

西安黄土土性参数随机场模型的适用性探讨*

杨勇^{①②} 范文^② 张海峰^① 任义坤^① 姜桂春^①

(^①西北综合勘察设计研究院 西安 710003)

(^②长安大学地质工程与测绘学院 西安 710054)

摘要 能否用齐次正态随机场模型来模拟土体性质的空间分布特性,其关键在于土性随机场模型是否具有平稳性和各态历经性。国内大多数研究都是在假定土性随机场模型是平稳随机场的条件下研究应用 Vanmarcke 模型的。关于黄土的土性参数的空间特性研究亦是如此,未对其土性剖面随机场的平稳性及各态历经性进行检验。本文以西安市曲江某项目 29 个钻孔的双桥静力触探(CPT)数据为研究样本,首先讨论了关于原始数据的齐次化处理,即趋势分量的消除方法。然后对该场地黄土土性剖面随机场的平稳性及各态历经性进行了检验,检验结果表明:西安黄土梁洼地貌上的 Q₃ 黄土层、Q₃ 古土壤层和 Q₂ 黄土层其土性随机场模型具平稳性和各态历经性。故 Vanmarcke 随机场模型适用于模拟西安黄土土性剖面。

关键词 黄土 土性剖面随机场 平稳性 各态历经性 趋势函数

中图分类号:P642 **文献标识码**:A

APPLICABILITY OF RANDOM FIELD MODEL ABOUT XI'AN LOESS PROPERTY PARAMETER

YANG Yong^{①②} FAN Wen^② ZHANG Haifeng^① REN Yikun^① JIANG Guichun^①

(^①Northwest Research Institute of Engineering Investigation and Design, Xi'an 710003)

(^②College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054)

Abstract To apply the random field theory to the properties of a soil needs the spatial distribution of the soil properties to meet the stationarity and ergodicity. Most domestic researchers applied the vanmarcke model under the assumption that it meets the conditions of stationary random field theory. The investigations on loess also did not examine its stationarity and ergodicity. Based on the 29 drilling CPT data from a project in Xi'an Qujiang, this paper discusses the homogeneous processing of the raw data firstly(elimination of the trend component). And then it tests the stationarity and ergodicity of the loess soil properties.

Key words Loess, Random field of soil, Stationarity, Ergodicity, Trend function

1 引言

土体是历史和自然条件的产物,其形成及存在本身就具有较大的变异性,Lumb 首先提到土性参数

的空间变异性(spatial variability)概念^[1,2]。Vanmarcke 于 1977 年提出土性剖面的随机场模型,提出用波动范围(scale of fluctuation)来描述土性参数的空间变异性,并于 1983 年完善了该模型^[3,4]。该模型采用齐次正态随机场(即高斯平稳齐次随机过

* 收稿日期:2012-10-20;收到修改稿日期:2013-03-08.

第一作者简介:杨勇,主要从事岩土工程及工程地质研究. Email: 28610419@qq.com

程)来模拟土体空间特性。它是建立在认为土体性质具有空间均匀性的基础上的,即要求所建立的土性随机场模型在数学意义上具有平稳性和各态历经性。国内大多数研究都是在假定土性参数随机场模型具平稳性和各态历经性的条件下进行的,闫澍旺等^[5]针对一个深厚均匀的淤泥质土层进行了数据平稳性和各态历经性检验,并得出该土层完全适用 Vanmarcke 模型的结论。

关于黄土土性参数的空间特性研究,倪万魁等^[6]利用 Vanmarcke 随机场模型研究了绛帐、潼关和延安三地黄土土性参数的空间特性,张丽萍等^[7]利用部分西安一、二号地铁项目 CPT 数据计算了不同地段各层黄土的相关距离。但其均未对黄土土性剖面随机场的平稳性及各态历经性进行检验。本文以西安市曲江某项目 29 个钻孔的 CPT 数据为样本,首先讨论了关于土性参数原始数据的齐次化处理,即趋势分量的消除方法。然后对该场地分布的 Q₃ 黄土层、Q₃ 古土壤层和 Q₂ 黄土层土性随机场模型的平稳性及各态历经性进行了检验。

