# 房地产寡头有限理性博弈模型的复杂性分析

赖纯见, 陈 迅
(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400044)

**摘要**: 根据区域房地产行业的成本结构特点, 基于政府地价控制行为建立有限理性房地产寡头动态 Cournot 模型, 并分别用理论和数字模拟的方法对其复杂性加以分析. 结果表明, 区域房地产寡头完全静态博弈 Nash 均衡在现实中是通过有限理性、不完全信息动态重复博弈达成的; 在房产开发商生产技术和管理水平一定下, 政府对地价的控制决定区域房地产寡头动态博弈均衡的性质和路径, 从而决定房地产开发市场的类型和均衡稳定性.

**关键词**: 寡头; 博弈; 纳什均衡; 混沌
**中图分类号**: F224.32 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000−5781(2013)03−0285−12

# Complex dynamic analysis for a real-estate oligopoly game model with bounded rationality

**Lai Chunjian, Chen Xun**
(College of Economics & Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** According to the cost structural of the regional real-estate industry, the authors rebuilt the dynamic Cournot game model of real-estate oligopolies with bounded rationality, based on the regional governmental act of land price controlling. The authors studied the complexity of the model through theoretical analysis and simulation. The results show that the Nash equilibrium of the perfect static game between the real-estate oligopolies shall achieve through repetitive dynamic game with bounded rationality, on condition of imperfect information. When the production technology and management skills are given, the type and the path of the Nash equilibrium of the dynamic game between the real-estate oligopolies are determined by the regional governmental act of land price controlling. Thus the type and equilibrium stability of the regional real-estate market are determined by it as well.

**Key words:** oligopoly; game; Nash equilibrium; chaos

## 1 引 言

特定的地理环境、历史人文和国家区域发展政策是房地产市场的重要约束变量, 房地产市场是一个典型的区域性市场. 在区域市场中, 由于开发产品所处的地理位置、自然环境和楼盘开发建设规划条件等资源稀缺性, 使得产品具有区域垄断性; 同时, 区域内替代性开发产品生产者又相互竞争. 在土地采取划拨或协议供应时期(2002 年前), 往往是区域内土地供应信息占优的少数开发商分享市场; 在土地采取“挂拍招”供应后(2002 年后), 由于行业是资金密集型的, 也只有大资本才能取得价格高达数十甚至数百亿元的土地使用权和完成产品开发的后续投资. 目前, 一线城市大开发商拿地的比例已达到百分之七十以上, 房地产开发一级产品市场具有寡头垄断的特点[1,2].

收稿日期: 2011−11−01; 修订日期: 2012−09−20.

古诺寡头静态博弈 Nash 均衡是完全信息、完全理性下一次达成的完美均衡. 但现实中由于信息不完整和有限理性, Nash 均衡的形成总是一个依赖于系统初始条件的动态调整过程. 有不少经济学者从事有限理性寡头博弈动态演化的研究. Elsadany[3] 和 Yssen 等[4]研究了有时滞效应的有限理性双寡头博弈模型, 发现时滞效应能够增加博弈达成均衡的可能性. 文献[5–7]分别研究了具有不变成本、线性成本和递增边际成本的有限理性双、三寡头模型, 得出参与人决策以及条件变量等对系统稳定性和稳定点都有影响的结论. 易余胤等[8]研究具溢出效应的有限理性双寡头重复博弈模型, 指出溢出效应将增加博弈达到 Nash 均衡的可能性. 潘玉荣等[9]分析了不同理性(异质)双寡头博弈 Nash 均衡点的存在性和稳定性, 指出在前期竞争优势下加快产量调整速度影响系统稳定性. 文献[10]研究有限理性类和天真类双寡头竞争, 在等弹性需求函数下, 分别分析 Neimark-Sacker 分岔和 Flip 分岔到混沌的演化, 证明了寡头的类型不影响纳什均衡但影响其稳定性, 以及失稳后所进入的混沌态. Wang 等[11]将环境税收引人到异质混合双寡头的比较分析(私有化前后)中, 得出私有化将导致消费者剩余损失和环境税收减少之和超过其带来的利润增加即降低社会福利的结论. 姚洪兴等[12]将有限理性寡头博弈引入到广告市场竞争模型中, 并对演化过程进行了具体分析.

Puu[13]的研究表明, 随着寡头数目的增加, 古诺博弈纳什均衡仍然存在, 而且逐渐向竞争均衡转化. Pal[14]分析了 Cournot 和 Bertrand模型中异质寡头在一定成本和效率下使用技术的情况, 研究表明, 在技术使用效率不是很低的情况下, Bertrand 竞争下寡头更倾向于采用技术, 但 Cournot 竞争下社会福利更高.

本文在政府管控土地价格下, 建立非线性成本的有限理性房地产开发寡头竞争博弈模型, 并分析其动态演化特性; 分析政府控制地价决策对该博弈系统均衡性质和稳定性的影响及其现实意义.

## 2 模型建立

开发商从取得土地决策至房产产品面市供应一般需要 2 至 3 年或更长的生产周期, 房地产开发过程具有明显的时滞效应. 政府和开发商在进行土地交易时, 均不知道土地体现在房产中的真实价值, 决策只能依赖于将来土地上房产价格的预期值. 同时, 作为房产重要成本的土地价格, 会影响到未来商品房市场的供应量和预期交易价格. 房产商这种基于土地的当期产量投入决策依赖并影响下期产出和市场的情况, 与 Waugh 曾提出的猪–谷理论类似, 反应了土地和房产市场的关联性[15].

影响寡头开发商竞争决策的因素是多方面的, 这不仅包括国际国内经济大环境如经济增长状况、通胀水平等, 还包括区域城市化进程的程度和速度, 人们的消费、投资习惯等, 以及国家货币政策、房地产行业监管和调控政策、经济适用房和公租房建设利用情况等诸多因数. 本文模型前提假设: 1)国家和目标区域宏观经济形势和宏观经济政策相对稳定; 2)房地产需求市场相对稳定且满足至少阶段性出清, 即不存在长期过度需求或需求不足; 3)政府的区域性保障住房与市场普遍交易房产不同质, 即不存在非赢利性博弈参与人; 4)房地产开发商对房产价格的预期, 是基于有限理性的, 即是“短视”的[16].

