理后数据;蓝线:LS-RT 处理后数据;绿线:常规 Radon 变换处理后数据

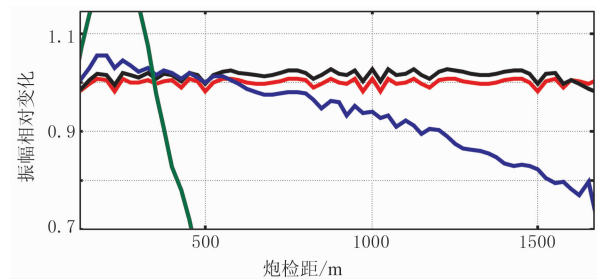


图5 数据剖面上第二个弯曲同相轴振幅随炮检距的相对变化曲线

红线:原始数据;黑线:HRT 处理后数据;蓝线:LS-RT 处理后数据;绿线:常规 Radon 变换处理后数据

的多次波同相轴。图 6b 为图 6a 所对应的高分辨率抛物线 Radon 谱。由图 6 可以看出,在时域很靠近的反射波和多次波同相轴(图 6a),经过高分辨率抛物线 Radon 正变换后,近乎聚焦为两个孤立子波(图 6b),表明在 Radon 域将两者很好地进行了区分,同时也验证了标准同相轴为标准信号模型的合理性。

下面的数值试验分析形成非标准抛物线型同相轴的各个因素。为了简化和精确地分析非标准抛物线型同相轴无法在 Radon 域完全聚焦的现象,我们设

计了水平标准抛物线型同相轴(曲率为 0)作为参考对象(图 7a),经过高分辨率抛物线 Radon 变换后同相轴能量在 Radon 域中近乎完全聚焦(图 7b)。

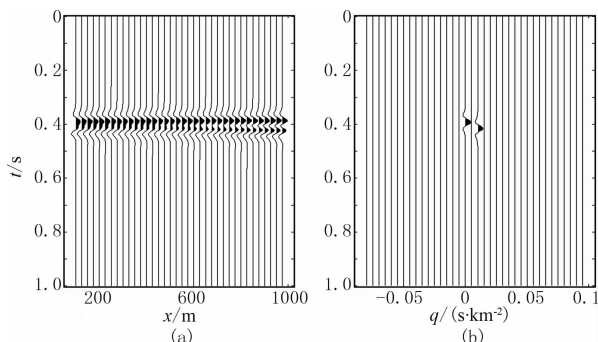


图 6 理论数据(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)

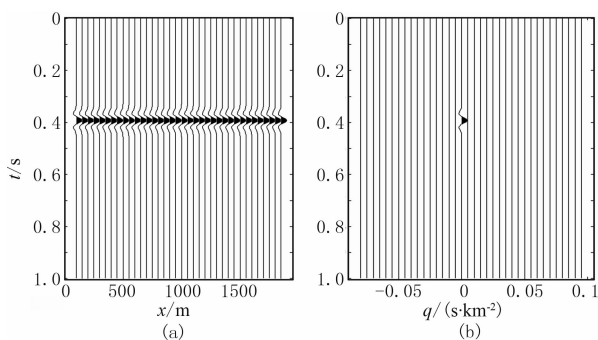


图 7 含标准同相轴的数据(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)

### 5.2.1 AVO 效应

AVO 效应导致子波横向振幅变化甚至相位变化、同相轴成为非标准同相轴,进而影响高分辨率抛物线 Radon 变换对同相轴能量在 Radon 域的聚焦。图 8 为振幅特性横向变化的同相轴及其高分辨率抛物线 Radon 谱,由图中可见,由于 AVO 效应导致子波横向振幅变化(图 8a),使能量在 Radon 谱中无法完全聚焦(图 8b),谱能量有向倾斜方向拉伸的迹象。图 9 为相位特性横向变化的同相轴及其高分辨率抛物线 Radon 谱,由图中可见,由于 AVO 效应导致子波相位不断变化(图 9a),使能量在 Radon 谱中变得十分分散,导致分辨率很低(图 9b)。很明显,如果存在相邻的反射波和多次波,反射波和多次波之间肯定会存在相互干涉,使信、噪难以分离,影响 Radon 变换的保幅性。当地下介质模型更加复杂时,旅行时动校正后同相轴为抛物线的假设更难满足,这时对于 Radon 谱的聚焦也更加困难。

### 5.2.2 地震道缺失

图 10 为存在地震道缺失的地震记录及其高分

辨率抛物线 Radon 谱,由图中可见,虽然在地震记录中缺失地震道(图 10a),但其高分辨率抛物线 Radon 谱(图 10b)中的能量仍能较好地聚焦。也就是说,地震道缺失对能量在 Radon 谱中的聚焦影响不大,从而说明高分辨率 Radon 变换对空间采样带来的假频具很大的压制作用。