2 基本概念

2.1 土性剖面随机场

当随机函数簇 $X(h, \omega)$ ($h \in H, \omega \in \Omega$) 的参数 h 表示时间单位时,即为随机过程,当参数 h 表示长度单位时,就是随机场^[8,9]。对岩土体性质的各种测试都可以看作是随机函数簇 $X(h, \omega)$ ($h \in H, \omega \in \Omega$) 的随机试验。对于固定的 $\omega = \omega_0, X(h, \omega_0)$ 是参数 $h \in H$ 的一般函数,即样本函数,例如岩土测试的深度曲线;对于固定的 $h = h_0, X(h_0, \omega)$ 是定义在样本空间 Ω 上的随机变量,它反映了 $X(h, \omega)$ 的“随机”性,例如岩土测试的水平曲线;对于固定的 $h = h_0, \omega = \omega_0, X(h_0, \omega_0)$ 表示一个随机参数,例如岩土测试成果中的某一个测试数值;当 h 和 ω 都变化时, $X(h, \omega)$ 就构成了定义在随机空间 $H \times \Omega$ 上的一簇随机函数,这个随机函数簇即为岩土体参数随机场。

2.2 随机场平稳性

设随机场 $\{X(h)\}$ 的一维分布函数为 $F_h(y)$, 概率密度函数为 $f_h(y)$, 则定义随机场 $\{X(h)\}$ 的均值函数(数学期望函数)为:

$$E\{X(h)\} = \mu_X(h) = \int y dF_h(y)$$

$$= \int y f_h(y) dy = \int y f(y, h) dy \quad (1)$$

式中, $E\{X(h)\}$ 是随机场 $\{X(h)\}$ 的所有样本函数在深度 h 时函数值的平均,称之为集平均,它表示了随机场 $\{X(h)\}$ 在各深度上的摆动中心^[10]。

对于离散的测试数据(表 1),任一深度 h_j 上随机变量 $X(h_j)$ 的集平均为:

$$\mu_X(h_j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} X_i(h_j) \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

表 1 原始数据表
Table 1 The original data

深度 j	孔号 i				
	孔 1	孔 2	...	孔 n	集平均
深度 1	$X_1(h_1)$	$X_2(h_1)$...	$X_n(h_1)$	$\mu_X(h_1)$
深度 2	$X_1(h_2)$	$X_2(h_2)$...	$X_n(h_2)$	$\mu_X(h_2)$
...
深度 m	$X_1(h_m)$	$X_2(h_m)$...	$X_n(h_m)$	$\mu_X(h_m)$
深度平均	$\langle X_1(h) \rangle$	$\langle X_2(h) \rangle$...	$\langle X_n(h) \rangle$	

设随机场 $\{X(h)\}$ 的二维联合分布函数为 $F_{h_1 h_2}(y_1, y_2)$, 二维概率密度为 $f_{h_1 h_2}(y_1, y_2)$, 则对任意 $h_1, h_2 \in H$, 定义随机场 $\{X(h)\}$ 的相关函数为:

$$\begin{aligned} R_{XX}(h_1, h_2) &= E[X(h_1)X(h_2)] \\ &= \iint y_1 y_2 dF_{h_1 h_2}(y_1, y_2) \\ &= \iint y_1 y_2 f_{h_1 h_2}(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \quad (3) \end{aligned}$$

对于离散的测试数据(表 1),任一深度 h_j 上随机变量 $X(h_j)$ 与 $X(h_j + \Delta h)$ 的相关函数为:

$$\begin{aligned} R_X(h_j, h_j + \Delta h) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} X_i(h_j) X_i(h_j + \Delta h) \\ &\quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (4) \end{aligned}$$

设随机场 $\{X(h)\}$ 是二阶矩场,若对一切 $h \in H, E\{X(h)\}$ 为常数,对任意 h 及 $h + \Delta h \in H$, 相关函数 $R(h, h + \Delta h)$ 与 h 无关,仅为 Δh 的函数。则称该随机场为宽平稳随机场或广义平稳随机场。

2.3 随机场各态历经性

设 $\{X(h)\}$ 是均方连续的平稳随机场,定义其沿深度轴上的平均为:

$$\langle X(h) \rangle = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{1}{H} \int_0^H X(h) dh \quad (5)$$

对于离散的测试数据(表 1),任一样本函数 $X_i(h)$ 沿深度轴上的平均为:

$$\langle X_i(h) \rangle = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{j=m} X_i(h_j) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

