文章编号: 1003- 207( 2007) 04- 0051- 08

# 基于合作博弈的易腐性产品运输设施选择的费用分配

李 军[1], 蔡小强[2]

(11 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031; 21 香港中文大学系统工程与工程管理系, 香港)

摘 要: 易腐性产品的价值会随着时间而损失, 运输易腐性产品时, 客户除了支付运输费用外还需要承担产品的价值损失。本文把易腐性产品的价值损失和运输费用之和作为总费用, 应用合作博弈理论, 把易腐性产品的运输设施选择的费用分配问题构造成费用分配博弈, 证明了在易腐性产品线性价值损失的情况下, 运输设施选择博弈的核心非空, 且为子模博弈, 并讨论核仁、夏普利值、S- 值等解。论文最后讨论了有约束运输的设施选择的费用分配博弈的解的情况, 说明其核心也许为空, 并提出了进一步研究的方向。

关键词: 易腐性产品; 运输设施; 费用分配博弈; 子模博弈
中图分类号: F2241 32 文献标识码: A

## 1 引言

易腐性产品广泛存在于日常生产和生活中, 如新鲜蔬菜、水果、肉食、海鲜等, 这些产品随着时间的流逝其新鲜程度在逐渐损失, 在整个生命周期, 价值或效用递减( decreasing- utility) [1]。目前我国易腐性食品流通过程造成的各种损耗非常大( 水果、蔬菜采后的损失高达 35%, 肉类及水产品亦达 10% - 15% ), 每年易腐性食品采后的各种损耗之和达千亿元之巨[2]。易腐性产品运输时对周围环境的控制条件要求苛刻, 一般对温度与运输时间有特殊要求, 有些产品需要冷藏运输。目前冷藏食品运输过程中损耗严重, 我国每年约有总值 56 亿元人民币的食品在运送过程腐烂[3]。因此易腐性产品在运输设施的选择、货物的选配和装载、环境参数的控制、中间环节的换装, 直至终端用户的接应等方面都需要严格管理, 优化配置[4]。

目前对易腐性产品的研究主要集中在库存、定价策略、运输管理等方面。Goyal 和 Giri( 2001) 对易腐性产品的库存研究进行了综述说明有固定生命周期、随机生命周期和腐烂损失为库存的一定比例三种库存模型[1]。XU Xiaolin( 2006) 提出易腐性产品较长的运输时间会引起供应减少( 腐烂导致数量的减少和质量的降低) 和需求的降低( 市场价值降低), 影响市场价格与零售商的收益; 研究了在竞争性市场, 零售商可能会以高的运输成本得到少的运输时间, 获得高的市场价格, 这里价格和运输时间是零售商的决策变量[5]。Marija Bogataj 等( 2005) 说明食品冷链在生产、运输过程中温度和运输时间的变化都会带来供应链价值的变化[6]。Chaug- Ing (2007) 等人研究了易腐性产品的运输路径安排问题, 说明在运输配送中行驶过程是时间依赖的( time - dependent), 温度是时变的( time- varying), 食品的腐烂损坏是与行驶时间和温度密切相关, 构造了易腐性食品时间依赖的损失函数[7]。因此可直接将易腐性产品的价值损失表示为运输时间的函数。

在客户的需求运量小的情况下, 如果多个客户能够联合共同选用较好的运输设施, 则可以降低成本, 保证易腐性产品的新鲜程度, 进而保证客户的利益。这时需要对发生的费用以公平、公正、合理、稳定的方式进行分摊, 这样不同客户才有动机进行合作。费用分配的目标就是设计解决该问题的标准和方法。