假设某区域房地产开发商 $t$ 期对 $t+1$ 期房产的预期价格 $p^{\mathrm{e}}$是根据 $n$个开发商寡头的 $t$期产量决策决定的一个线性逆需求函数

$$p^{\mathrm{e}}(q_1, q_2, \ldots, q_n) = a - b\sum_{i=1}^{n} q_i,$$

其中 $a>0, b>0$为常系数, $a$ 表示区域房产的最高预期价格, $q_i, i=1,2,\ldots,n$ 是第 $i$ 个开发商 $t$ 期开工生产、$t+1$ 期竣工面市销售的同类可替代商品房的数量, 区域市场是出清的.

在该区域土地公开市场上, $t$ 期每单位房产对应的土地价格为 $cp^{\mathrm{e}}(q_1, q_2, \ldots, q_n)$, 即楼面地价[1], 其中 $c, 0<c<1$, 表示每单位房产分摊的地价占房价的比率, 是影响博弈均衡类型及稳定性的客观变量, 政府进行房市调控的重要参数.

若第 $i$ 个开发商寡头土地以外的生产、管理、销售成本占房产总成本的比率为 $r_i, 0<r_i<1$, 是与开发

[1]楼面地价即每平方米建筑物分摊的土地成本. 区域政府获益的地价即房地产开发企业的土地成本, 是房产产品成本的主要部分, 可以用单位地价占对应单位房价的一定比例来衡量, 国际上一般是地价约占房价的四分之一, 我国的水平大致为四分之一至二分之一或更高.

商寡头生产技术及管理水平等相关的常数, $r_i$ 越小表示其生产技术及管理能力越强. 则第 $i$ 个开发商寡头的每单位房产平均成本为

$$\mathrm{AC}_i(q_1,q_2,\ldots,q_n)=\frac{c}{1-r_i}p^{\mathrm{e}},$$

从而 $\dfrac{c}{1-r_i}$ 为其销售成本率. 令 $I_i=1-\dfrac{c}{1-r_i}$, 则 $I_i$ 为其销售利润率. 所以第 $i$ 个开发商寡头的成本函数具有非线形式

$$C_i(q_1,q_2,\ldots,q_n)=\frac{c}{1-r_i}\left(a-b\sum_{j=1}^{n}q_j\right)q_i.$$

第 $i$ 个开发商寡头的利润函数为

$$\pi_i(q_1,q_2,\ldots,q_n)=I_i\left(a-b\sum_{j=1}^{n}q_j\right)q_i, \tag{1}$$

由式(1), 第 $i$ 个开发商寡头第 $t$ 期投产房产的边际利润函数为

$$\varGamma_i(t)=\frac{\partial\pi_i(q_1,q_2,\ldots,q_n)}{\partial q_i}=I_i\left(a-b\sum_{j=1}^{n}q_j-bq_i\right). \tag{2}$$

假设每个房产开发商寡头都是有限理性的, 多寡头重复进行 Cournot 博弈. 在需求信息不完备的条件下, 第 $i$个寡头只能根据当期产量 $q_i(t)$ 和边际利润 $\dfrac{\partial\pi_i}{\partial q_i}$ 的情况来调整其下一期的产量 $q_i(t+1)$ [17]. 即如果某寡头在第 $t$ 期边际利润为正, 则会在第 $t+1$ 期增加产量, 反之, 如果边际利润为负则会降低产量. 于是可得第 $i$ 个寡头参与古诺重复博弈的产量动态调整机制

$$q_i(t+1)=q_i(t)+\alpha_i(q_i(t))\varGamma_i(t), i=1,2,\ldots,n, \tag{3}$$

其中 $\alpha_i(q_i(t))$表示第 $i$ 个寡头产量的动态调整速率.

假设动态调整速率 $\alpha_i(q_i(t))$为 $q_i(t)$ 的线性函数, 即 $\alpha_i(q_i(t))=\alpha_iq_i(t),\alpha_i>0,i=1,2,\ldots,n$. 由式(2)和(3)可以得到多寡头古诺重复博弈模型

$$\begin{cases}q_i(t+1)=q_i(t)+\alpha_iq_i(t)I_i\left(a-b\displaystyle\sum_{j=1}^{n}q_j(t)-bq_i(t)\right), & i=1,2,\ldots,n\\ I_i=1-\dfrac{c}{1-r_i}, & i=1,2,\ldots,n.\end{cases} \tag{4}$$

为了简化计算过程, 本文讨论双寡头的情形, 即双寡头模型

$$\begin{cases}q_1(t+1)=q_1(t)+\alpha_1q_1(t)I_1\left(a-b\displaystyle\sum_{j=1}^{2}q_j(t)-bq_1(t)\right)\\ q_2(t+1)=q_2(t)+\alpha_2q_2(t)I_2\left(a-b\displaystyle\sum_{j=1}^{2}q_j(t)-bq_2(t)\right)\\ I_i=1-\dfrac{c}{1-r_i}, i=1,2.\end{cases} \tag{5}$$

## 3　模型分析

对于系统(5)令 $q_i(t+1)=q_i(t),i=1,2$, 可求得其四个平衡点: $E_1=(0,\ 0),E_2=\left(\dfrac{a}{2b},0\right),E_3=$

$\left(0,\dfrac{a}{2b}\right), E_4=\left(\dfrac{a}{3b},\dfrac{a}{3b}\right)$,其中 $E_4$ 与该模型 Cournot 博弈静态均衡点相同,是两开发商寡头边际利润为零时所对应的平衡状态,为 Nash 均衡点. 点 $E_1,E_2,E_3$ 为边界平衡点,而平衡点 $E_2,E_3$ 可以看成是垄断均衡.

由于 $a>0,b>0$,故均衡解均为非负的,下面分析各均衡的局部稳定性. 经计算,得到系统(5)的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{J}=\begin{pmatrix}1+\alpha_1I_1(a-4bq_1-bq_2) & -\alpha_1I_1bq_1\\ -\alpha_2I_2bq_2 & 1+\alpha_2I_2(a-bq_1-4bq_2)\end{pmatrix},$$

其中 $I_i=1-c/(1-r_i), i=1,2$.

**命题 1** 当政府对土地控制使得 $0<c<1-r_i$ 即 $I_i>0, i=1,2$ 时,1) 有界均衡 $E_1,E_2,E_3$ 是不稳定点;2)若 $0<\dfrac{a}{4}\alpha_1I_1\alpha_2I_2<\alpha_1I_1+\alpha_2I_2-\dfrac{a}{4}\alpha_1I_1\alpha_2I_2<\dfrac{3}{a}$ 成立,则 Nash 均衡 $E_4$ 是渐进稳定点.

