

离散单元法对粒状土的微观特性研究探讨*

赵学亮^① 赫建明^② 董高峰^③ 李腾飞^② 吴方华^④

(^①东南大学土木工程学院 南京 210096)

(^②中国科学院地质与地球物理研究所工程地质力学重点实验室 北京 100029)

(^③青海省环境地质勘查局 西宁 810007)

(^④锦宸集团有限公司 姜堰 225500)

摘要 粒状土的微观结构和微观力学被认为是其宏观力学和体积特性的内在根本因素,近年来得到越来越多的关注和研究。离散单元法作为一种研究颗粒材料的数值模拟计算方法,比试验方法快捷、简便、经济,而且能够容易得到在实验室试验中很难或无法得到的更多重要的微观结构和微观力学的信息,近年来得到越来越多应用。本文介绍了离散单元法对土的微观特性研究的一些最新方法和进展,对数值建模中的一些重要方面如比重(质量)放大、树脂薄膜模拟等方面进行了阐述,对离散单元法在土的微观结构分析(如颗粒旋转、颗粒位移、中尺度孔隙率分布)的一些最新研究作了分析和介绍。分析表明,离散单元法是研究粒状土的微观特性的一个有力工具,可以对土的宏观特性从微观角度得到更好的解释和认识。

关键词 粒状土 离散单元法 数值建模 微观特性

中图分类号:TU457,P642.22 **文献标识码**:A

NEW DEVELOPMENTS OF MICROSCALE STUDY ON GRANULAR SOIL USING DISCRETE ELEMENT METHOD

ZHAO Xueliang^① HE Jianming^② DONG Gaofeng^③ LI Tengfei^② WU Fanghua^④

(^①School of Civil Engineering, SouthEast University, Nanjing 210096)

(^②Key Lab of Engineering Geomechanics, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

(^③Bureau of Qinghai Environmental Geological Prospecting, Xining 810007)

(^④Jinchen Group Co.,LTD,Jiangyan 225500)

Abstract Microstructure and micromechanics of granular soils have been of interest to many researchers because of their significant role in the macroscale response. Discrete element method (DEM) is usually simpler, faster, and cheaper than the traditional experimental method and able to obtain some information that is difficult or inaccessible in the experimental method. In this paper, some new developments of the microscale study on granular soil using DEM are briefly reviewed. Some issues in numerical modeling such as density (mass) scaling and membrane boundary simulation are discussed. The new developments on microstructure study such as particle rotation and displacement and mesoscale void ratio distribution using DEM are analyzed. It is concluded that DEM is a powerful tool that can capture the discrete characteristics of the granular materials.

Key words Granular soil, Discrete element method, Numerical modeling, Microscale characteristic

* 收稿日期:2011-10-19;收到修改稿日期:2012-07-03.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51079030 50808043)和江苏省自然科学基金资助项目(BK2008315).

第一作者简介:赵学亮,主要从事颗粒材料微观力学和微观结构方面的研究. Xueliang_zhao@yahoo.com.cn

1 引言

近年来,粒状土的微观结构和微观力学的重要性得到了越来越多的认可,它们被认为是粒状土的宏观特性的内在决定因素^[1]。试样在不同荷载条件下反应不同。在平面应变条件下,试样一般沿发育完善的局部应变剪切带破坏,传统三轴条件下,试样呈扩散性破坏;而在直剪情况下,试样沿固定剪切面破坏。这些不同的破坏形式和试样微观结构及微观力学的变化决定了试样的宏观反应。比如,研究表明,局部应变剪切带内颗粒的运动、局部孔隙率与试样其他部分有很大差别,而局部剪切带则在很大程度上决定了试样的宏观力学及体积变化特性^[2]。

实验室试验是研究土的宏观和微观性质最常用最普遍的方法,但实验室试验一般费时、昂贵、复杂,而且微观力学的很多重要的参数,如接触点受力等在实验室很难或不可能测得,因此数值模拟计算方法成为粒状土微观的一个重要方法和手段^[3]。多种数值方法,包括有限单元法,有限差分法,边界单元法已经被一些研究者所采用。但是,粒状土是由离散的土颗粒组成,颗粒之间相对独立而且只在接触点相互作用,颗粒之间的相互作用决定了粒状土的宏观特性。连续体方法忽略了粒状土的颗粒性或离散性,粒状土的某些特殊现象,比如局部应变,无法用连续体方法模拟分析,而且某些工程状况,比如土体的大变形或裂隙不符合连续单元法的假定。Cundall 和 Strack 在 1979 年提出的离散单元法比连续单元法更接近现实的粒状土,被证明是对粒状土微观特性研究的一个有力的工具,近年来得到了越来越广泛的应用^[4]。