费用分配一般可以应用不同的方法, 如大拇指法( rule of thumb) 、基于活动的成本计算( activity-

收稿日期: 2006- 08- 14; 修订日期: 2007- 06- 27
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70471039); 教育部新世纪优秀人才支持计划( NCET- 04- 0886); 国家社会科学基金资助项目( 07BJY038); 四川省哲学社会科学/ 十一五0规划重点项目(SC06A021)
作者简介: 李军( 1967- ), 女( 汉族), 四川资阳人, 西南交通大学经济管理学院副院长, 教授, 博士生导师, 研究方向: 物流与供应链管理、博弈分析1

based costing)。在实际中, 常常用简单的方法来解决问题, 如根据客户的数目、客户拥有的设施数量等每个客户的一些自然属性来分配, 该方法近似于原因- 结果联系, 明确、简单、便于应用, 但有时完全忽略了每个用户的需求; 或者根据能力- 承受原理(a2 bility- to- bear principle), 假定大的单位用大比例的资源, 被分配给大比例的资源费用, 如根据收入、利益进行分配, 该方法有时是根据相对标准, 并不能保证公正。另外也可通过协议、谈判, 这种费用分配取决于政治技巧、个性和个体的说服力, 不可重复, 可能存在强者压服弱者的情况, 而且忽略了动机问题: 为什么这些个体应该接受超过他们的机会成本或是愿意付出的分配方案[8]。

许多学者从不同角度研究了费用分配方法。Young 和 Tijs 等讨论了费用分配方法应具有交付标准(Kick- back criteria)、帕累托最优性(Pareto optimality)、个体理性(Individual rationality)、群体理性(Group rationality)、边际成本条件(Incremen2 tal cost condition)、虚拟参与者特征(Dummy play2 er property)、对称性(Symmetry)、集合单调性(Monotonicity in the aggregate)、加性(Additivi2 ty)、S 等价下的相对不变性(Relative invariance un2 der S- equivalence) 等一些重要特征, 但同时也说明没有任何一种方法同时具备所有的特征[8, 9]。Young 研究分析了不同费用分配方法对企业采用高效生产技术的激励作用[8]。Diaw(2003) 讨论了费用分配方法作为一种协调机制[10]。Moulin 和 Sprumont(2005) 综述了具有生产外部性的公平分配问题的研究进展, 讨论了不同的分配方法[11]。郑立群、吴育华等对成本分配决策以及同质成本分配、异质成本分配进行了讨论[12, 13]。

Young(1994) 说明对于公平的分配有两类方法, 一类是设计一个程序, 如一个仲裁规则、一个拍卖或一个竞争性市场, 非合作博弈属于该类方法[8]。艾凤义和侯光明(2004)针对有一个下游垄断企业和多个上游寡头企业组成的二层市场结构, 对上下游投资、下游研发的合作模式提出了一种收益分配机制和两种成本分担机制[14]。魏洁和李军(2005) 应用非合作博弈研究了 EPR 下不同回收模式的生产商、零售商的定价及收益情况[15]。另一类是严格标准化的(Strictly normative), 即所有的目标数据可获得, 设计一个合适的规则来分配, 这种技术在费用- 效益分析或公司内部会计核算中经常遇到, 合作博弈属于该类方法[8]。