若 $\langle X(h) \rangle$ 存在,且依概率 1 收敛于该随机场的集平均 $E\{X(h)\}$,则称该随机场的均值具各态历经性。

若对于固定的 Δh , $X(h)X(h + \Delta h)$ 也是连续平稳随机场,定义其沿深度轴上的平均为:

$$\begin{aligned} \langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle &= \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{1}{H} \int_0^H X(h) X(h + \Delta h) dh \quad (7) \end{aligned}$$

对于离散的测试数据(表 1),任一固定的 Δh , $X_i(h)X_i(h + \Delta h)$ 沿深度的均值为:

$$\begin{aligned} \langle X_i(h) X_i(h + \Delta h) \rangle &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{j=n} X_i(h_j) X_i(h_j + \Delta h) \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8) \end{aligned}$$

若 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle$ 存在,且依概率 1 收敛于该随机场的相关函数 $R(h, h + \Delta h)$,则称该随机场的相关函数具各态历经性。

如果 $\{X(h)\}$ 是均方连续的平稳随机场,且其均值函数和相关函数都具各态历经性,则称该随机场具各态历经性,或者说随机场 $\{X(h)\}$ 是遍历的。

3 原始数据的处理

Vanmarcke 提出的土体剖面的随机场模型,是建立在认为土体性质具有空间均匀性的基础上的,即本文所指的平稳性和各态历经性。研究表明:由于受应力条件、沉积历史等因素的影响,使得土体具有一定的结构性,表现在土性指标在深度方向上往往具有一定趋势性。张继周等^[11]研究认为:受侧限和上覆压力影响明显的参数一般会存在趋势分量;相反受侧限和上覆压力影响不明显的参数大都不存在明显的趋势分量。

张继周等^[11]指出:趋势分量函数以线性居多,也不乏高次趋势函数的存在,例如意大利塔兰托地区典型地层剖面,其浅部黏土层存在二次型趋势分量,澳大利亚南部一港市典型地层剖面,对于 1.0 ~ 5.5m 深度的黏土层,其趋势分量也明显呈二次型。倪万魁等^[6]指出:黄土土性参数随深度呈近似线性变化,并归纳为 3 种类型。

由于土性趋势分量的存在,如果我们不考虑其这种结构特点,对不同深度处的土性指标不加以区别对待,在土性指标统计时将其赋以相同的权重。

那么无疑我们是低估了土性的离散性。故而在建立土性随机场模型时,我们须将原始数据做均匀化处理,即消除趋势化的影响。在以往的研究中将随机场 $\{X(h)\}$ 的样本函数 $X(h)$ 分解为趋势分量 $\bar{X}(h)$ 和波动分量 $\tilde{X}(h)$ 两部分,即

$$\tilde{X}(h) = X(h) - \bar{X}(h) \quad (9)$$

通常的做法是通过线性回归方法确定每一个样本函数的趋势分量函数,利用(5)式去掉趋势分量后,用波动分量部分来表述岩土土性参数的空间变异性。然而应当认识到的是,对于某一确定的岩土场地(土性随机场),若其各样本函数的趋势分量一致时(即线性回归确定的趋势函数一样),用(5)式确定的波动分量部分能较好地反映土性参数的空间变异性。但是,如果在同一场地中其各样本函数的趋势分量不一致时,仍然采用(5)式分别将各样本函数作去趋势化处理,这无疑在空间上低估了土性的变异性。因为这种各样本函数之间趋势分量的差异本身也是土性空间变异性的具体表现,是土体的固有特性,不能逐一剔除。

针对这种情况,考虑随机场的集平均 $\mu_X(h)$,它表示了随机场 $\{X(h)\}$ 在各个深度上的摆动中心。笔者认为应将趋势分量部分用集平均 $\mu_X(h)$ 代替。即用下式对原始数据进行去趋势化处理。

$$\tilde{X}(h) = [X(h) - \mu_X(h)] / \sigma(X) \quad (10)$$

式中, $\sigma(X)$ 表示 $X(h)$ 的标准差。此时,波动分量部分不仅仅反映了样本函数随趋势分量轴的波动(即土性沿深度方向上的波动),还反映了随机场样本函数之间的波动(即土性沿水平方向的波动)。如此则更能全面准确地反映土性的空间变异性。此时,对于某一确定的随机场,其各样本函数的趋势分量一致成为一种特殊情况,其集平均 $\mu_X(h)$ 与趋势分量一致。