**证明** 边界平衡点 $E_1$ 处的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{J}_{E_1}=\begin{pmatrix}1+\alpha_1I_1a & 0\\ 0 & 1+\alpha_2I_2a\end{pmatrix},$$

它的两个特征值 $\lambda_1=1+\alpha_1I_1a,\ \lambda_2=1+\alpha_2I_2a$,其中 $a>0,\alpha_i>0,i=1,2$.

$I_1$ 和 $I_2$ 是寡头开发商的销售利润率,表示寡头开发商的创利额(利润加折旧和所得税)水平. 当区域政府组织实现土地控制,使得 $0<c<1-r_i, i=1,2$,即 $I_i>0, i=1,2$ 时,其经济含义是开发商寡头正常生产中均是盈利的. 从而 $\lambda_1>1,\lambda_2>1$,所以均衡点 $E_1$ 是不稳定的.

边界平衡点 $E_2$ 处的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{J}_{E_2}=\begin{pmatrix}1-\alpha_1I_1a & -\alpha_1I_1a/2\\ 0 & 1+\alpha_2I_2a/2\end{pmatrix},$$

它的两个特征值 $\lambda_1=1-\alpha_1I_1a,\ \lambda_2=1+\alpha_2I_2a/2$,有 $\lambda_2>1$,当 $\alpha_1I_1<2/a$ 时,有 $|\lambda_1|<1$. 对应的特征向量分别为 $\boldsymbol{\gamma}_1=(1,0)$ 和 $\boldsymbol{\gamma}_2=\left(-\dfrac{\alpha_1I_1}{2\alpha_1I_1+\alpha_2I_2},\ 1\right)$. 因此,当 $\alpha_1I_1<2/a$ 时,在命题条件下,$E_2$是一个鞍点. 沿着 $q_1$ 轴的轨线是渐进稳定的,沿着 $\gamma_2$ 的切线不稳定. $E_2$ 是不稳定节点.

$E_3$ 和 $E_2$ 具对称结构,在 $\alpha_2I_2<2/a$ 时,$E_3$ 也是一个鞍点. 类似的,沿着 $q_2$ 的轨线是渐进稳定的,而沿着 $\boldsymbol{\gamma}_1{}'=\left(-\dfrac{\alpha_1I_1+2\alpha_2I_2}{\alpha_2I_2},\ 1\right)$ 的切线不稳定. $E_3$ 是不稳定节点.

命题 1 表明,当政府对土地实行低定价,使得地价与区域内所有开发商寡头的生产技术及管理水平相适应即 $0<c<1-r_i, i=1,2$ 时,市场不能形成稳定的垄断均衡,从而有助于政府对房价的控制及管理.

均衡点 $E_4$处的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{J}_{E_4}=\begin{pmatrix}1-\dfrac{2}{3}\alpha_1I_1a & -\dfrac{1}{3}\alpha_1I_1a\\ -\dfrac{1}{3}\alpha_2I_2a & 1-\dfrac{2}{3}\alpha_2I_2a\end{pmatrix},$$

其特征方程为 $p(\lambda)=\lambda^2-\mathrm{tr}(\boldsymbol{J})\lambda+\det(\boldsymbol{J})=0$. 这里 $\mathrm{tr}(\boldsymbol{J})$为矩阵的迹,$\det(\boldsymbol{J})$ 为矩阵的行列式,

$$\mathrm{tr}(\boldsymbol{J})=2-\frac{2}{3}a(\alpha_1I_1+\alpha_2I_2),$$

$$\det(\boldsymbol{J})=1-\frac{2}{3}\alpha_1I_1a-\frac{2}{3}\alpha_2I_2a+\frac{1}{3}\alpha_1I_1\alpha_2I_2a^2,$$

$$(\mathrm{tr}(\boldsymbol{J}))^2-4\det(\boldsymbol{J})=\frac{4}{9}a^2({\alpha_1}^2{I_1}^2-\alpha_1\alpha_2I_1I_2+{\alpha_2}^2{I_2}^2).$$

在命题给定条件下, 有 $(\mathrm{tr}(\boldsymbol{J}))^2-4\det(\boldsymbol{J})>0$, 因此, Nash 均衡 $E_4$ 处的特征值是实的.

下面给出 Nash 均衡 $E_4$ 渐进稳定的充分必要条件. 由 Jury 判据, $E_4$ 局部渐进稳定应满足

1) $1+\mathrm{tr}(\boldsymbol{J})+\det(\boldsymbol{J})>0$; 2) $1-\mathrm{tr}(\boldsymbol{J})+\det(\boldsymbol{J})>0$; 3) $|\det(\boldsymbol{J})|<1$.

由条件 1)可以推出

$$\frac{1}{3}a^2\alpha_1\alpha_2I_1I_2>0, \tag{6}$$

由条件 2)可以推出

$$4+\frac{1}{3}a^2\alpha_1\alpha_2I_1I_2-\frac{4}{3}\alpha_1I_1a-\frac{4}{3}\alpha_2I_2a>0, \tag{7}$$

由条件 3)可以推出

$$\left|1+\frac{1}{3}a^2\alpha_1\alpha_2I_1I_2-\frac{2}{3}\alpha_1I_1a-\frac{2}{3}\alpha_2I_2a\right|<1. \tag{8}$$

联立式(6),(7),(8)可得 Nash 均衡 $E_4$ 渐进稳定的充分必要条件为 $\alpha_1,\alpha_2$ 和政府土地价格控制变量 $c$ 满足

$$0<\frac{a}{4}\alpha_1I_1\alpha_2I_2<\alpha_1I_1+\alpha_2I_2-\frac{a}{4}\alpha_1I_1\alpha_2I_2<\frac{3}{a}. \tag{9}$$

证毕.

Nash 均衡 $E_4$ 在式(9)所定义的区域内是渐进稳定的均衡点. 在生产技术和管理水平即 $r_i, i=1,2$ 确定时, 如寡头控制变量 $\alpha_1,\alpha_2$ 和政府土地价格控制变量 $c$ 超出了这个区域, $E_4$ 将变得不稳定.