合作博弈已在一些实际的与运输相关的费用分配问题中广为应用[9, 16, 17]。如与运输相关的研究有机场博弈(airport game)[9], 研究不同飞机共用跑道时飞机着陆费用的确定问题, Littlechild, Baker, Thompson, Owen, Tijs 和 Driessen 等讨论了机场博弈的夏普利值、核仁、费用间距方法[9]。Joaquin, MarcoA1 和 Ignacio(2001) 研究了运输博弈(trans2 portation games), 证明核心非空, 讨论了对应的运输问题的对偶最优解和核心之间的关系[18]。Stefan Engevall 等(2004) 讨论了 Norsk Hydro Olje AB 的物流部门的分配计划, 将问题构造成旅行商博弈(traveling salesman game)和车辆路径博弈(vehicle routing game), 分别讨论了核仁、TSP 核仁、TSP 需求加权核仁(demand weighted nucleolus)、夏普利值和 S- 值[19]。JQAQUIN SANCHEZ- SOR2 IANO 等(2002)研究了西班牙 Alacant 大学为学生提供运输服务的运输费用分配问题, 把问题构造成树公共车博弈(tree buses game), 提出了基于公平的集合平等解(aggregated egalitarian solution) 概念, 并说明该解为博弈的核心[20]。Fragnelli 等(2000) 研究了铁路部门中轨道、信号系统、车站等固定设备的接入费用, 从组织的费用分享角度, 定义基础组织费用博弈(infrastructure cost game) 为维持费用博弈(maintenance cost game) 与机场博弈的和, 提出了基于夏普利值的接入费用计算方法, 并应用于意大利国家铁路公司[21]。Claus Doll(2003) 研究了高速公路的收费问题, 根据道路投资的计划和维护阶段的步骤构造费用模型, 应用扩展的夏普利值, 根据德国运输部和建设部的近期项目的数据及需求预测确定相关费用[22]。

Chinho Lin 和 Yihsu Lin(2007) 研究了易腐性产品的联合库存问题[23]。目前对易腐性物品联合运输的设施选择及相应的费用分摊问题的研究还未见到。本文考虑连续腐烂、腐烂率为常数且为库存一定比例的情况。由于不考虑使用率, 则为线性损失, 把对应的易腐性产品运输的费用分配问题构造成一个易腐性产品运输设施选择的费用分配博弈, 讨论了一些解的性质。

## 2 问题定义和标注

我们考虑一些客户, 需求一些易腐性产品, 有一些具有不同运输时间和运输费用的运输设施可以选择。对于一个客户, 他需要兼顾考虑所花的运输费用和可能造成的产品价值的损失。如果把易腐性产

品的价值损失看作费用, 不同的客户能够分摊包括运输费用和易腐性产品的价值损失在内的总费用, 在客户需求量不大情况下, 一些客户也许可以考虑由一个运输设施联合运输来供应他们的需求。这是找到一个极小化总费用的运输设施选择问题, 考虑对应于选择的运输设施, 是否总费用能够被公平地或是稳定地在所有客户之间进行分配。

假定所有客户的需求之和不超过运输设施容量, 易腐性产品价值损失函数为线性函数, 客户的产品对运输设施无特别要求。如果对一个客户, 其需求不只一种产品, 可以把该客户看成几个客户(对应于几种产品), 这样所有的客户都只需要一种产品。以 $N$ 表示客户集。以 $q_j$ 表示客户 $j$ 的需求数量, $H_j$ 表示对应产品的损失指数, 有 $0 < H_j < 1$, 表示单位产品经过单位时间损失的价值, 则令 $A_j = q_j H_j$ 表示客户 $j$ 的产品单位时间损失的价值。以 $F$ 表示可供选择的运输设施集, 使用运输设施 $i \in F$ 产生一个固定运输费用 $f_i \geq 0$, 对应的运输时间 $t_i \geq 0$。对运输设施来说, 一般冷藏性越好, 运输速度越快, 运输费用越高。因此对 $i, j \in F$, 如果 $f_i \geq f_j$, 则有 $t_i \leq t_j$。当客户 $j$ 的产品被运输设施 $i$ 完成时, 他的产品的价值损失值是 $t_i A_j$。

定义1　对 $i \in F, j \in N$, 易腐性产品的运输设施选择问题定义为

$$\min \sum_{i \in F} \left(f_i y_i + \sum_{j \in N} t_i A_j x_{ij}\right)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in F} x_{ij} = 1 & \forall j \in N \\ x_{ij} \leq y_i & \forall i \in F, j \in N. \\ x_{ij}, y_i = 0 \text{ 或 } 1 & \forall i \in F, j \in N \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{运输设施 } i \text{ 被使用}, i \in F \\ 0 & \text{否则。} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{客户 } j \text{ 由设施 } i \text{ 服务}, i \in F, j \in N \\ 0 & \text{否则。} \end{cases}$$