实际表明:本文所应用的西安市曲江某项目 29 个钻孔的 CPT 数据建立的土性剖面随机场,其各样本函数的趋势分量不一致,采用(6)式对原始数据进行了标准化处理后,检验了土性剖面随机场的平稳性及各态历经性。

4 西安黄土的检验结果

4.1 工程概况及原始数据采取与处理

该项目位于西安市曲江,场地为典型的西安黄土梁洼地貌,黄土分布厚度较大。主要地层情况为:

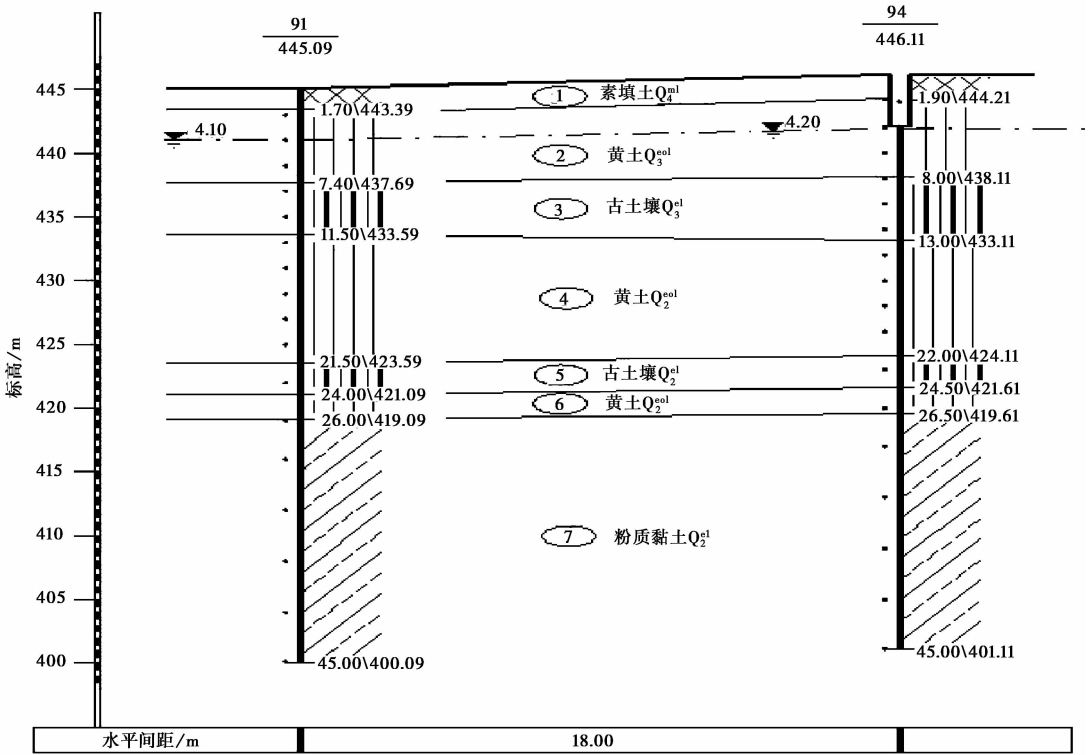


图1 场地地层分布图

Fig. 1 Distribution of stratum

①人工填土；②黄土 Q_3^{eol} ，厚度为 2.20 ~ 11.10m；
③古土壤 Q_3^{el} ：厚度为 1.00 ~ 5.00m；④黄土 Q_2^{eol} ：厚度为 4.20 ~ 15.70m。场地具体地层分布详见图 1。

采用双桥静力触探试验，每 10cm 自动采取并记录端阻 q_c 值和侧阻 f_s 值。利用试验结果中的 q_c 值作为样本，对该场地分布的 Q_3 黄土层、 Q_3 古土壤层和 Q_2 黄土层的土性随机场模型进行了平稳性及各态历经性检验。对于离散的测试数据 (q_c 值)，建立了原始数据表 (表 1)。