该系统在 Nash 均衡点的稳定性依赖于开发商寡头产量扩容参数选择和政府地价控制参数, 有别于静态 Cournot 博弈的均衡态. 在现实中, 给定政府土地价格控制条件, 寡头博弈双方是基于有限理性的, 不可能立即达到 Nash 均衡状态, 而需要双方的反复博弈, 最终才能达成稳定的市场占有分配格局. 而且一旦政府重新调整地价或博弈双方有一方或者两方的产量调整速度过快, 都将会导致系统的偏离均衡及各自的周期解, 进入混动态. 但 $\alpha_1,\alpha_2$ 和政府土地价格控制变量 $c$ 的取值大小不会影响 Nash 均衡解本身, 该系统动态均衡产量取决于市场, 即预期市场价格与产量的关系 $p^{\mathrm{e}}(q_1,q_2)$ (本文中由参数 $a$ 和 $b$ 决定).

**命题 2**　当政府对土地控制, 使得 $0<c<1-r_i$(即 $I_i>0$)且 $c\geqslant 1-r_j>0(I_j\leqslant 0), i\neq j$ 时,

1)均衡 $E_1, E_4$ 是不稳定点.

2)若 $i=1, j=2$, 则当 $(1-r_1)\left(1-\dfrac{2}{\alpha_1a}\right)<c<(1-r_2)\left(1+\dfrac{4}{\alpha_2a}\right)$ 且 $1-r_2\leqslant c<1-r_1$ 时, 均衡 $E_2$ 是渐进稳定点.

同理, 当 $(1-r_2)\left(1-\dfrac{2}{\alpha_2a}\right)<c<(1-r_1)\left(1+\dfrac{4}{\alpha_1a}\right)$ 且 $1-r_1\leqslant c<1-r_2$ 时, 均衡 $E_3$ 是渐进稳定点.

**证明**　证明方法同上, 其中当 $c<(1-r_i)\left(1+\dfrac{2}{a\alpha_i}\right), i=1$ 或 $i=2$ 时, $E_1$ 为鞍点.　证毕.

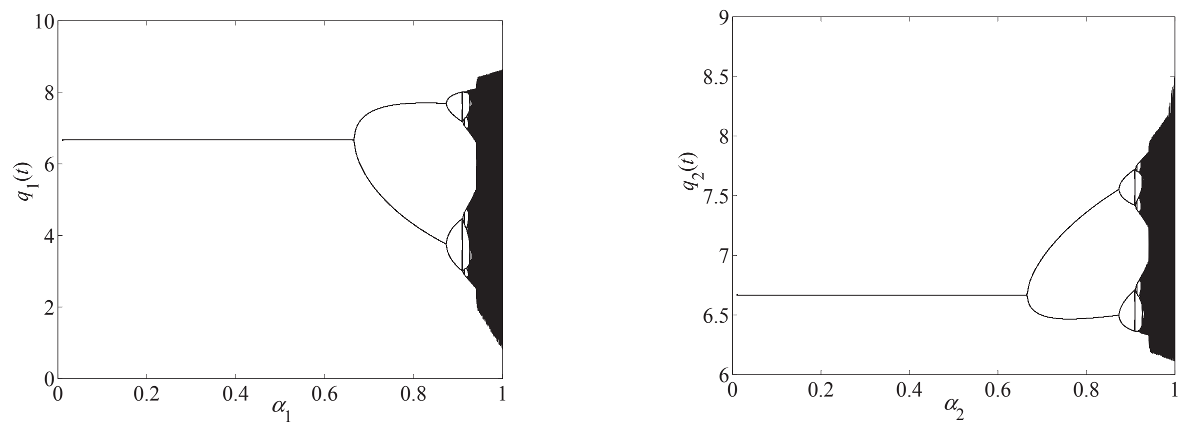
命题 2 表明, 当政府提高地价时, 寡头博弈的格局可能被打破, 形成区域行业垄断. 究其缘由, 在于房产寡头开发商的生产技术和管理水平在一定时期是确定的, 其盈利模式和盈利水平也是相对稳定的. 当作为其成本重要组成部分的土地价格浮动时, 由于寡头间存在盈利水平差异, 就产生了区域行业垄断的客观条件, 即地价上扬使得一寡头仍有盈利而其余寡头微利甚至亏损时, 垄断就会出现.

此外, 当政府对土地控制, 使得 $c\geqslant 1-r_i$ 即 $I_i\leqslant 0, i=1,2$ 时, 参与博弈的寡头均出现经营亏损. 从经济学上讲, 寡头的形成过程决定了参与博弈的寡头不可能同时都出现亏损. 这种情形在现实中表现为区域政府短期内(即房产价格刚性的时间长度)对土地过度寻租, 快速将土地价格炒到很高的水平, 而同期房价上涨远跟不上地价的上涨时, 会挤垮大部分房产寡头开发商, 致使房地产市场进入萧条或停滞期. 这时以本文模

型分析均衡及其稳定性已无现实意义, 寡头参与人在这种情形下生存决策比产量决策更重要, 故本文不再作讨论.

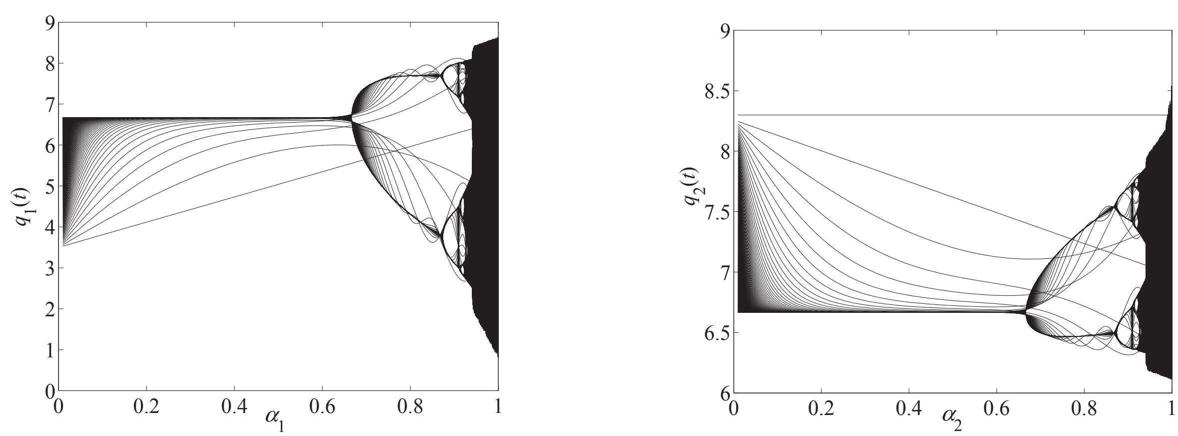
## 4 数值模拟分析

下面通过数值模拟显示该有限理性双寡头博弈非线性系统(5)的动态演化. 图 1 为地价参数恒定时(满足命题1情形), 有限理性双寡头博弈动态演化图(均衡状态及迭代过程), 其参数值为 $a = 10, b = 0.5, c = 0.3, r_1 = 0.5, r_2 = 0.4$, 初值为 $q_{10} = 3.5, q_{20} = 8.6$.