上述运输设施选择问题以 TCP 表示。

易腐性产品运输设施选择的费用分配问题可以转换成合作费用博弈$(N, c)$。以 $N = \{1, 2, \dots, n\}(n \geq 2)$ 表示需要服务的 $n$ 个客户集合, 称为全联盟(grand coalition)。每一个客户必须决定是单独使用一个运输设施, 还是与其他客户合作构成一个联盟(coalition), 使用一个运输设施来运输他们需要的易腐性产品。函数 $c: 2^N \to R$ 有 $c(\varnothing) = 0$ 指分派给任意非空联盟 $S \subseteq N$ 的特征函数, $c(S)$ 称为博弈$(N, c)$ 中联盟 $S$ 的费用, 表示联盟 $S$ 中的客户共用一个运输设施产生的运输费用与损失价值之和的最小值。联盟的构形仅取决于总费用。合作博弈的主要问题是在全联盟构成时, 如何在参与者之间划分 $c(N)$。

定义 2 对给定的运输设施选择问题 TCP, 联盟 $S \subseteq N$ 的费用是最小化联盟所能产生的总费用, 对应的运输设施选择的费用分配博弈$(N, c)$ 定义为

$$c(S) = \min_{F_S} \sum_{i \in F} \left(f_i + \sum_{j \in S} t_i A_j\right) \tag{2}$$

其中 $F_S$ 表示满足下面约束的解集

$$\begin{cases} \sum_{i \in F} x_{ij} = 1 & \forall j \in N \\ x_{ij} \leq y_i & \forall i \in F, j \in S. \\ x_{ij}, y_i = 0 \text{ 或 } 1 & \forall i \in F, j \in S \end{cases}$$

如果博弈中$(N, c)$ 中, $n$ 个客户的分派 $z$ 满足

$$\mathrm{Core}(c) = \left\{ z \in R^N \;\middle|\; \begin{array}{l} \sum_{j \in N} z_j = c(N), \\ \sum_{j \in S} z_j \leq c(S) \quad \forall S \subset N \end{array} \right\} \tag{3}$$

则得到博弈$(N, c)$ 的核心(core)。显然核心对应的分配方案是一个公平且稳定的的分配方案, 这时没有任何客户从全联盟中撤出构成自己的联盟会做的更好, 即没有任何一个子联盟有动机从全联盟中分离出来[16, 17]。所有的解概念中, 核心是最重要的。当核心非空时, 博弈被称为平衡的(balanced)[24], 这时核仁一定在核心里。即使核心非空, 夏普利值也不一定在核心里[16, 17]。Deng 等人(1999) 讨论了合作博弈解的复杂性, 说明对许多合作博弈, 得到一些解都是 NP 问题[25]。人们对合作博弈的研究重点放在一些具有良好特征的博弈上, 如线性规划博弈(linear programming games) 及其相关博弈、子模博弈(submodular games)。一些线性规划相关的博弈都主要研究核心非空与线性规划松弛的对偶最优解之间的关系[16, 17]。对所有 $l \in N$ 和 $S, T \subset N$, 满足 $S \subset T \subset N - \{l\}$, 如有下式成立

$$c(S \cup \{l\}) - c(S) \geq c(T \cup \{l\}) - c(T) \tag{4}$$

则博弈被称为子模博弈。该类博弈对许多概念拥有很好的特性, 因而被广泛研究[16, 17, 26- 28]。

## 3　运输设施选择的费用分配博弈的特性

命题 1　对运输设施选择的费用分配博弈$(N, c)$, 特征函数 $c$ 具有严格次加性。

证明　如果定义在集合 $N$ 上的费用函数 $c(S)$

满足对所有 $S,T\subset N, S\cap T=\varnothing$，有 $c(S\cup T)\le c(S)+c(T)$，则 $c(S)$ 具有次加性。这时对任一联盟 $S\subseteq N$，应用一个运输设施比多个运输设施总费用要低，有

$$c(S)=\min_{k\in F} c_k(S)=\min_{i\in F}\left\{f_i+t_i\sum_{j\in S}A_j\right\} \quad (5)$$