根据表 1 的试验结果，采用 (6) 式对原始数据进行了标准化处理。

4.2 检验结果

根据闫澍旺等^[5]的检验方法，采用 matlab 语言编制了电算化程序进行检验，其检验结果如下：

4.2.1. 平稳性检验结果

根据计算结果，绘制了集平均 $\mu_x(h)$ —深度 h ，相关函数 $R(h, h + \Delta h)$ —深度 h 图 (图 2 ~ 图 7)。

从图中可以看出，被检验的各层黄土土性指标的集平均 $\mu_x(h)$ 基本都沿深度轴 $\mu_x(h) = 0$ 上下波动，相关函数 $R(h, h + \Delta h)$ 分别沿着直线 $R(h, h + \Delta h) = 0.81$ 、 $R(h, h + \Delta h) = 0.62$ 和 $R(h, h + \Delta h)$

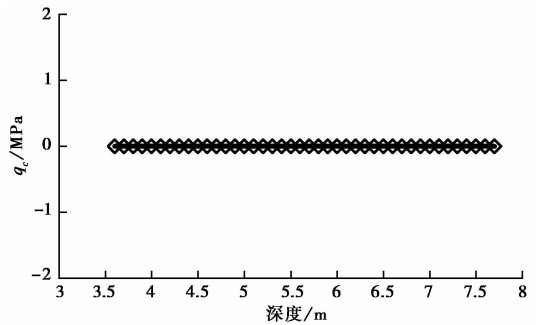


图2 Q_3 黄土层集平均随深度变化

Fig. 2 Horizontal average change with depth about Q_3 loess layer

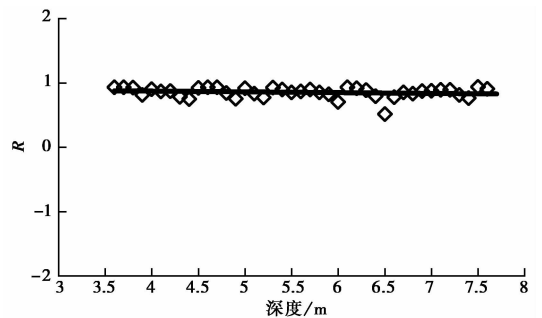


图3 Q_3 黄土层相关函数随深度变化

Fig. 3 Correlation function change with depth about Q_3 loess layer

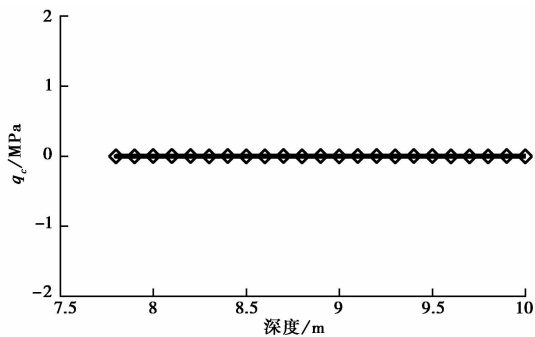


图4 Q₃ 古土壤层集平均随深度变化

Fig. 4 Horizontal average change with depth about Q₃ Paleosol layer

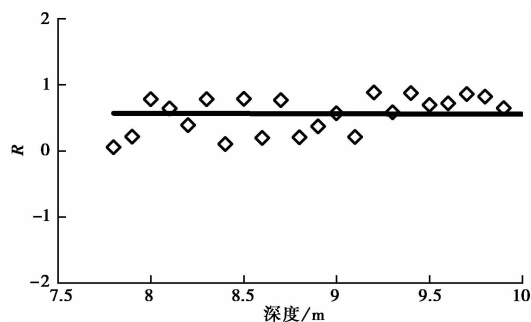


图5 Q₃ 古土壤层相关函数随深度变化

Fig. 5 Correlation function change with depth about Q₃ Paleosol layer