(a)均衡状态

(a)Equilibrium state




(b)迭代过程

(b)Iteration process

**图 1 有限理性双寡头博弈动态演化**$(0 < \alpha_1 < 1)$

Fig. 1 Dynamic evolution of duopoly game with bounded rationality$(0 < \alpha_1 < 1)$

这时 Nash 均衡为(6.67,6.67), 这也是 Cournot 静态完全博弈 Nash 均衡点. 所以, 即使是一个不完全理性的博弈, 被重复进行很多次, 也可能逐渐趋向于 Nash 均衡. 但是, 决不能把它们等同起来, 它们有本质上的区别: 这是动态的均衡, 而完全理性博弈下的均衡则是静态的均衡.

图 1 的数值模拟充分说明本文模型的 Cournot 静态博弈的均衡不是一次性达成的, 而是通过若干次重复博弈, 由周期运动动态调整得到, 见图 1 (b) 中 $\alpha_1 < 0.667$ 的区域. 这表明寡头均是有限理性的, 即每一阶段博弈所参考的仅为前一期信息. 经计算, 当 $a = 10, b = 0.5, \alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.2, r_1 = 0.5, r_2 = 0.4, c = 0.3$ 时, 寡头一经过 64 个周期解迭代达到 Nash 均衡值 6.67; 寡头二经过 65 个周期解迭代达到 Nash 均衡值 6.67; 二寡头经过 65 次动态重复博弈达成 Nash 均衡(6.67,6.67), 见图 2.

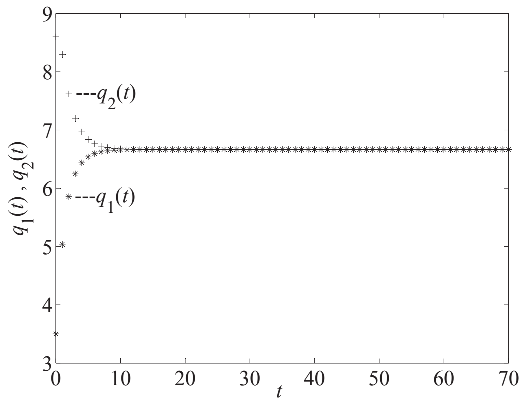



**图 2　有限理性双寡头博弈纳什均衡的迭代轨迹**

Fig. 2　Nash equilibrium iterative path of duopoly game with bounded rationality

若 $c$ 及 $\alpha_2$ 等其他条件不变仅寡头一产量调整速率 $\alpha_1$ 变化时, 尽管均衡解是一致的, 但在寡头一不同的调整速率选择下达成均衡的路径是不同的, 见表 1. 给定寡头二的产量调整速率不变, 寡头一产量调整速率过高或过低都将延长动态博弈达成均衡的历程.

**表 1　寡头策略解周期和达成 Nash 均衡博弈次数**

Table 1　Period of oligopoly strategy solution and repeat times for Nash equilibrium

| $\alpha_1$ 取值 | 寡头一周期解数 | 寡头二周期解数 | 重复博弈次数 |
|---|---|---|---|
| 0.1 | 182 | 179 | 182 |
| 0.2 | 103 | 102 | 103 |
| 0.3 | 80 | 79 | 80 |
| 0.4 | 69 | 70 | 70 |
| 0.5 | 64 | 65 | 65 |
| 0.6 | 165 | 158 | 165 |

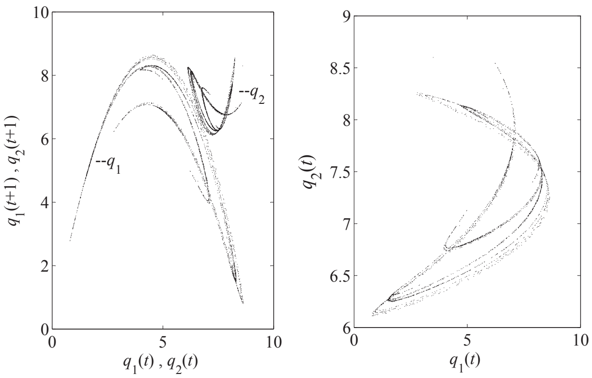
不完全理性、不完全信息下的古诺博弈, 其均衡并不是恒定的, 寡头一产量调整速度 $\alpha_1 > 0.667$ 时, 均衡稳态出现分岔, 均衡被打破, 并出现混沌现象. 表现为二寡头均有越过均衡产量分配限制通过复杂的动态博弈路径争夺产量, 比如混沌状态下 $\alpha_1 = 1$ 的情形, 见图 3.

由于混沌“吸引子”的改变可以改变系统的运行状态 [18], 寡头可以利用混沌短期预测性, 结合自身生产技术水平和所处经营环境, 适时调整参数 $\alpha_i, i = 1, 2$, 力求通过改变混沌“吸引子”来实现对混沌经济系统的掌控, 从而在博弈中获取更有利的支付.

当政府控制地价参数 $c$ 变动时, 根据命题 1, 由式(9)决定的双寡头有限理性动态博弈纳什均衡的渐进稳定条件, 取参数值 $a = 10, b = 0.5, r_1 = 0.5, r_2 = 0.4, c \in [0.1, 0.4]$, 绘出均衡解的稳定区域($\alpha_1, \alpha_2$ 轴和曲线所围成的区域), 见图 4.

由图 4 可以看出, 其他条件不变时, 政府管控的地价参数 $c$ 增大时, 均衡的稳定域是扩大的. 经过调整上述参数值数据反复测试, 在命题 1 式(9)的条件下, 地价参数 $c$ 与均衡的稳定域的这种关系始终成立. 这表明政府对土地价格的控制, 可以调节房地产开发寡头间博弈系统的稳定性, 在一定范围内, 土地价格越高, 动态

博弈系统的稳定性越好. 现实中, 一定时期内房地产寡头之间资金实力的对比会因为地价的提高而固化.