本文对离散单元在粒性土微观研究中的应用与发展进行了阐述。文章对离散单元法进行了简单介绍,对数值建模中的一些重要方面如比重(质量)放大法的应用、树脂薄膜的模拟等进行了阐述,对离散单元法对粒状土的微观结构分析如颗粒旋转、颗粒位移、局部孔隙率分布等的研究发展做了分析总结。

2 离散单元法简介

离散单元法由 Cundal 和 Strack 于 1979 年提出^[4],它被证明是研究非连续体或裂隙体及大变形体系的有力工具,特别是对粒状材料,它可以模拟分

析材料的微观结构变化,从颗粒微观尺度研究粒状材料的特性。这种方法已经被应用到岩土工程的很多方向,如管涌发生发展过程^[5]、循环荷载下砂土的液化特性^[6]等。

自离散单元法被提出以来,一些研究者根据离散单元法的基本原理开发了不同的程序来实现数值模拟计算,Strack 和 Cundall 1978 年最早开发了程序 BALL,1979 到 1984 年他们又开发和完善了程序 TRUBAL; Ng 在 1989 年开发了程序 CONBAL,并在 1991 年由 Ng 和 Dobry 加以改进; Bathurst 和 Rothenburg 在 1989 年开发了程序 GLUE; Ting 等在 1989 年开发了程序 DISC。经过多年的发展,离散单元法的理论及其应用软件都得到了很大的发展,比如颗粒形状从圆(球)发展到椭圆(椭球)再到由多个圆(球)组成的任意形状(Clump),更多更复杂的接触模型、刚度模型、滑动模型及能量衰减模型等使得离散单元法的理论越来越趋于完善,模型越来越接近实际、应用越来越广泛。近些年应用离散元对颗粒土进行研究用得较多的程序是 ELLIPSE 和 PFC 2D/3D。ELLIPSE 2D 由 Ng 于 1992 年首先开发,然后在 1997 年由 Lin 和 Ng 扩展到 ELLIPSE 3D。PFC 2D/3D 是由 Itasca 公司开发的一款商业专业软件,由于 PFC 2D/3D 的正确性和可靠性被很多研究者验证,加之该商业软件使用灵活,简便,帮助文件完备,被很多研究者所采用。

离散单元模型系统由离散的颗粒组成,各个颗粒单元相对独立,颗粒之间只在接触点或接触面与相邻颗粒发生相互作用。离散单元模型一般基于 3 个重要假设:

- (1) 颗粒与界面(墙)被视为刚性体,界面只与颗粒相互作用,界面之间没有相互作用力。
- (2) 接触为点接触,即颗粒之间或颗粒与墙体之间只在接触点相互作用。
- (3) 刚性体之间可以交叠,但交叠量相对颗粒尺寸很小。

牛顿第二定律和力-位移关系定律是离散单元法的基本理论基础,牛顿第二定律根据已知受力计算每个颗粒的位移,而力-位移关系定律则根据已知颗粒位移计算接触点受力,颗粒间相互作用通过步长算法作为动态过程处理。计算中,步长选取十分重要,它的取值要足够小以保证在每个步长时间段内颗粒的速度和加速度可以被视为常数。系统的临界步长与系统最小特征周期有关,为保证数值计算的稳定性,步长选择应小于临界步长。一个弹性

连结的体系的临界步长可以简单的表示为:

$$t_{crit} = \begin{cases} \sqrt{m/k^{tran}} & \text{(a)} \\ \sqrt{I/k^{rot}} & \text{(b)} \end{cases} \quad (1)$$

