

存货影响销售和顾客等待的特价商品 EOQ 模型

罗 兵^{1, 2}, 王晶晶¹, 常旭华³

(1. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030;

2. 重庆大学现代物流重庆市重点实验室, 重庆 400030;

3. 同济大学经济与管理学院, 上海 200092)

摘要: 特价商品具有明显的存货影响销售临界点, 缺货期间短缺量滞后供给与商品销售价和顾客等待时间密切相关. 考虑顾客等待行为, 构造了一个新的短缺量滞后供给分数, 建立了相应的特价商品 EOQ 模型, 分析了模型唯一最优解存在的条件, 并给出数值算例和主要参数的灵敏度分析. 研究表明: 特价商品销售价和期初库存量均存在一定合理区间, 当销售价与采购价之差大于保管成本与存货影响销售因子之比时, 销售商获得最大平均利润; 商品销售价和价格敏感因子对销售商订货策略和利润有较大影响.

关键词: 存货影响销售; 顾客等待行为; 特价商品; EOQ 模型

中图分类号: F224.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2013)03-0362-08

EOQ model for off-price merchandise with stock-dependent selling rate and waiting behavior of customers

Luo Bing^{1, 2}, Wang Jingjing¹, Chang Xuhua³

(1. School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Chongqing Key Laboratory of Logistics, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

3. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: It is obvious that the selling rate of off-price merchandise will be affected when the stock is above a certain level, and the backlogging rate closely relates to the selling price and customer waiting time. In this paper, a new backlogging rate has been constructed by considering waiting behaviors of customers, and an EOQ model for off-price merchandise has been generated. The existence of the unique optimal solution, key parameters' sensitivity and the meanings of economic management are analyzed. It is shown that the selling price and initial stock level of off-price merchandise have a reasonable interval, and distributors gain the maximum average profit when the difference between the selling price and purchased price is greater than the ratio of per holding cost and stock-dependent selling rate factor. The selling price and price sensitivity factor have greater influence on distributors' ordering strategy and average profit than that of other factors.

Key words: stock-dependent selling rate; waiting behavior of customers; off-price merchandise; EOQ model

1 引言

在市场营销实践中, 许多销售商发现卖场货架上的商品数量会影响消费者的购买行为, 货架上展示的商品数量越多, 越能刺激顾客购买欲望, 即产生存货影响销售现象, 当存货水平下降到某一临界点时, 这种

收稿日期: 2011-08-18; 修订日期: 2012-08-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70872123); 中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS11020040).

现象会逐渐减弱甚至消失. Levin等^[1], Silver等^[2]较早地研究了存货影响销售问题, Datta等^[3]进一步分析了期初库存量和存货影响销售临界点之间的关系, 建立了提前期为零且不允许缺货的库存模型, Urban^[4]在文献[3]基础上, 分析了期初库存量与期末库存量的关系, 求出三种情况下的最优订货周期, Paul等^[5]建立了一个两阶段存货影响销售且短缺量完全拖后的EOQ(economic ordering quantity)模型, 文献[1-5]均假定商品无短缺量拖后或完全拖后, 但实际中, 商品由于各种原因会出现缺货, 在缺货期间, 一些顾客愿意等待一段时间滞后提货, 而另一些顾客则转向购买其他商家的产品. 影响顾客是否愿意等待补货(滞后供给)的因素有短缺量, 等待时间, 补货速度以及价格折扣等, Padmanabhan等^[6]研究了缺货量水平对滞后供给的影响, 认为商品缺货数量越大, 顾客越容易丧失等待补货的信心, Chang等^[7]则认为等待时间越长, 顾客越不愿意等待, San等^[8]进一步研究了顾客相对等待时间的情况, Abad^[9]认为在边生产边需求系统中, 短缺量滞后供给与销售商开始补货时刻, 缺货水平以及补货速度有关, Pan等^[10], Lee等^[11]建立了提前期可控的短缺量部分拖后库存模型, 分析了价格折扣对滞后供给和订货策略的影响, 闵杰等^[12]构造了一类需求受当前库存水平影响的非立即变质性物品库存模型, 曹宗宏等^[13]提出一个二层供应链协调模型, 文献[6-13]是从单方面分析仓库缺货期间顾客的等待行为, 没有考虑顾客等待时间, 销售价, 补货速度等对短缺量滞后供给和订货策略的综合影响, 也未涉及实际销售中经常出现的存货影响销售临界点问题.