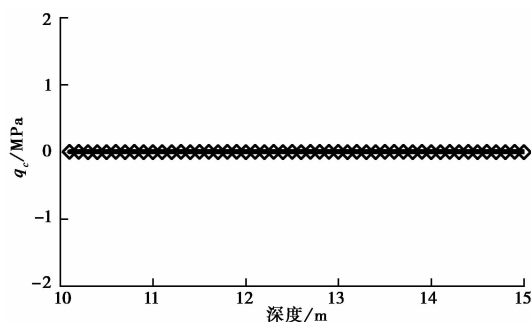


图6 Q₂ 黄土层集平均随深度变化

Fig. 6 Horizontal average change with depth about Q₂ loess layer

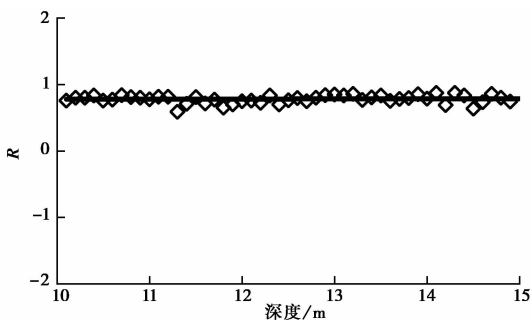


图7 Q₂ 黄土层相关函数随深度变化

Fig. 7 Correlation function change with depth about Q₂ loess layer

= 0.75 轻微摆动,在概率意义上它们都不随深度变化,因此说该随机场是平稳的。

4.2.2 各态历经性检验

根据计算结果,绘制了深度平均 $\langle X(h) \rangle$ —深度 h , 深度相关函数 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle$ —深度 h 图(图8~13)。

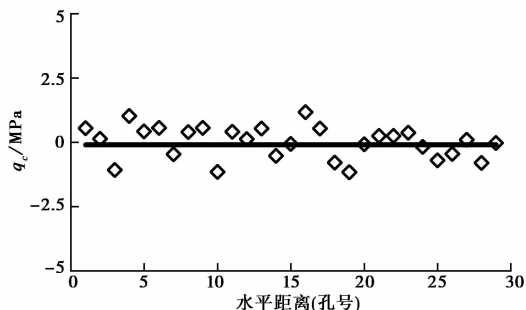


图8 Q₃ 黄土层深度平均随水平距离变化

Fig. 8 Depth average change with distance about Q₃ loess layer

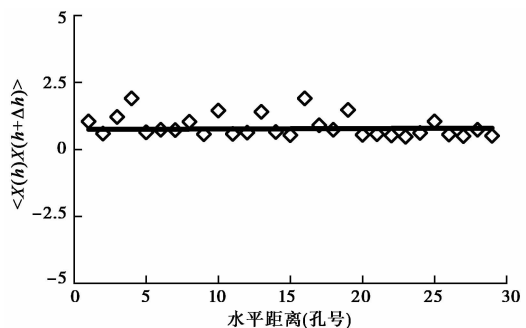


图9 Q₃ 黄土层深度相关函数随水平距离变化

Fig. 9 Depth correlation function change with distance about Q₃ loess layer

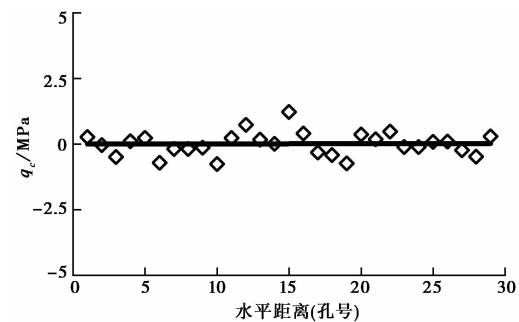


图10 Q₃ 古土壤层深度平均随水平距离变化

Fig. 10 Depth average change with distance about Q₃ Paleosol layer

从图中可以看出,被检验的各层黄土土性指标的深度平均 $\langle X(h) \rangle$ 基本都沿水平轴 $\langle X(h) \rangle = 0$ 上