其中,(a)用于平移,(b)用于转动。 m 为质量; k^{tran} 为平移刚度; I 为惯性矩; k^{rot} 为旋转刚度。

3 离散元建模问题探讨

3.1 比重(质量)放大

计算时间对数值模拟,特别是离散单元法这种颗粒数目庞大的系统,是一个很重要的问题。根据公式(1)颗粒质量越大,临界步长就越大,临界步长越大,达到一定应变或者受力状态的循环数就越小,从而计算时间就越短。因此比重(质量)放大法成为一种在数值模拟中常用的减小计算时间的方法,这种方法在有限单元法和离散单元法中都有应用。

在过去的离散单元法的应用中,比重(质量)放大法得到了很多研究者的研究和应用。Thornton (2000)^[7]进行了一系列颗粒介质的偏向剪切变形模拟,数值模拟中,颗粒平均直径取为0.258mm,理论密度值为 $2650\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 。根据瑞利波速,如果颗粒直径取约1mm,那么步长将为约 $1\mu\text{s}$ 。为了保证试样的准静态变形,应变速度应小于 $10^{-5}\cdot\text{s}^{-1}$,这样,要达到10%的应变,将需要 10^{10} 个步长。为使模拟在合理时间内完成,Thornton把颗粒比重放大了 10^{12} 倍从而使步长变为约1s。结果表明,通过比重放大法,颗粒速度和加速度减小了几个量级,但应力、应变关系没有明显变化。O'Sullivan和Bray^[8]分析了离散单元法中合理步长的选择,他们提出,在准静态离散单元模拟中,质量或比重放大时系统对惯性不敏感,因此可以用比重(质量)放大法缓解步长要求的限制。但是他们提出,如果系统对高频率反应敏感,则不建议使用比重(质量)放大法。在一些模拟中采用直径4~6mm,密度 $2\times 10^8\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 的颗粒,以使计算在合理时间内完成。

与比重放大法相似,一些研究者采用质量放大法,即用比现实大的试样和大的颗粒来放大颗粒质量从而达到缩小计算时间的目的。Iwashita and Oda^[9]选用 $85\times 185\text{cm}$ 的试样和4~6mm的颗粒进行了二维平面应变数值模拟,Zhao和Evans^[10]在三维平面应变试验、传统三轴压缩试验和直剪试验的模拟中,试样尺寸分别设为 $14\times 8\times 4\text{m}$, $13\times 6.5\times 6.5\text{m}$, $5.5\times 8.25\times 8.25\text{m}$,颗粒半径设为0.1~

0.15m。这些试样和颗粒的尺寸比实际实验室大很多,通过采用大尺寸的试样和颗粒,放大了颗粒质量,从而保证在计算结果不受大的影响前提下,计算在合理时间范围内完成。Zeghal和El Shamy^[11]采用增大重力的方法,这与比重或质量放大法异曲同工,结果表明,增大的重力场对模拟结果没有大的影响,但它却可以大大节省计算时间。

比重或质量的放大使系统的惯性反应变慢,即作用力一定时需要更长的时间来加速颗粒运动,但是力-位移关系及应力-应变关系不会受到比重或质量增大的影响,而对准静态系统来说,速度和加速度不是关注问题。所以,比重(质量)放大法是一种很好的缩短计算时间却又对计算结果影响较小的有效方法。

3.2 树脂薄膜模拟

无论对现场、实验室、还是数值模拟计算试验,边界条件都是至关重要的一个方面。在实验室常规三轴压缩试验和平面应变试验中,树脂薄膜是很重要的一个部件,是试验的一个重要边界条件,它的行为对试样的应力应变及体积变化有很大的影响。特别是对试样的微观结构和力学变化,薄膜边界的影响更为重要,比如,在局部应变剪切带破坏时,破坏带内局部孔隙率和颗粒运动等与其他区域有很大差别。因此,在数值方法中对树脂薄膜的正确模拟,以使其能够最大限度地接近实验室行为,成为数值模拟成功与否的一个重要因素,对宏观应力-应变-体积变化特性及对微观的结构变化及力学特性的研究极为重要。