(a)产量序列迭代轨迹　　(b)产量竞争迭代轨迹

(a)产量序列迭代轨迹　　(b)产量竞争迭代轨迹

**图3　有限理性双寡头博弈混沌态的迭代轨迹(“吸引子”)**

Fig. 3　Iterative path of duopoly game with bounded rationality in chaotic state(’attractor’)

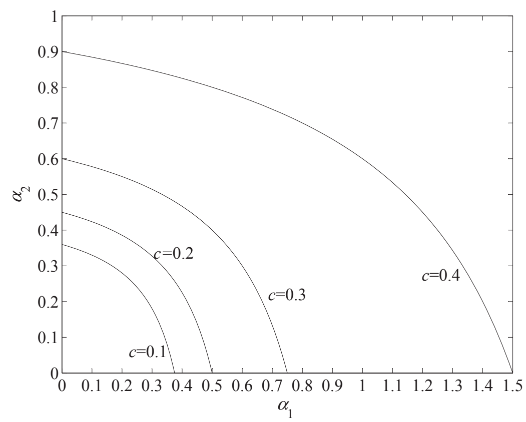
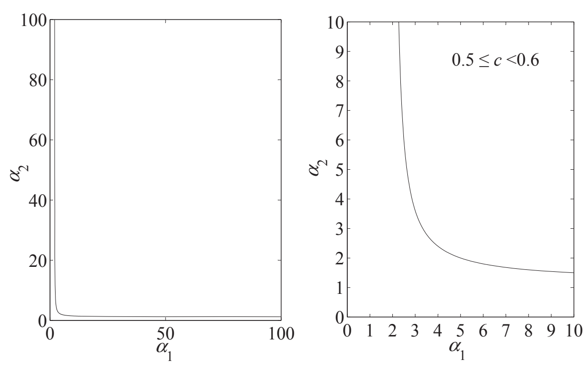



**图4　不同地价参数下有限理性双寡头博弈纳什均衡的稳定区域** $c \in [0.1, 0.4]$

Fig. 4　Nash equilibrium stable area of duopoly game with bounded rationality and different land price parameter $c \in [0.1, 0.4]$

当土地价格过高时, 市场出现垄断均衡(如图6中$0.5 \leqslant c < 0.6$的区域), 即命题2中2)的情形. 垄断均衡解的稳定性同样取决于$c, \alpha_1$和$\alpha_2$的取值, 在本文实验数据$a = 10, b = 0.5, r_1 = 0.5, r_2 = 0.4, c \in [0.5, 0.6)$下, $\alpha_1$和$\alpha_2$的取值决定的垄断均衡稳定区域, 即命题2中垄断均衡解$E_3$的稳定区域, 见图5.




(a)渐进稳定区域　　(b)稳定区域局部放大

(a)Asymptotically stable area　　(b)Drawing of partial enlargement of stable area

**图5　有限理性双寡头博弈垄断均衡的渐进稳定区域**

Fig. 5　Asymptotically stable area of monopoly equilibrium of duopoly game with bounded rationality

从图 5 中可以直观看出, 在实验数据下垄断厂商可通过更高的调整速度在更大范围内调整产量以获取超额利润.

图 6 表示市场和寡头参数值 $a = 10, b = 0.5, \alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.2, r_1 = 0.5, r_2 = 0.4$ 恒定,而政府地价控制参数 $c$ 调整时, 有限理性双寡头博弈动态演化过程.

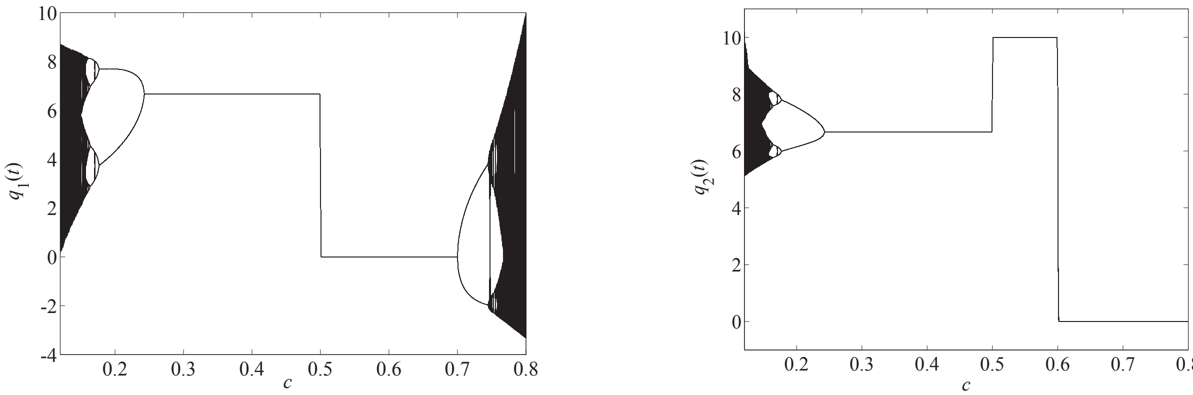



**图 6　有限理性双寡头博弈动态演化**$(0 < \alpha_1 < 1)$

Fig. 6　Dynamic evolution of duopoly game with bounded rationality$(0 < \alpha_1 < 1)$

图形呈倒分岔形态, 依次分为以下四个区域

1)混沌态博弈区域

按实验数据, 由命题 1 条件和式(9)可计算出混沌区域为 $c \in [0, 0.2424]$, 这与实验结果相符, 见图 4 倒分岔区域. 从实践上看, 当政府将地价控制在房价的 24.24% 以下时, 二寡头的边际利润空间均比较大, 产量增加带来的利润增加均高于产量上升致使价格下降形成的利润损失. 为了获取更多利润, 寡头都有动力和能力提升产量而不愿受均衡的约束, 互相争夺. 任一寡头均具有任意正周期, 即使通过无穷次重复博弈也达不成行业稳定均衡. 混沌态的判定采用寡头决策产量的最大 Lyapunov 指数法, 见图 7.