值得一提的是, 一项较新研究 Hsieh等^[14]虽然涉及存货影响销售率临界点和顾客等待时间, 但仍然没有考虑销售价等对短缺量滞后供给的影响. 近年来, 市场竞争使得许多商家或卖场(超市、百货商场等)经常推出特价商品, 起初特价商品容易被消费者误以为缺陷商品或快到保质期的商品, 为了避免这种误解, 商家一般在货架上摆放较多的现货. 此外, 特价商品多数是日常消费品, 周转速度快, 容易缺货, 其主要消费者为低收入群体, 他们即使在商品缺货时, 也愿意等待一段时间购买, 其等待行为不仅与等待时间有关, 还与商品销售价有紧密联系. 这就要求销售商确定最优期初库存量和缺货时间, 以提高顾客服务水平.

基于此, 本文以卖场(超市, 百货商场等)特价商品为研究对象, 针对特价商品具有明显的存货影响销售临界点, 在缺货期间消费者滞后供给态度与销售价和顾客等待时间相关, 构造了一个新的短缺量滞后供给分数, 建立一种基于存货影响销售和顾客等待行为的特价商品EOQ模型, 研究主要参数对订货策略和平均利润的影响, 为销售商制定采购计划提供决策依据.

2 假设条件和符号定义

特价商品在一个销售周期内存在三个阶段: 1)特价商品数量高于临界点, 有存货影响销售现象; 2)特价商品有现货但数量低于临界点, 无存货影响销售现象; 3)特价商品缺货, 短缺量部分滞后供给. 在缺货期间, 顾客等待意愿取决于销售价和等待时间, 销售价越高, 等待时间越长, 顾客越不愿意等待; 特价商品主要利用价格低廉刺激顾客购买或等待购买, 这正是卖场(超市, 百货商场等)推出特价商品很受欢迎的原因.

对 Chang等^[7], Abad^[9]等的短缺量滞后供给分数 ρ 进行改进, 具体形式为

$$\rho = k_0 e^{-k_1 p_s} / (1 + k_2 \tau),$$

其中 p_s 为商品销售价, τ 为顾客等待时间, k_0 为短缺量滞后供给敏感因子, k_1 为滞后供给价格敏感因子(简称价格敏感因子), k_2 为顾客等待时间敏感因子(简称等待时间敏感因子).

显然, 短缺量滞后供给分数与商品销售价和顾客等待时间有关, 随销售价提高指数递减, 随顾客等待时间增加线性递减. 这是考虑特价商品在缺货时, 顾客的等待(滞后供给)意愿更加取决于销售价本身, 而等待时间的影响相对较小, 因为指数函数的递减速度比线性函数快得多.

假设条件和符号定义如下: 单周期问题; 允许缺货, 补货能力无限, 补货提前期为零; S 为库存系统期初库存量(决策变量); S_0 为存货影响销售临界点, 当 $I > S_0$ 时, 存在存货影响销售现象, β 为存货影响销售因子, D 为市场需求率; Q 为一个周期订货量; T 为订货周期长度; $I(t)$ 为 t 时刻点库存水平; B 为最大滞后供给

量; L 为最大丢单量; t_0 为 S_0 对应的时刻点; t_1 为有现货时间; t_2 为缺货时间(决策变量); λ 为服务水平; p_b 为商品采购价; C_0 为一次订购成本; h 和 c_s 分别为单位商品单位时间保管和缺货成本; c_l 为单位商品丢单成本.

3 特价商品库存模型和最优解

3.1 建立数学模型

一个周期内的库存水平变化如图 1 所示.