在过去的数值模拟中,有多种模拟实验室薄膜的方法。刚性墙是最初最常用最简单的方法^[12],刚性墙对直剪试验非常适合,但它不能模拟常规三轴压缩试验和平面应变试验中的薄膜的行为。周期边界是另一种被很多研究者所采用的方法^[13]。在这种方法中,颗粒从试样一个侧面脱离而在该侧面的对立面增加一个相同的颗粒。这种方法的边界被看作是有限的,从而被认为消除了边界面的影响,但它的一个最大缺点是它不能体现试样在边界处的破坏形式。柔性界面是近年来被许多研究者所采用的新的模拟薄膜的方法^[9],该方法通过数值伺服机制不断调整模拟薄膜颗粒的速度,从而保证试验设定的围压值。柔性模拟界面被认为比较接近实验室薄膜的行为,它可以表现试样的变形、局部应变及试样的微观结构变化。但这种方法一方面因为增加了模拟

边界的颗粒,所以计算量增大,另一方面,这种方法对三维问题比较复杂,特别是像传统三轴压缩中,试样变粗,薄膜扩展,如果用联结的颗粒串模拟,需要实时在颗粒串中增加颗粒来模拟薄膜的扩展,这种实现非常复杂。

Cheung 和 O'Sullivan^[14]提出一种用试样边界一定范围内的颗粒来模拟薄膜边界的方法(边界区域颗粒法),在这种方法中,首先判断处于边界范围内的颗粒,然后通过给这些边界颗粒施加一定的力来保持设定的边界围压。在模拟过程中,因为处于边界范围内的颗粒可能改变,需要不断更新判断边界范围内的颗粒。这种方法通过一定范围内的颗粒活动可以模拟薄膜的行为,但此方法实现比较复杂,而且因为模拟循环过程中需要不断确定边界颗粒及计算需要施加在边界颗粒上的力,所以计算时间大大增加。

基于以上方法的不足性、复杂性、和耗时性,作者提出了一种用堆叠墙来模拟薄膜行为的新方法(图1)。在堆叠墙中,每一个墙都可以独立变形和运动。通过采用伺服机制控制每个墙的运动方向和速度,保证每个墙施加在内部颗粒的力为设定的恒定围压。与前面所讲的2种新的方法柔性联结颗粒法和边界区域颗粒法相比,一方面,这种方法通过堆叠墙中每个墙的独立变形或运动,可以反映出试样的变形情况,而且这种方法对试样内部的微观结构影响不大,可以正确反映试样内部如局部剪切变形,颗粒运动等微观变化;另一方面,这种方法避免了柔性联结颗粒法和边界区域颗粒法中增加颗粒数量从而增加计算时间的问题;另外,因为对墙的计算相对于对颗粒的计算简单很多,因此这个方法相对简单,容易实现。

4 微观结构研究

近年来,颗粒土的微观结构和微观力学作为其宏观反应的根本内在原因,得到越来越多的重视和研究。实验室试验和数值方法都被用来进行颗粒土的微观结构的研究。实验室方法有很多种,如边界测量法、立体摄影测量法、X线断层摄影法、固结断面图像分析法^[15],应用这些方法,颗粒土的微观特性包括空间特性如局部孔隙率分布、局部应变等和时间特性如剪切带的发展、颗粒的旋转与位移等被许多学者所研究,但这些方法大都费时、昂贵、复杂。相比之下,数值模拟如果模型合理,一般比实验室试

验省时、简单、经济,而且能够比较容易得到在实验室很难或不能得到的很多重要信息,因此成为研究颗粒土微观特性的一个有力工具。本节主要介绍离散单元法对颗粒土微观结构,包括颗粒旋转、颗粒位移及局部孔隙率的一些应用研究。

4.1 颗粒旋转

颗粒旋转是在实验室试验和数值模拟中都被广泛认识到的颗粒土受载时的一个重要微观行为。颗粒的旋转对颗粒土的宏观特性包括强度和体积变化都有十分重要的影响,因此不同的方法,包括理论演算法,实验室试验法和数值模拟法等,被许多学者用来研究颗粒的旋转特性及其与系统宏观表现的关系。