其中 $c_k(S)$ 表示集合 S 的客户用一个运输设施 k 运输的总费用。设对应于 $c(S)$ 的固定费用和运输时间分别是 $f^S$ 和 $t^S$，则 $c(S)=f^S+t^S\sum_{j\in S}A_j$。

(1) 对 $i,j\in N$，$c(\{i\})=f^{\{i\}}+t^{\{i\}}A_i$，$c(\{j\})=f^{\{j\}}+t^{\{j\}}A_j$，以 $c^U(W)$ 表示集合 W 的客户用集合 U 的最优运输设施运输的总费用，则 $c^{\{i\}}(\{i,j\})=f^{\{i\}}+t^{\{i\}}(A_i+A_j)$，$c^{\{j\}}(\{i,j\})=f^{\{j\}}+t^{\{j\}}(A_i+A_j)$。所以 $c^{\{i\}}(\{i,j\})-c(\{i\})-c(\{j\})=-f^{\{j\}}+(t^{\{i\}}-t^{\{j\}})A_j$，$c^{\{j\}}(\{i,j\})-c(\{i\})-c(\{j\})=-f^{\{i\}}+(t^{\{j\}}-t^{\{i\}})A_i$ 显然上两式至少一式小于0，即 $\min\{c^{\{i\}}(\{i,j\}),c^{\{j\}}(\{i,j\})\}-c(\{i\})-c(\{j\})<0$，因此 $\min_{k\in F}c_k(\{i,j\})<c(\{i\})+c(\{j\})$，所以 $c(\{i,j\})<c(\{i\})+c(\{j\})$。因此 c 在 $|S\cup T|=2$ 时具有严格次加性。

(2) 假设 $S,T\subset N, S\cap T=\varnothing$，c 在 S 和 T 上具有次加性，则 $c(S)=f^S+t^S\sum_{j\in S}A_j$，

$c(T)=f^T+t^T\sum_{j\in T}A_j$。因此有

$$c^S(S\cup T)-c(S)-c(T)=-f^T+(t^S-t^T)\sum_{j\in T}A_j \quad (6)$$

$$c^T(S\cup T)-c(S)-c(T)=-f^S+(t^T-t^S)\sum_{j\in S}A_j \quad (7)$$

若 $t^S\le t^T$，则由(6)式得到 $c^S(S\cup T)-c(S)-c(T)<0$；若 $t^S\ge t^T$，则由(7)式得到 $c^T(S\cup T)-c(S)-c(T)<0$。因此 $\min\{c^S(S\cup T),c^T(S\cup T)\}<c(S)+c(T)$。

假设对任意 $S',T'\subset N$，$S'\cup T'=S\cup T$，且 $S'\cap T'=\varnothing$，c 在 $S'$ 和 $T'$ 上具有次加性，则同理得到

$\min\{c^{S'}(S'\cup T'),c^{T'}(S'\cup T')\}<c(S')+c(T')$，

因此

$$\min_{k\in F}c_k(S\cup T) < \min_{S'\cup T'=S\cup T,\ S'\cap T'=\varnothing}\{c(S')+c(T')\} \quad (8)$$