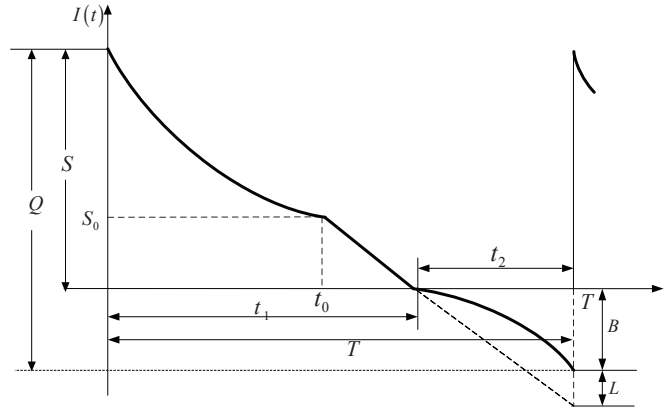


图 1 一个周期内库存水平变化情况

Fig. 1 The inventory level in a cycle

一个周期内 t 时刻的库存水平需满足下列方程

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -D - \beta I_1(t), t \in [0, t_0), \quad (1)$$

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = -D, t \in [t_0, t_1), \quad (2)$$

$$\frac{dI_3(t)}{dt} = \frac{-k_0 e^{-k_1 p_s} D}{1 + k_2(T - t)}, t \in [t_1, T], \quad (3)$$

式(1)、式(2)和式(3)需分别满足 $I_1(0) = S$, $I_2(t_1) = 0$ 和 $I_3(t_1) = 0$.

由此可求得

$$I_1(t) = \left(S + \frac{D}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{D}{\beta}, t \in [0, t_0), \quad (4)$$

$$I_2(t) = D(t_1 - t), t \in [t_0, t_1), \quad (5)$$

$$I_3(t) = \frac{k_0 e^{-k_1 p_s} D}{k_2} \ln \left(\frac{1 + k_2(T - t)}{1 + k_2(T - t_1)} \right), t \in [t_1, T]. \quad (6)$$

由 $I_1(t_0) = S_0$, 可得

$$t_0(S) = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D} \right).$$

由 $I_2(t_0) = S_0$, 可得

$$t_1 = t_0(S) + \frac{S_0}{D} = \frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D} \right). \quad (7)$$

一个周期的长度为

$$T = t_1 + t_2 = t_2 + \frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D} \right).$$

一个周期内的销售收入和各项成本计算如下.

$$\text{销售收入 } R = p_s (S + |I_3(T)|) = p_s \left(S + \frac{k_0 e^{-k_1 p_s D}}{k_2} \ln(1 + k_2 t_2) \right),$$

$$\text{采购成本 } C_b = p_b (S + |I_3(T)|) = p_b \left(S + \frac{k_0 e^{-k_1 p_s D}}{k_2} \ln(1 + k_2 t_2) \right),$$

$$\text{保管成本 } C_h = h \left(\int_0^{t_0} I_1(t) dt + \int_{t_0}^{t_1} I_2(t) dt \right) = h \left(\frac{1}{\beta^2} \left(\beta(S - S_0) - D \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D} \right) \right) + \frac{S_0^2}{2D} \right),$$

$$\text{丢单成本 } C_l = c_l \int_{t_1}^T (1 - \rho) D dt = c_l D \left(t_2 - \frac{k_0 e^{-k_1 p_s D}}{k_2} \ln(1 + k_2 t_2) \right),$$

$$\text{滞后供给成本 } C_s = c_s \int_{t_2}^T |I_3(t)| dt = \frac{c_s k_0 e^{-k_1 p_s D}}{k_2^2} (k_2 t_2 - \ln(1 + k_2 t_2)).$$

因此, 库存系统一个周期内的平均利润

$$\begin{aligned} \pi(S, t_2) &= \frac{1}{T} (R - C_b - C_h - C_l - C_s - C_0) \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{k_0 e^{-k_1 p_s D}}{k_2} \left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2} \right) \ln(1 + k_2 t_2) + \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta} \right) S - \right. \\ &\quad \left. (c_s M + c_l) D t_2 + \frac{hD}{\beta} t_0(S) - \frac{hS_0^2}{2D} + \frac{hS_0}{\beta} - C_0 \right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中 C_0 为订购成本, $M = k_0 e^{-k_1 p_s} / k_2$.

3.2 模型的最优解分析及经济管理含义

由式(8)可得库存系统优化模型为

$$\begin{cases} \text{Max}_{S, t_2} \pi(S, t_2) \\ \text{s.t.} \\ S \geq S_0, \\ t_2 \geq 0. \end{cases}$$

为使平均利润取得最大值, 需同时满足一阶条件 $\frac{\partial \pi(S, t_2)}{\partial S} = 0$ 和 $\frac{\partial \pi(S, t_2)}{\partial t_2} = 0$, 即

$$p_s - p_b - \frac{h}{\beta} + \frac{hD}{\beta(\beta S + D)} - \pi(S, t_2)/(\beta S + D) = 0, \quad (9)$$

$$\left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2} \right) DMX'(t_2) - (c_s M + c_l) D - \pi(S, t_2) = 0, \quad (10)$$

其中 $X'(t_2) = \frac{k_2}{1 + k_2 t_2}$.