Oda 和 Kazama^[16]应用X射线法和显微镜光学测量法研究平面应变试验中试样微观结构的变化,观测发现,在剪切带边界处,颗粒的方向与其他颗粒相比有一个突变,这表明在剪切带范围内颗粒旋转有一个很大的梯度,而且颗粒旋转方向与连续体的宏观旋转方向平行,颗粒的旋转被认为是影响颗粒土的强度的一个主要因素。Wang 等^[17]运用X线断层摄像法对颗粒系统用离散三维颗粒重新生成,运用这种方法,每个颗粒的旋转和位移都可以得到。虽然这些试验方法可以用来测量和研究颗粒的旋转,但这些方法一般都很复杂,而且测量结果的一般不够精确。数值方法可以容易准确地得到每个颗粒的旋转,因此是研究颗粒旋转问题的一个有力工具。

Bardet^[18]用数值方法研究了粒状材料颗粒旋转的影响,结果表明,颗粒旋转对材料弹性性质影响不大,但对材料的强度有很大影响。整个系统的平均颗粒旋转很小,但在剪切带内颗粒平均旋转很大,由于颗粒旋转在剪切带内的集中,材料的整体峰值摩擦角和残余摩擦角比颗粒间摩擦角要小。Iwashita 和 Oda 对一般的离散单元法进行了改进,在每个接触点的模型中增加了一组弹簧、阻尼器、非拉力节点和一个滑块来考虑颗粒旋转的影响,通过这个方法,实验室现象比如剪切带内的颗粒旋转梯度可以得到正确模拟。O'Sullivan 和 Bray^[8]在正确选取临界步长的研究中发现颗粒旋转与否对临界步长有很大影响,如果允许颗粒旋转,临界步长将会变小。Suiker 和 Fleck^[19]探讨了颗粒旋转对试样强度、体积变化及屈服行为的影响,结果表明,限制颗粒旋转会使试样偏差强度增加2到3倍,而且使试样稳定屈服在更小应变时发生。稳定屈服时减小的配位数和增大

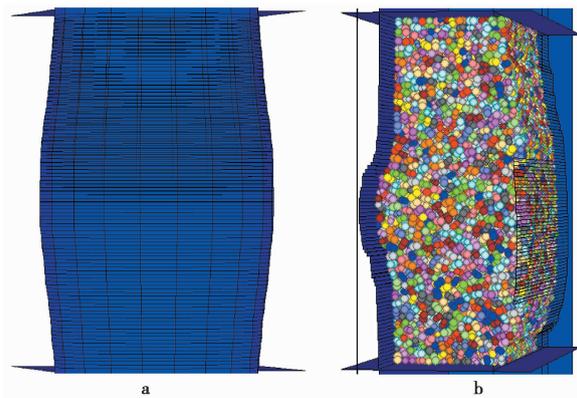


图1 堆叠墙法模拟薄膜边界

Fig. 1 Magnified view of stack of walls membrane conforming to particle assembly

a. 传统三轴(CTC); b. 平面应变(PS)

的孔隙率说明抑制旋转会引起更大的体积膨胀。

本人作者研究了试样在不同初始密实度、不同围压、不同荷载条件下试样内颗粒旋转的不同表现。从不同荷载条件下(PS-平面应变、CTC-传统三轴压缩、DS-直剪)密实试样在高围压(450kPa)下稳定状态时试样内部颗粒的旋转(图2)可以看出,颗粒旋转可以明确显示试样在不同荷载条件下的不同表现,在平面应变条件下,试样沿发育的剪切面破坏,在剪切带内,颗粒旋转明显大于剪切带外的旋转;传统三轴压缩条件下,试样呈鼓状扩散破坏,试样中部的颗粒旋转大于试样端部颗粒的旋转;在直剪条件下,试样沿预定的平面发生剪切破坏,与平面应变条件下相似,剪切带内颗粒的旋转远大于剪切带外的颗粒。这说明,颗粒的旋转可以清楚明确地反映