### 5.2.3 动校拉伸

实际地震数据经 NMO 处理后存在动校拉伸现象(图 11a),动校拉伸影响能量在 Radon 域的聚焦(图 11b),该影响类似于同相轴振幅横向变化的影响,但能量发散更严重。

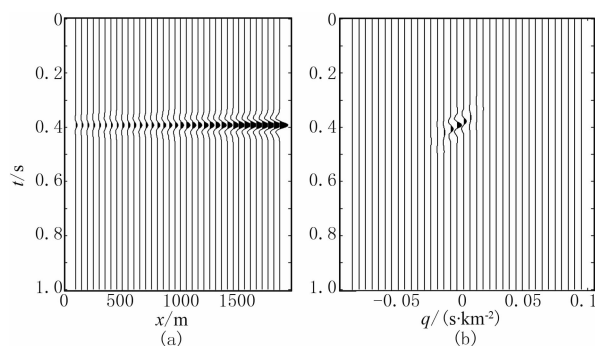


图 8 振幅特性横向变化的同相轴(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)

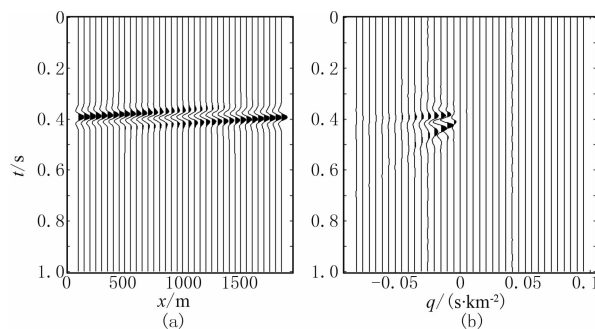


图 9 相位特性横向变化的同相轴(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)

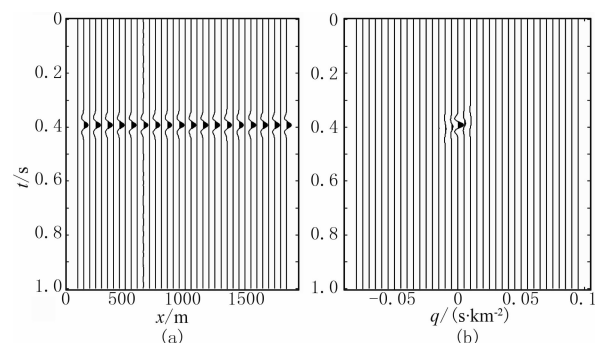


图 10 存在地震道缺失的地震记录(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)



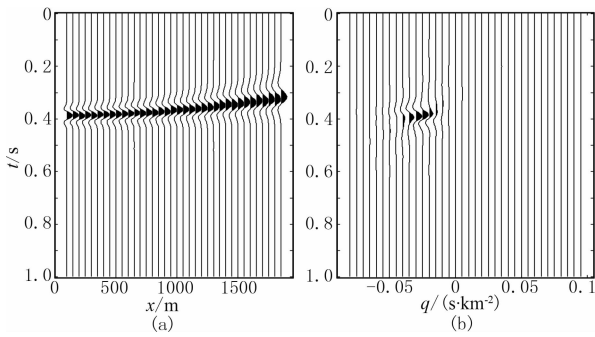


图 11 存在动校拉伸现象的地震记录(a)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(b)

### 5.3 利用抛物线 Radon 变换去除多次波的保幅性模型试验

利用抛物线 Radon 变换压制多次波的前提是反射波与多次波在剩余时差上存在差异,即在 NMO

后,反射波被拉平,多次波剩余时差曲线为抛物线。图 12 为含三个界面的水平层状模型的高分辨率抛物线 Radon 变换去除多次波的保幅性试验结果,由图中可见:①合成的单炮道集(图 12a)中存在三个一次反射同相轴,其余同相轴反映多次波及一些边界反射;②单炮道集动校正结果(图 12b)及其高分辨率抛物线 Radon 谱(图 12c)表明,图谱上部一次波与多次波的能量聚焦相对较好,但由于实际地质因素和处理因素的影响,抛物线 Radon 谱的能量尚存在发散;③由切除多次波后的抛物线 Radon 谱(图 12d)可见,多次波消除较彻底;④由于一次波和多次波均不是标准同相轴以及存在动校拉伸等实际问题,经反变换、反 NMO 切除多次波后的道集(图 12e)已经不能保证振幅绝对保真了。图 13 为