联立式(9)和式(10)可得式(11), 联立式(9)和式(8)可得式(12), 即

$$\left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta} \right) (\beta S + D) = \left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2} \right) DMX'(t_2) - \left(c_l + c_s M + \frac{h}{\beta} \right) D, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{hD}{\beta} + (\beta S + D) \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta} \right) \right) \left(t_2 + \frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D} \right) \right) = \\ &\left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2} \right) DMX(t_2) + \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta} \right) S - (c_s M + c_l) D t_2 + \\ &\frac{hD}{\beta} t_0(S) - \frac{hS_0^2}{2D} + \frac{hS_0}{\beta} - C_0. \end{aligned} \quad (12)$$

因为 $S \in [S_0, +\infty)$, $t_2 \in [0, +\infty)$, 求极限可得

$$\lim_{S \rightarrow S_0, t_2 \rightarrow 0} \pi(S, t_2) = \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) D + \frac{hD}{\beta} - \frac{hS_0}{2} - \frac{C_0 D}{S_0},$$

将此极限表达式与由式(9)得到的

$$\pi(S, t_2) = \frac{hD}{\beta} + \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) (\beta S + D)$$

比较可知, 此极限值小于任意极值点下的平均利润, 即

$$\left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) D + \frac{hD}{\beta} - \frac{hS_0}{2} - \frac{C_0 D}{S_0} < \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) D + \frac{hD}{\beta} + \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) \beta S$$

恒成立. 因此, 模型边界点的平均利润小于模型最优解.

综上所述, 同时满足式(11),(12)的 S 和 t_2 即为优化模型的最优解.

另外, $X'(t_2) = \frac{k_2}{1 + k_2 t_2}$, 代入式(11), 令 $f(t_2)$ 等于式(11)右边, 有

$$f(t_2) = \left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2}\right) \frac{k_2 D M}{1 + k_2 t_2} - D \left(c_l + c_s M + \frac{h}{\beta}\right), \quad (13)$$

则式(11)等价于

$$\left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) (\beta S + D) = f(t_2). \quad (14)$$

利用式(14)求解 S , 可得

$$S(t_2) = \frac{f(t_2)}{\beta(p_s - p_b) - h} - \frac{D}{\beta}, \quad (15)$$

对 $S(t_2)$ 求关于 t_2 的导数, 可得

$$\frac{dS(t_2)}{dt_2} = \frac{f'(t_2)}{\beta(p_s - p_b) - h}, \quad (16)$$

将式(15)代入式(12), 可得

$$\begin{aligned} & \left(\frac{hD}{\beta} + (\beta S(t_2) + D) \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right)\right) \left(t_2 + \frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S(t_2) + D}{\beta S_0 + D}\right)\right) - \\ & \left(p_s - p_b - \frac{h}{\beta}\right) S(t_2) - \left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2}\right) D M X(t_2) + \\ & (c_s M + c_l) D t_2 - \frac{hD}{\beta} t_0(S) + \frac{hS_0^2}{2D} - \frac{hS_0}{\beta} + C_0 = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

令函数 $F(t_2)$ 等于式(17)左边, 则模型最优解的存在性取决于 $F(t_2)$ 的性质, 有以下结论.

定理 1 当 $p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$ 时, 存在唯一的 t_2^* , 使得 $F(t_2^*) = 0$.

证明 利用式(15),(16),(17), 对 $F(t_2)$ 求关于 t_2 的导数, 可得

$$\frac{dF(t_2)}{dt_2} = - \left(t_2 + \frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta S + D}{\beta S_0 + D}\right)\right) f'(t_2), \quad (18)$$

其中 $f'(t_2) = - \left(p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2}\right) \frac{D M k_2^2}{(1 + k_2 t_2)^2}$.

由于 $p_s - p_b + c_l + \frac{c_s}{k_2} > 0$, 则 $f'(t_2) < 0$, 因此 $\frac{dF(t_2)}{dt_2} > 0$ 恒成立, $F(t_2)$ 为区域内严格单调增函数.