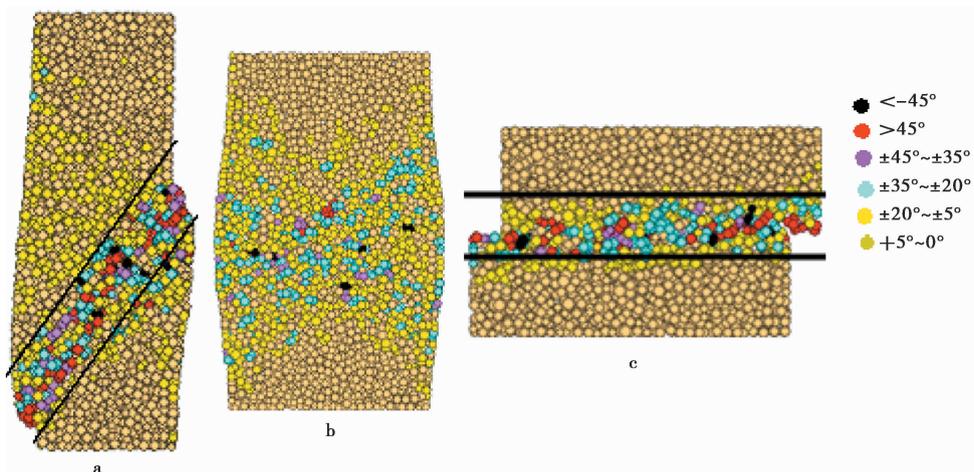


图2 不同荷载条件下试样内颗粒旋转示意图

Fig. 2 Particle rotations under different loading conditions

a. 传统三轴(PS); b. 平面应变(CTC); c. 直剪(DS)

出试样的宏观破坏情况及试样内的微观结构变化。

4.2 颗粒平移

颗粒运动包括两方面,旋转和平移,很多研究者对颗粒土内颗粒的平移及其对试样宏观反应的影响和微观结构的变化作了分析研究^[18]。

应用离散单元法,作者对试样在不同初始密实度、不同围压、不同荷载条件下试样内颗粒的平移进行了研究,不同荷载条件下密实试样在高围压(450kPa)下稳定状态时试样内部颗粒平移的等高图见图3。从图3可以看出,试样内颗粒的平移特性与旋转特性非常相似,在平面应变情况下,试样沿剪切带破坏,剪切带内颗粒平移量大于剪切带外;三轴条件下,试样呈鼓状扩散破坏,试样中部颗粒位移大于试样两端颗粒位移;直剪条件下,试样沿预定面破坏,剪切面内颗粒平移明显大于剪切带外。另外,在三轴条件下,颗粒平移等高图在试样两端显示出锥形区,在锥形区内,颗粒平移最小,这个现象体现了加载面对试样两端颗粒微观结构变化的影响,这一观测结果与 Batiste 等的实验室观测结果一致^[20]。

4.3 孔隙率分布

孔隙率是被广泛认可的影响土的应力-应变-强度-体积变化关系最为重要的参数之一。应力应变关系及体积变化与孔隙率的变化有直接关系。Oda 于 1976 提出了局部孔隙率分布(LVRD)的概念,这一概念被许多研究者用来作为研究颗粒土体微观结构的一个重要参数。试样内孔隙率的分布可

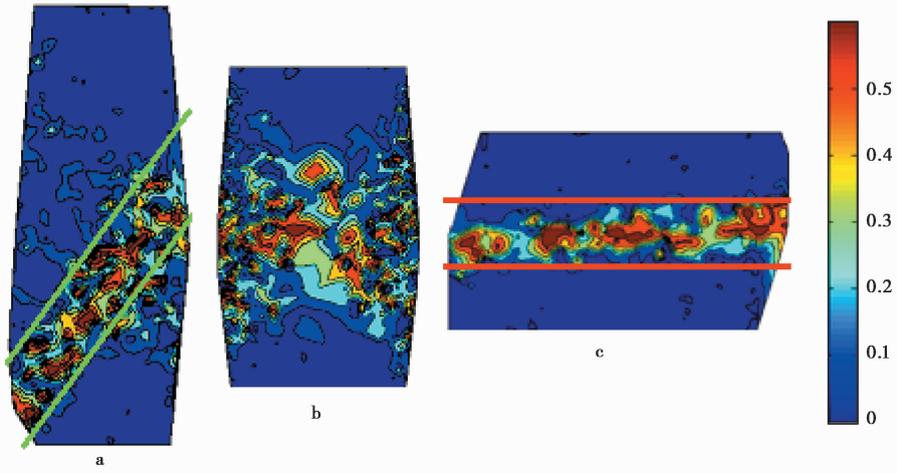


图3 不同荷载条件下试样内颗粒平移示意图

Fig. 3 Particle rotations under different loading conditions

a. 传统三轴(PS); b. 平面应变(CTC); c. 直剪(DS)