2) Nash 均衡区域

实验数据表明, 双寡头博弈 Nash 均衡稳定区域为 $c \in [0.2424, 0.5)$, 这与命题 1 条件($c < 0.5$)和式(9)的约束 $0.2424 < c < 0.5275$ 是相吻合的. 该区域寡头开发商面对相对较高的成本, 由于市场预期价格是产量约束的, 任一寡头盲目扩张产量可能得不偿失, 所以有限理性的双寡头可以通过有限次重复博弈达成稳定 Nash 均衡(6.67,6.67).

3)垄断均衡区域

由命题 2, 当政府地价控制参数 $c \in [0.5, 0.6)$ 时, 在实验参数条件下, 二寡头经过各自周期运动路径重复博弈, 达成渐进稳定的垄断均衡. 据上文论述, 若政府地价在区间[0.5,0.6)之内确定不变, 且二寡头在博弈中选择图5所示的区域决策, 则该垄断均衡是渐进稳定的.

4)行业滞涨区域

图 6 中 $c \in [0.6, 0.7)$ 时, 寡头均衡产量均为 0, 以及当 $c \in [0.7, 0.8)$ 时, 均衡产量出现零和负数的组合. 从经济内涵和现实意义上看, 该区域反映了政府实行超高地价, 即土地成本占到对应房价的60%以上, 在实验数据的生产技术和管理水平下, 所有寡头的利润空间都被挤掉, 寡头将全部停止开发, 行业处于滞涨阶段.

模型的上述区域分析有其重要的现实意义. 在开发商寡头实力相当(如实验数据寡头的技术管理综合实力指标分别为 $r_1 = 0.5$ 和 $r_2 = 0.4$)的前提下, 政府对地价的控制决定着房地产开发市场所处的状态. 当政

府控制地价很低时, 比如楼面地价比率低于25%(实验数据为 24.24%以下), 寡头市场处于混沌态, 所有寡头开发商扩张的路径是复杂多变的, 政府几乎难于实现有效的监管和调控. 这恰似我国 2002 年以前的房地产业, 土地供应采取划拨、协议出让方式, 楼面地价很低, 以至于出现很多不合规和暗箱操作. 2002 年以后, 土地供应改为“招拍挂”方式, 楼面地价提升, 由于地区差异, 楼面地价比率 $c$ 大约在 $1/4$ 至 $1/2$ 之间(与实验数据情形相仿), 这种情况下政府实现了对房地产市场的有效监管和调控. 而这些年, 一些地区政府以土地财政模式发展, 区域发展政府投资主要源于土地变现, 盲目抬高地价至楼面地价比率 $c$ 大于 50% (与实验数据情形相仿), 土地资源被过度透支和寻租, 房地产业从寡头到垄断演化. 在流动性过剩或游资集散的情况下, 房价节节高升, 不仅老百姓买不起房, 政府对房地产行业管理风险剧增, 还将危及该行业的健康发展, 局部地区甚至显现区域性房地产行业滞涨或崩盘的危险. 所以, 在社会特定的生产技术和管理水平阶段, 政府能通过对地价参数的控制, 使房地产开发系统进入不同运行状态, 从而实现对房地产市场的宏观管控.

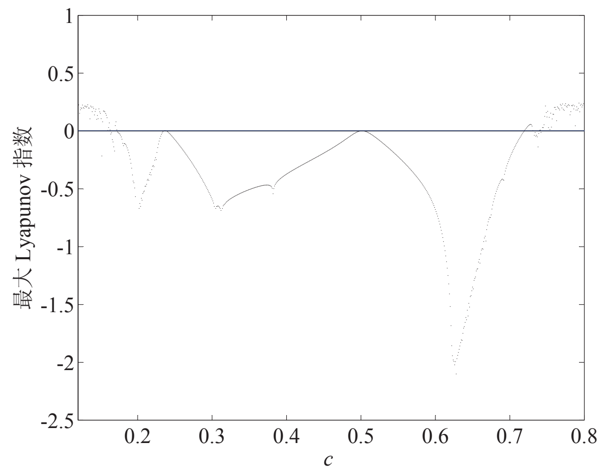



**图 7 地价参数调整时有限理性双寡头博弈寡头 1 的最大 Lyapunov指数**

Fig. 7 Largest Lyapunov exponent of oligarch 1 in duopoly game with bounded rationality and different land price parameter

图 8 是三寡头有限理性博弈的情形, 选取 $a=10, b=0.5, c=0.3, \alpha_2=0.2, \alpha_3=0.3, r_1=0.5, r_2=0.4, r_3=0.35$.

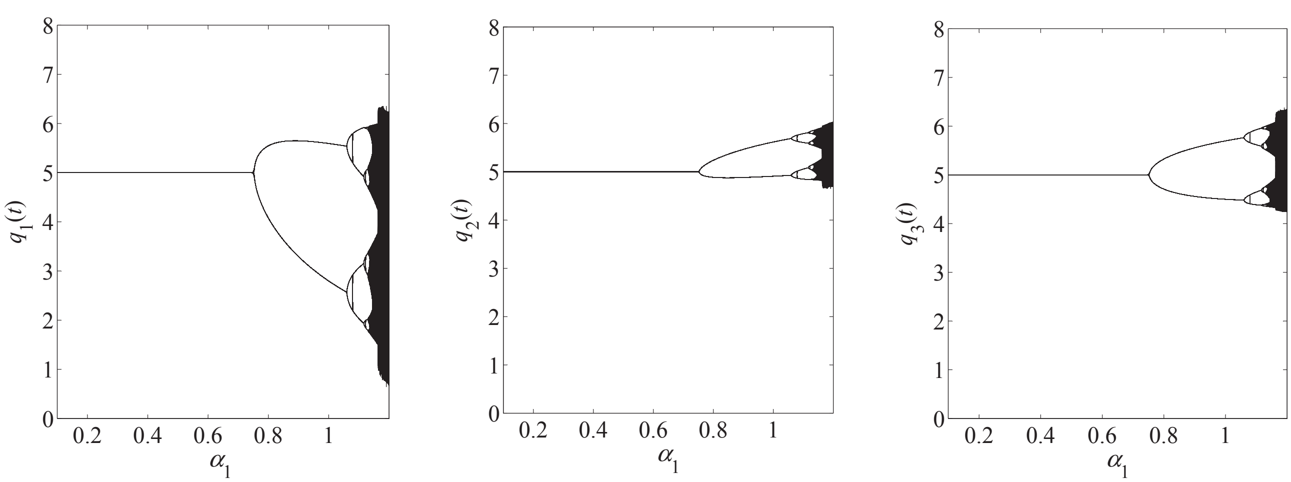



**图 8 有限理性三寡头博弈动态演化**

Fig. 8 Dynamic evolution of triopoly game with bounded rationality

由图 8 可见, 三寡头博弈与二寡头博弈有类似的动态演化过程. 经实验数据测试和 Jury 条件推定, 双寡头和三寡头博弈的情形可以推广到多寡头市场, 即多寡头有限理性博弈在本文模型下也有类似动态演化过程. 文献[13]的研究也有类似的结论.