另外, 当 $t_2 = 0$ 时, 可得

$$F(t_2)|_{t_2=0} = \frac{1}{\beta} [f(0) - ZD] - f(0) \left(\frac{S_0}{D} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{f(0)}{Z(\beta S_0 + D)} \right) \right) - \frac{hS_0^2}{2D} - C_0, \quad (19)$$

其中 $Z = p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$, $f(0) = Z[\beta S(t_2)|_{t_2=0} + D] > 0$. 由于 $\rho(\tau)|_{\tau=0} = k_0 e^{-k_1 p_s} \leq 1$, 因此 $f(0) - ZD = (k_0 e^{-k_1 p_s} - 1)(p_s - p_b + c_l)D \leq 0$. 即当 $p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$ 时, $F(t_2)|_{t_2=0} < 0$ 恒成立, 因此存在唯一的 t_2^* , 使得 $F(t_2^*) = 0$.

定理 2 当 $p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$ 时, 优化模型存在唯一最优解.

证明 由定理 1 可知, 存在唯一的 t_2^* , 使得 $F(t_2^*) = 0$, 即存在唯一的 t_2^* 使得式(17)成立; 由式(15)可求出 $S^* = S(t_2^*)$, 此时, t_2^* 和 S^* 同时满足式(11)和式(12), 所以, 优化模型存在唯一最优解 S^* 和 t_2^* .

定理 1, 2 表明, 当销售价与采购价之差大于保管成本和存货影响销售因子之比时, 销售商获得最大平均利润, 由此可得特价商品销售价的合理区间为 $p_s \in (p_b + h/\beta, p_{\text{marketing price}}]$. 当存货影响销售因子 β 一定时, h 越大, 价差越大, 这时要求销售商提高价差以抵消保管成本; 当保管成本 h 一定时, β 越大, 价差越小, 这时要求销售商扩大销售规模, 以获得最大利润.

定理 3 当 $p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$ 时, 期初库存量 $S(t_2)$ 为严格单调减函数.

证明 在式 $\frac{dS(t_2)}{dt_2} = \frac{f'(t_2)}{\beta(p_s - p_b) - h}$ 中, 由于 $f'(t_2) < 0$, 因此, 当 $p_s - p_b - \frac{h}{\beta} > 0$ 时, $S(t_2)$ 在 $t_2 \in [0, +\infty)$ 为严格单调减函数, 由此可得

$$\text{Max}_{t_2 \in [0, +\infty)} S(t_2) = S(t_2)|_{t_2=0} = \frac{D}{\beta} \left(\frac{k_2 \beta M (p_s - p_b + c_l) - \beta c_l - h}{\beta(p_s - p_b) - h} - 1 \right). \quad (20)$$

式(20)表明, 卖场货架上摆放的特价商品数量在一定条件下不能超过无短缺量滞后供给时的期初库存量, 并且随缺货时间延长而逐渐减小, 其合理区间为 $[S_0, S(0)]$.

4 数值算例和主要参数灵敏度分析

参考 Hsieh 等^[14] 的数据, 假定库存系统基本参数为 $D = 20, S_0 = 100, p_s = 16, p_b = 10, C_0 = 100, \beta = 0.25, h = 2, c_s = 1, c_l = 1, k_0 = 5, k_1 = 0.1, k_2 = 0.1$. 运用 Mathematic 5.0 版数学软件进行仿真计算, 结果如下: $S = 170, t_2 = 3, Q = 223, T = 9.31, \lambda = 0.68, \pi = 32.75$. 以下对存货影响销售临界点等参数进行灵敏度分析, 表 1 至表 5 反映了这些参数对销售商订货策略和平均利润的影响.

由表 1 可知, 随着存货影响销售临界点的增大, 期初库存量, 订货量, 缺货时间和订货周期均增大, 服务水平降低, 平均利润下降. 这是因为随着存货影响销售临界点提高, 销售商需要摆放更多的特价商品以吸引顾客, 期初库存量和订货量随之增加, 订货周期延长, 保管成本增加, 平均利润逐渐减少. 此时, 销售商应提高期初库存量, 适当延长缺货时间, 使服务水平基本不变或略微降低, 以获得最大平均利润.