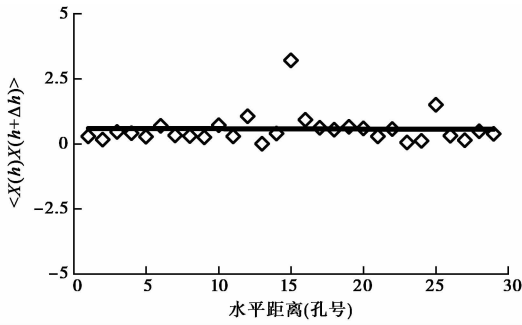


图 11 Q_3 古土壤层深度相关函数随水平距离变化

Fig. 11 Depth correlation function change with distance about Q_3 Paleosol layer

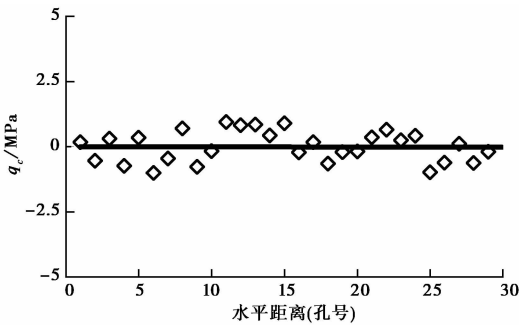


图 12 Q_2 黄土层深度平均随水平距离变化

Fig. 12 Depth average change with distance about Q_2 loess layer

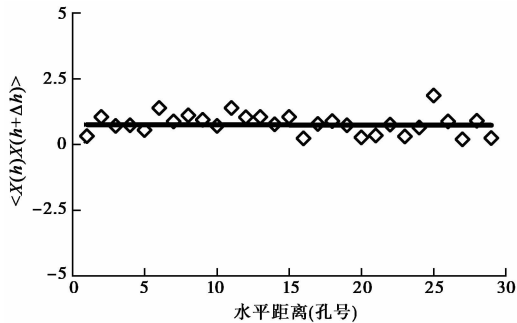


图 13 Q_2 黄土层深度相关函数随水平距离变化

Fig. 13 Depth correlation function change with distance about Q_2 loess layer

下波动,深度相关函数 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle$ 分别沿着直线 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle = 0.81$ 、 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle = 0.62$ 和 $\langle X(h) X(h + \Delta h) \rangle = 0.75$ 轻微摆动,即在概率意义上它们分别依概率 1 收敛于集平均 $\mu_X(h)$ 和相关函数 $R(h, h + \Delta h)$ 。故此,该随机场具有各态历经性。

5 结 论

(1)对于某一确定的场地(土性剖面随机场),

采用其集平均 $\mu_X(h)$ 来表示趋势分量,并据此对离散的试验数据进行标准化处理。处理后的波动分量能更准确地描述土性参数的空间变异性。

(2)西安黄土梁洼地貌上的 Q_3 黄土层、 Q_3 古土壤层和 Q_2 黄土层经检验其土性剖面随机场具平稳性。

(3)西安黄土梁洼地貌上的 Q_3 黄土层、 Q_3 古土壤层和 Q_2 黄土层经检验其土性剖面随机场具各态历经性。故 Vanmarcke 随机场模型适用于模拟西安黄土土性剖面。

参 考 文 献

- [1] Lumb P. The variability of natural soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1966, **3**: 74 ~ 97.
- [2] Lumb P. Probability of failure in earth works. Proceeding of 2nd Southeast Asian Conference on Soil Engineering, Singapore, 1970, 139 ~ 147.
- [3] Vanmareke E H. Probability modeling of soil profile[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1977, **103**: 1227 ~ 1245.
- [4] Vanmarcke E H. Random Fields: Analysis and Synthesis [M]. Cambridge Mass: MIT Press, 1983.
- [5] 闫澍旺, 贾晓黎, 郭怀志. 土性剖面随机场模型的平稳性和各态历经性验证[J]. 岩土工程学报, 1995, **17**(3): 1 ~ 9.
Yan Shuwang, Jia Xiaoli, Guo Huaizhi. Examination of stationarity and ergodicity on soil profile. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **17**(3): 1 ~ 9.
- [6] 倪万魁, 牛富俊, 刘东燕. 黄土土性的空间相关性研究[J]. 西安工程学院学报, 2002, **24**(2): 4 ~ 8.
Ni Wankui, Niu Fujun, Liu Dongyan. A study on the spatial self-correlation of loess parameters. Journal of Xi'an Engineering University, 2002, **24**(2): 4 ~ 8.
- [7] 张丽萍, 刘超. 土性参数的相关距离研究[J]. 价值工程, 2011, 6 ~ 7.
Zhang Liping, Liu Chao. Study on correlation distance of soil. Value Engineering, 2011, 6 ~ 7.
- [8] 汪荣鑫. 随机过程[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
Wang Rongxin. Random Process. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1988.
- [9] 刘嘉. 应用随机过程[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
Liu Jia. Application Random Process. Beijing: Science Press, 2000.
- [10] 朱红霞. 随机场理论在地基可靠度分析中的应用研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.
Zhu Hongxia. Study of Using Random Field Theory in Soil Foundation Reliability Analysis. Tianjin: Tianjin University, 2007.
- [11] 张继周, 缪林昌, 王华敬. 土性参数不确定性描述方法的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(12): 1936 ~ 1940.
Zhang Jizhou, Miu Linchang, Wang Huajing. Methods for characterizing variability of soil parameters. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(12): 1936 ~ 1940.