## 5 结束语

经典的 Cournot 模型研究寡头竞争一般是以博弈各方具有完备信息和完全理性为前提, 在线性生产成本下进行分析. 事实上, 区域房地产开发寡头是有限理性的, 而且是在政府对地价控制和管理的约束下进行生产, 具有特殊的成本结构. 本文建立的模型综合考虑了非线性成本因素和政府地价控制约束, 比经典的 Cournot 模型更接近现实. 以双寡头和三寡头为例, 分析了有限理性下寡头博弈 Nash 均衡的动态解条件和解路径, 以及均衡解渐进稳定区域, 特别是给出了垄断均衡的参与人决策条件和地价控制参数. 从分析的结论看, 在房地产开发商生产技术和管理水平的某个特定阶段, 房地产市场的状态很大程度取决于政府对土地资源的利用及其价格管理; 本文对政府地价调整下房地产开发市场可能出现的混沌态、渐进稳定的寡头垄断均衡、渐进稳定的垄断均衡和滞涨等情形给予了经济学解释, 试图为房地产开发商投资决策和政府对房地产业宏观调控提供理论参考.

**参考文献:**


[1] 高一兰, 王永波. 房地产市场供给锁定型市场结构研究[J]. 经济体制改革, 2011(1):131–135.
Gao Yilan, Wang Yongbo. A research on supply-locked market structure of real estate[J]. Reform of Economic System, 2011(1): 131–135. (in Chinese)

[2] Shilling J D, Sing T F. Developer's Reputation and Market Structure: Why Is the Real Estate Market an Oligopoly[R]. Boston: Annual ASSA-AREUEA Conference, 2006.

[3] Elsadany A A. Dynamics of a delayed duopoly game with bounded rationality[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2010, 52(9/10): 1479–1489.

[4] Yassen M T, Agiza H N. Analysis of a duopoly game with delayed bounded rationality[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 138(3): 387–402.

[5] Peng J, Miao Z H, Peng F. Study on a 3-dimensional game model with delayed bounded rationality[J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 218(5): 1568–1576.

[6] 罗　琴, 丁占文. 一个基于有限理性的资源寡头博弈的动态调整模型[J]. 统计与决策, 2009, 278(2): 14–16.
Luo Qin, Ding Zhanwen. A dynamic adjustment model of resource duopoly game based on bounded rationality[J]. Statistics and Decision, 2009, 278(2): 14–16. (in Chinese)

[7] Lu Yali. Dynamics of a delayed duopoly game with increasing marginal costs and bounded rationality strategy[J]. Procedia Engineering, 2011, 15(4):4392–4396.

[8] 易余胤, 盛昭瀚, 肖条军. 具有溢出效应的有限理性双寡头博弈的动态演化[J]. 系统工程学报, 2004, 19(3): 244–250.
Yi Yuyin, Sheng Zhaohan, Xiao Tiaojun. Dynamics of duopoly model with bounded rationality and spillover effect[J]. Journal of Systems Engineering, 2004, 19(3): 244–250. (in Chinese)

[9] 潘玉荣, 贾朝勇. 不同理性双寡头博弈模型的复杂性分析[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2007, 4(2): 71–76.
Pan Yurong, Jia Chaoyong. Complex dynamics analysis for a duopoly game with heterogeneous players [J]. Complex Systems and Complexity Science, 2007, 4(2): 71–76. (in Chinese)

[10] Tramontana F. Heterogeneous duopoly with isoelastic demand function[J]. Economic Modelling, 2010, 27(1):350–357.

[11] Wang L F S, Wang J. Environmental taxes in a differentiated mixed duopoly[J]. Economic Systems, 2009, 33(4): 389–396.

[12] 姚洪兴, 徐　峰. 双寡头有限理性广告博弈模型的复杂性分析[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(12): 32–37.
Yao Hongxing, Xu Feng. Complex dynamics analysis for a duopoly advertising model with bounded rationality [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2005, 25(12): 32–37. (in Chinese)

[13] Puu T. On the stability of cournot equilibrium when the number of competitors increases[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2006, 66(3/4): 445–456.

[14] Pal R. Technology adoption in a differentiated duopoly: Cournot versus Bertrand[J]. Research in Economics, 2010, 64(2): 128–136.

[15] 牟玲玲, 陈立文, 张俊玲. 非均衡房地产市场博弈行为复杂性研究[J]. 系统工程学报, 2010, 25(6): 824–828.
Mu Ling1ing, Chen Liwen, Zhang Junling. Complexity of game behavior in non-equilibrium real estate market [J]. Journal of Systems Engineering, 2010, 25(6): 824–828. (in Chinese)

[16] 陈　林, 朱卫平. 基于二手市场与理性预期的房地产市场机制研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(2): 61–70.
Chen Lin, Zhu Weiping. Research on real estate market mechanism in the second-hand market and rational expectation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(2): 61–70. (in Chinese)

[17] 马军海, 彭　靖. 延迟决策对一类寡头博弈模型的影响分析[J]. 系统工程学报, 2010, 25(6): 812–817.
MA Junhai, Peng Jing. Influence of delayed decision on an oligopoly gam emodel[J]. Journal of Systems Engineering, 2010, 25(6): 812–817. (in Chinese)

[18] 盛昭瀚, 姚洪兴, 王海燕, 等. 混沌动力系统的重构预测与控制[M]. 北京: 中国经济出版社, 2003.
Shen Zhaoan, YaoHongxing, Wang Haiyan. Reconstructing, Forecasting and Controlling on Chaotic Dynamic System[M]. Beijing: China Economic Publishing House, 2003. (in Chinese)

## 作者简介:

赖纯见(1973—), 男, 重庆人, 博士生, 研究方向: 数量经济学, 计量经济学, Email: laicj@126.com;

陈　迅(1951—), 男, 河南巩义人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 数量经济学, 产业经济学及区域经济学, Email: chenxun@cqu.edu.cn.