由表 2 可知, 随着存货影响销售因子的增大, 期初库存量和订货量大幅度增加, 缺货时间略微减小, 服务水平提高, 订货周期延长, 平均利润增加. 这是因为存货影响销售临界点不变时, 随着存货影响销售因子的增大, 有现货期间追加的需求明显增加. 此时, 销售商可以通过两种途径获得最大平均利润: 1) 增加期初库存量和订货量, 延长存货影响销售时间段; 2) 增加有现货时间, 缩短缺货时间, 提高顾客服务水平.

由表 3 可知, 随着商品销售价的提高, 期初库存量和订货量增加, 缺货时间缩短, 服务水平提高, 订货周期延长, 平均利润大幅度增加. 这是因为随着特价商品销售价的提高, 对顾客的吸引力减小, 短缺量滞后供给分数变小, 丢单成本增加, 此时如果缩短缺货时间, 提高服务水平可以抵消部分丢单成本. 另外, 特价商品是为了吸引顾客光顾, 增加总销售收入, 提价或缺货都会导致大量顾客流失. 因此, 当销售商提高销售价时, 应尽

可能增加期初库存量和订货量, 缩短缺货时间, 提高顾客服务水平, 以保持利润最大.

表1 存货影响销售临界点 S_0 的灵敏度分析

Table 1 The sensitivity analysis of S_0

S_0	S	t_2	Q	T	λ	π
90	160	3.1	215	8.98	0.65	39.49
100	170	3.5	231	9.81	0.65	32.98
110	190	3.8	255	10.71	0.65	26.36
120	200	4.2	271	11.55	0.64	19.65
130	210	4.6	286	12.39	0.63	12.89
140	230	5.1	313	13.47	0.62	6.11

表2 存货影响销售因子 β 的灵敏度分析

Table 2 The sensitivity analysis of β

β	S	t_2	Q	T	λ	π
0.20	110	3.6	172	8.84	0.59	30.00
0.22	130	3.6	192	9.26	0.61	30.70
0.24	160	3.5	221	9.68	0.64	32.03
0.26	200	3.4	259	10.12	0.66	34.17
0.28	260	3.2	316	10.55	0.70	37.55
0.30	380	3.0	433	11.29	0.73	43.09

表3 销售价 p_s 的灵敏度分析

Table 3 The sensitivity analysis of p_s

p_s	S	t_2	Q	T	λ	π
15.0	110	3.9	183	9.12	0.57	14.48
15.4	130	3.7	197	9.32	0.60	21.50
15.8	160	3.6	223	9.75	0.63	28.98
16.2	190	3.3	246	9.92	0.67	37.20
16.6	240	3.0	290	10.30	0.71	46.58
17.0	330	2.6	372	10.89	0.76	57.82

由表4和表5可知, 随着价格敏感因子和等待时间敏感因子的增大, 期初库存量增加, 订货量减小, 缺货时间和订货周期缩短, 服务水平提高, 平均利润减少. 这是因为随着 k_1 和 k_2 增大, 短缺量滞后供给分数减小, 丢单成本增加, 订货量减少, 订货周期缩短. 此时, 销售商应提高期初库存量, 缩短缺货时间, 提高服务水平, 最大限度地满足顾客需求, 尽量减少丢单成本, 以获取最大利润.

需指出的是(表4和表5显示), 价格敏感因子 k_1 对期初库存量, 订货量, 缺货时间和订货周期以及平均利润的影响明显比等待时间敏感因子 k_2 大, 这与本文构造的短缺量滞后供给分数形式的理论解释相一致.

表4 价格敏感因子 k_1 的灵敏度分析

Table 4 The sensitivity analysis of k_1

k_1	S	t_2	Q	T	λ	π
0.06	112	3.9	238	9.20	0.58	64.40
0.08	148	3.8	237	9.70	0.61	45.70
0.10	174	3.5	234	9.80	0.64	33.00
0.12	192	3.1	232	9.70	0.68	24.30
0.14	204	2.5	228	9.30	0.73	18.40
0.16	210	1.7	222	8.60	0.80	14.70

表5 等待时间敏感因子 k_2 的灵敏度分析

Table 5 The sensitivity analysis of k_2

k_2	S	t_2	Q	T	λ	π
0.06	170	3.7	237	10.00	0.63	34.70
0.08	172	3.6	235	9.90	0.64	33.80
0.10	174	3.5	234	9.80	0.64	32.90
0.12	176	3.4	233	9.70	0.65	32.20
0.14	176	3.3	231	9.70	0.66	31.50
0.16	178	3.2	230	9.60	0.67	30.80