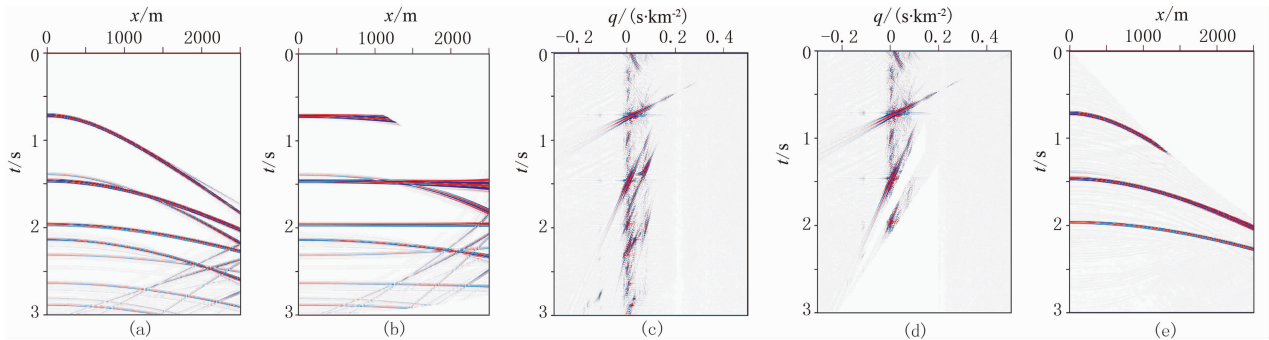


图 12 含三个界面的水平层状模型的高分辨率抛物线 Radon 变换去多次波的保幅性试验结果

(a)地震记录(直达波已去);(b)动校正结果;(c)高分辨率抛物线 Radon 谱;  
(d)切除多次波后的 Radon 谱;(e)反变换及反 NMO 切除多次波后的道集

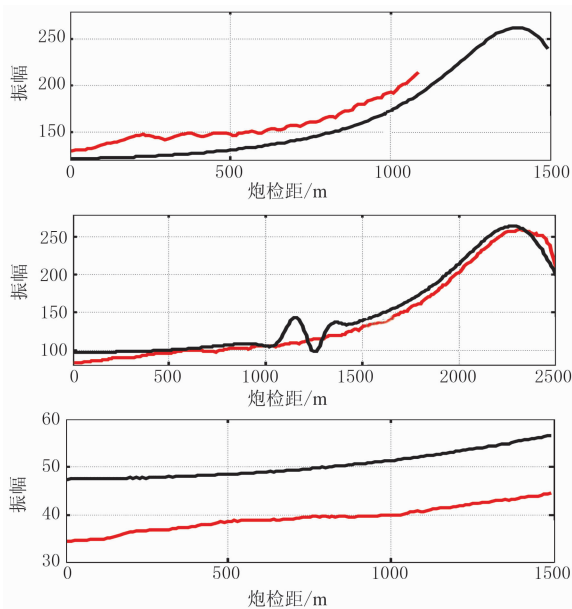


图 13 图 12a(黑线)、图 12e(红线)三个反射同相轴的峰值振幅随炮检距的变化曲线

图 12a、图 12e 三个反射同相轴的峰值振幅随炮检距的变化曲线,由图中可以发现:①尽管 Radon 变换去除多次波后绝对振幅已经不保幅(红线),但与去除多次波前(黑线)的振幅相对关系基本没有改变,说明高分辨率抛物线 Radon 变换去除多次波的处理具有较强的相对保幅能力。②原始道集的第二个反射波的振幅(图 13 中)在 1000~1500m 炮检距范围内上、下振荡较大(黑线),这是由于在该炮检距范围内,一次波与多次波相互干涉所致(图 13 上);经 Radon 变换去除多次波后的反射波的振幅随炮检距的变化不再振荡(红线),这也说明了高分辨率 Radon 变换去除多次波具有较好的相对保幅性。

## 6 结论

波场分解类去噪方法的保幅性分析主要考虑两方面问题:①变换域内信号的分辨率;②变换算子本

身的保幅性(或可逆程度)。而去噪方法对应的标准信号模型往往是分析去噪方法保幅性的突破口。利用抛物线 Radon 变换压制多次波的方法本质上是利用算法对信号和噪声在变换域的聚焦和分离性质,不同的 Radon 变换算法决定了相应算法的保幅性能。

(1)常规 Radon 变换对标准同相轴在 Radon 域的聚焦能力差,经常规 Radon 变换处理后,数据是不保幅的,相对保幅也做不到。

(2)与常规的 Radon 变换相比,基于最小二乘反演的 Radon 变换对标准同相轴在 Radon 域的聚焦有所提高,但仍不理想。另外,受变换中阻尼因子选择的影响很大,大炮检距数据的振幅受到一定程度的衰减,但对小炮检距数据算子具有较高保幅性。