以表现试样在不同荷载条件下试样内部微观结构的不同,从而通过微观结构的不同,解释试样不同荷载条件下的不同宏观行为。在平面应变试验中,局部应变是在实验室和数值模拟中都被观测到的一个重要现象,这一现象被认为对试样的行为起着至关重要的决定性作用。实验室试验^[16]和数值模拟^[18]中都观测到,局部应变剪切带内的孔隙率大大高于剪切带外的孔隙率,因此,孔隙率的分布可以用来判别剪切带的形成与发展过程。与 Oda 提出的局部孔隙率相似,作者根据离散单元法的特点,提出了中尺度孔隙率分布的概念,与局部孔隙率相似,中尺度孔隙率也是一种局部孔隙率,但与 Oda 的局部孔隙率概念不同之处在于,Oda 的局部孔隙率是从微观的尺度上定义的,它的尺度在颗粒的尺寸水平,而中尺度孔隙率介于微观局部孔隙率与整体孔隙率之间,它的尺度可能从几个颗粒到几十个颗粒大小的范围,可以依据不同的情况与目的来确定。中尺度孔隙率分布与 Oda 的局部孔隙率相似,但在离散单元法中,它的计算要比局部孔隙率简单很多。图 4 是应用中尺度孔隙率分布法得到的密实试样在高围压下,在不同荷载条件下试样内部孔隙率分布的等值图。与颗粒旋转和平移分布的分析结果相似,中尺度孔隙率分布图可以清晰的表现出试样在不同荷载条件下试样破坏变形的不同及试样内部结构变化的不同。

5 结 论

研究表明,离散单元法作为一种数值模拟

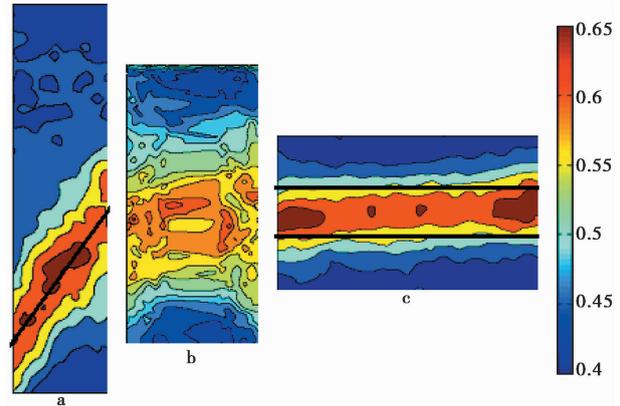


图4 不同荷载条件下试样内部孔隙率分布的等值图

Fig. 4 Local void ratio distribution contours

under different loading conditions

a. PS; b. CTC; c. DS

计算方法,具有比实验室试验快捷、简便、经济的优点。通过对粒状土颗粒尺度上分析,可以对土的宏观力学特性、破坏形态、体积变形特性等有更好的理解和认识。但是,离散单元法从数值建模到理论解释到实际应用,还有很多值得提高和发展的地方。

从数值建模角度,离散单元法还有很多需要提高的地方,如参数取值、树脂薄膜模拟等。数值模型最终目的是要尽可能选用实际的参数值,在合理计算时间内,得到与实验室试验相吻合的结果,然后运用数值方法的优点,更好地解释土的行为特性。

从理论解释角度,粒状土微观颗粒的行为可以从某些方面解释土的宏观特性,但还没有一套成熟的参数体系来与宏观力学中的参数如应力应变来对

应,从理论上将土的微观特性与宏观特性联系起来。另外,对于水与土的相互作用,特别是非饱和土的特性,离散单元法还需要从理论上多加完善。

从实践应用角度,目前离散单元法大多应用于研究土体本构关系、模拟实验室实验等,一些研究者应用离散单元法来模拟一些实际工程如边坡稳定性分析、桩土相互作用等,但这些模拟或者是二维模拟,或者尺寸较小,与实际工程差别较大,这一方面与计算机的运算能力和速度有关,另一方面也与离散单元的实现软件有关,离散元的实际应用能力还有待提高。