5 结束语

本文考虑特价商品具有明显的存货影响销售临界点, 缺货期间顾客等待行为与商品销售价和等待时间有关, 构建了一个新的短缺量滞后供给分数, 建立了相应的特价商品 EOQ 模型. 理论分析表明: 特价商品销售价和期初库存量都存在一定的合理区间, 当销售价与采购价之差大于保管成本和存货影响销售因子之比时, 销售商获得最大平均利润. 数值分析显示: 商品销售价和价格敏感因子对销售商订货策略和利润的影响比其它因素显著, 在制定特价商品采购计划时予以考虑; 在实际工作中, 当商品销售价, 价格敏感因子, 等待

时间敏感因子以及存货影响销售因子增大时, 销售商应加大期初库存量, 缩短缺货时间, 提高服务水平; 当存货影响销售临界点增大时, 销售商应加大期初库存量, 延长缺货时间, 降低服务水平。

参考文献:

- [1] Levin R I, McLaughlin C P, Lamone R P, et al. *Production/Operations Management: Contemporary Policy for Managing Operating Systems*[M]. New York: McGraw-Hill, 1972.
- [2] Silver E A, Peterson R. *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*[M]. New York: John Wiley, 1985.
- [3] Datta T K, Pal A K. A note on an inventory model with inventory-level-dependent demand rate[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1990, 41(10): 971–975.
- [4] Urban T L. An inventory model with an inventory-level-dependent demand rate and relaxed terminal conditions[J]. *The Journal of the Operational Research Society*, 1992, 43(7): 721–724.
- [5] Paul K, Datta T K, Chaudhuri K S, et al. An inventory model with two-component demand rate and shortages[J]. *The Journal of the Operational Research Society*, 1996, 47(8): 1029–1036.
- [6] Padmanabhan G, Vrat P. Inventory model with a mixture of back orders and lost sales[J]. *International Journal of Systems Science*, 1990, 21(8): 1721–1726.
- [7] Chang H J, Dye C Y. An EOQ model for deteriorating items with time varying demand and partial backlogging[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1999, 50(11): 1176–1182.
- [8] Sanjosé L A, Sicilia J, Garca L J. An economic lot-size model with partial backlogging hinging on waiting time and shortage period[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, 31(10): 2149–2159.
- [9] Abad P L. Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability, finite production and partial backordering and lost sale[J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, 144(3): 677–685.
- [10] Pan J C H, Hsiao Y C. Inventory models with back-order discounts and variable lead time[J]. *International Journal of Systems Science*, 2001, 32(7): 925–929.
- [11] Lee W C, Wu J W, Lei C L. Optimal inventory policy involving backorder discounts and variable lead time demand[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 34(9/10): 958–967.
- [12] 闵 杰, 周永务. 存货影响销售率的非立即变质物品的库存模型[J]. *系统工程学报*, 2009, 24(2): 198–204.
Min Jie, Zhou Yongwu. Inventory model for non-instantaneous deteriorating items under stock-dependent selling rate[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2009, 24(2): 198–204. (in Chinese)
- [13] 曹宗宏, 周永务. 缺货量影响需求的变质品的供应链协调模型[J]. *系统工程学报*, 2011, 26(1): 50–59.
Cao Zonghong, Zhou Yongwu. Supply chain coordination model with demand influenced by shortage for deteriorating items[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2011, 26(1): 50–59. (in Chinese)
- [14] Hsieh T P, Dye C Y, Ouyang L Y. Optimal lot size for an item with partial backlogging rate when demand is stimulated by inventory above a certain stock level[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2010, 51(1/2): 13–32.

作者简介:

罗 兵(1964—), 男, 重庆人, 教授, 博士, 研究方向: 物流与供应链管理, Email: luobing@cqu.edu.cn;

王晶晶(1986—), 女, 山东聊城人, 硕士生, 研究方向: 物流与供应链管理, Email: shdwjj0059@163.com;

常旭华(1985—), 男, 江苏东台人, 博士生, 研究方向: 科技发展与管, 物流与供应链管理, Email: cumtcxh2008@126.com.