(3)理论上,高精度 Radon 变换算子本身在可接受精度范围内被认为是保幅的,可逆程度很高,而对标准同相轴在 Radon 域也有很高的聚焦能力,因此具有很好的保幅性。在满足标准同相轴假设的条件下,利用基于稀疏反演的高分辨率 Radon 变换去噪被认为是绝对保幅的。

但在实际地震数据处理中,AVO 效应、动校拉伸、地震道缺失、地下介质的复杂性等因素导致同相轴为非标准同相轴,影响了算法对同相轴在 Radon 域的聚焦,出现模糊效应,影响信噪分离,进而破坏了高分辨率 Radon 变换的绝对保幅性,但其具有很好的相对保幅性。上述缺陷是信号模型驱动的去噪方法本身固有的问题,如果要克服这些缺陷,需要重新定义反变换和目标泛函,发展对非标准抛物线型同相轴完全保幅的 Radon 变换。

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] 陈宝书,汪小将,李松康等. 海上地震数据相对保幅关键处理技术应用. 天然气工业,2007,27(A):157~159
- [ 2 ] 陈新荣,尚新民,李继光等. 地震资料振幅保持影响因素分析. 地球物理学进展,2009,24(4):1411~1419  
Chen Xinrong, Shang Xinmin, Li Jiguang et al. Analysis on influence factors of preserved amplitude processing. *Progress in Geophysics*, 2009, 24(4): 1411~1419
- [ 3 ] 郭树祥. 地震资料保幅处理的讨论. 油气地球物理, 2009, 7(1): 1~3  
Guo Shuxiang. Discussion on preserved amplitude processing of seismic data. *Petroleum Geophysics*, 2009, 7(1): 1~3
- [ 4 ] 芮拥军. 地震资料处理中相对保幅性讨论. 物探与化探, 2011, 35(3): 371~374  
Rui Yongjun. An Analysis of relative amplitude-preservation in seismic data processing. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2011, 35(3): 371~374
- [ 5 ] 刘喜武,刘洪,李幼铭. 高分辨率 Radon 变换方法及其在地震信号处理中的应用. 地球物理学进展, 2004, 19(1): 8~15  
Liu Xiwu, Liu Hong, Li Youming. High resolution radon transform and its application in seismic signal processing. *Progress in Geophysics*, 2004, 19(1): 8~15
- [ 6 ] 张军华,吕宁,雷凌等. 抛物线拉冬变换消除多次波的应用要素分析. 石油地球物理勘探, 2004, 39(4): 398~405  
Zhang Junhua, Lv Ning, Lei Ling et al. Analysis of applied factors for using parabolic Radon transform to remove multiple. *OGP*, 2004, 39(4): 398~405
- [ 7 ] Thorson R and Claerbout J. Velocity stack and slant stack-stochastic inversion. *Geophysics*, 1985, 50(12): 2727~2741
- [ 8 ] Hampson D. Inverse velocity stacking for multiple elimination. *J Can Soc Expl Geophys*, 1986, 22(1): 44~55
- [ 9 ] Sacchi M and Ulrych T. High resolution velocity gathers and offset space reconstruction. *Geophysics*, 1995, 60(4): 1169~1177
- [ 10 ] Cary P. The simplest discrete Radon transform. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1998, 17: 1999~2002
- [ 11 ] Foster Douglas J and Mosher Charles C. Suppression of multiple reflections using the Radon transform. *Geophysics*, 1992, 57(3): 386~395
- [ 12 ] Zhou B and Greenhalgh S A. Linear and parabolic  $\tau p$  transforms revisited. *Geophysics*, 1994, 59(7): 1133~1149
- [ 13 ] Kabir M N N and Marfurt K J. Toward true amplitude multiple removal. *The Leading Edge*, 1999, 18(1): 66~73
- [ 14 ] Nowak Ethan J and Imhof Matthias G. Amplitude preservation of Radon-based multiple-removal filter. *Geophysics*, 2006, 71(5): V123~V126
- [ 15 ] Claerbout J F. *Earth Soundings Analysis Processing versus Inversion*. Blackwell Scientific Publications, Inc, 2004
- [ 16 ] Claerbout J F. *Image Estimation by Example: Geophysical Soundings Image Construction Multidimensional Autoregression*. Blackwell Scientific Publications, Inc, 2011
- [ 17 ] Trad D, Ulrych T and Sacchi M. Latest views of the sparse Radon transform. *Geophysics*, 2003, 68(1): 386~399

(本文编辑:刘勇)