参 考 文 献

- [1] 孙其诚, 金峰. 颗粒物质的多尺度结构及其研究框架[J]. 物理, 2009, **38**(4): 225 ~ 232.
Sun Qicheng, Jin Feng. The multi-scale structure of granular matter and its mechanics. *Physics*, 2009, **38**(4): 225 ~ 232.
- [2] 钱建固, 黄茂松. 土体应变局部化现象的理论解析. [J]. 岩土力学, 2005, **26**(3): 432 ~ 436.
Qian Jiangu, Huang Maosong. An analytical solution for criterion of onset of strain localization of soils. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, **26**(3): 432 ~ 436.
- [3] 施斌, 姜洪涛. 黏性土的微观结构分析技术研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, **20**(6): 864 ~ 870.
Shi Bin, Jiang Hongtao. The microstructure of the cohesive soil analysis technology research. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, **20**(6): 864 ~ 870.
- [4] Jiang MJ, Harris D, Yu HS. A novel approach to examining double-shearing type models for granular materials, *Granular Matters*, 2005, **7**(3-4): 157 ~ 168.
- [5] 周健, 姚志雄, 张刚. 管涌发生发展过程的细观试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2007, **3**(5): 842 ~ 848.
Zhou Jian, Yao Zhixiong, Zhang Gang. Meso-laboratory study on initiation and evolution of piping. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2007, **3**(5): 842 ~ 848.
- [6] 周健, 杨永香, 刘洋, 等. 循环荷载下砂土液化特性颗粒流数值模拟[J]. 岩土力学, 2009, **30**(4): 1083 ~ 1088.
Zhou Jian, Yang Yongxiang, Liu Yang, et al. Numerical modeling of sand liquefaction behavior under cyclic loading. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, **30**(4): 1083 ~ 1088.
- [7] Thornton C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media. *Geotechnique*, 2000, **50**(1): 465 ~ 481.
- [8] O'Sullivan C and Bray JD. Selecting a suitable time step for discrete element simulations that use the central difference time integration scheme. *Engineering Computations*, 2004, **21**(2-4): 278 ~ 303.
- [9] Iwashita K and Oda M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method. *Powder Technology*, 2000, **109**(1): 192.
- [10] Zhao X and Evans TM. Discrete simulations of laboratory loading conditions. *International Journal of Geomechanics*, 2009, **9**(4): 169 ~ 178.
- [11] Zeghal M and El Shamy U. A continuum-discrete hydromechanical analysis of granular deposit liquefaction. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2004, **28**: 1361 ~ 1383.
- [12] Rothenburg L and Bathurst RJ. Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles. *Geotechnique*, 1992, **42**(1): 79 ~ 95.
- [13] Ng T-T. Fabric evolution of ellipsoidal arrays with different particle shapes. *Journal of Engineering Mechanics*, 2001, **127**(10): 994 ~ 999.
- [14] Cheung G and O'Sullivan C. Effective simulation of flexible lateral boundaries in two- and three-dimensional DEM simulations. *Particuology*, 2008, **6**(6): 483 ~ 500.
- [15] Kuo C and Frost JD. Uniformity evaluation of cohesionless specimens using digital image analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **122**(5): 390 ~ 396.
- [16] Oda M and Kazama H. Microstructure of shear bands and its relation to the mechanisms of dilatancy and failure of dense granular soils. *Geotechnique*, 1998, **48**(4): 465 ~ 481.
- [17] Wang LB, Frost JD and Lai JS. Three-dimensional digital representation of granular material microstructure from X-ray tomography imaging. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 2004, **18**(1): 28 ~ 35.
- [18] Bardet JP. Observations on the effects of particle rotations on the failure of idealized granular materials. *Mechanics of Materials*, 1994, **18**(2): 159 ~ 182.
- [19] Suiker ASJ and Fleck NA. Frictional collapse of granular assemblies. *Journal of Applied Mechanics*, *Transactions ASME*, 2004, **71**(3): 350 ~ 358.
- [20] Batiste SN, Alshibli KA, Sture S and Lankton M. Shear band characterization of triaxial sand specimens using computed tomography. *Geotechnical Testing Journal*, 2004, **27**(6): 568 ~ 579.