所以

$$c(S\cup T)=\min_{k\in F}c_k(S\cup T)<c(S)+c(T)$$

因此如果 c 在 S 和 T 上具有次加性，则 c 在 $S\cup T$ 上具有严格次加性。

(3) 由(1)证明得到对 $S,T\subset N, S\cup T=\varnothing$，$|S\cup T|=2$ 时，c 具有严格次加性，据(2)结论得到 $|S\cup T|\le 3$ 时，c 具有严格次加性。依此类推可以得到 c 在 N 上具有严格次加性。

c 具有次加性说明合作是有益的，客户有动机合作联合使用同一个运输设施。

对运输设施选择问题 TCP，令 $d_{ij}=t_iA_j$，显然这个问题可以被看作一个无约束的选址问题，$f_i$ 为固定费用，$d_{ij}$ 为连接费用[16,29]。Kolen 证明无容量设施选址博弈当且仅当其线性规划松弛没有整数间距，即线性规划松弛的最优解为整数时，其核心非空[16]。类似我们有以下命题。

命题2　求解运输设施选择的费用分配博弈 $(N,c)$ 的核心问题等价于运输设施选择问题 TCP 的线性规划松弛的对偶问题 DTCP。当且仅当 TCP 的线性规划松弛没有整数间距时，$(N,c)$ 的核心非空。

证明　不失一般性，TCP 的线性规划松弛问题的对偶问题 DTCP 为：

$$\begin{cases}\max\left(\sum_{j\in N}z_j\right)\\ z_j\le d_{ij}+w_{ij} & \forall i\in F, j\in N\\ \sum_{j\in N}w_{ij}\le f & \forall i\in F, j\in N\\ w_{ij}\ge 0_i & \forall i\in F, j\in N\end{cases}$$

从对偶问题我们可以得到下面的问题

$$\begin{cases}\max\left(\sum_{j\in N}z_j\right)\\ \sum_{j\in S}z_j\le f_i+\sum_{j\in S}d_{ij} & \forall i\in F, S\subseteq N\end{cases} \quad (9)$$

从(9)可以得到

$$\begin{cases}\sum_{j\in S}z_j\le \min_{i\in F}\left\{f_i+\sum_{j\in S}d_{ij}\right\} & S\subset N\\ \sum_{j\in N}z_j=\min_{i\in N}\left\{f_i+\sum_{j\in N}d_{ij}\right\}\end{cases}$$

因为 c 具有严格次加性，由(5)式知问题(9)的最优解是博弈 $(N,c)$ 的核心。由于 DTCP 的约束比问题(9)的约束强，因此 DTCP 的最优解也是博弈 $(N,c)$ 的核心。由于 $c(S)$ 为 TCP 的最优解，当 TCP 的线性规划松弛没有整数间距时，该最优解即为 $c(S)$，核心为线性规划松弛的对偶最优解。证毕。

命题3　运输设施选择问题 TCP 中损失价值 $d_{ij}$ 是运输设施 i 的单峰函数。

证明　单峰函数意味着存在一个设施的序 1, …,

$m$, 对任意一个客户 $j$, 存在一个设施 $i^*$, 满足对 $i \le i^*$, $d_{ij}$ 非增, 对 $i \ge i^*$, $d_{ij}$ 非降。

按照 $t_i$ 的降序(或增序) 排列所有设施。由于 $d_{ij} = t_i \cdot A_j$, 对 $j \in N$, $A_j$ 是确定的, 所以 $d_{ij}$ 根据设施 $i$ 降序(或增序) 排列, 即 $d_{ij}$ 是单峰函数。证毕。

Michel 和 Martin(2004) 证明对无约束设施选址问题, 在设施呈直线排列, 且具有单峰连接费用(unimodal connection costs) 情况下, 没有整数间距, 核心非空[29]。本文所有运输设施的费用只与设施类型有关, 与位置无关。类似我们得到以下命题。

命题 4　运输设施选择问题 TCP 没有整数间距, 对应的运输设施选择的费用分配博弈$(N, c)$ 的核心非空。

Michel 和 Martin 说明如果一个无约束设施选址博弈的核心非空, 那么核心能在多项式时间里计算得到, 并且一个给定的分配能在多项式时间里检验是否是核心解[29]。显然对运输设施选择的费用分配博弈, 也有一样的结论, 在此不再论述。

命题 5　对运输设施选择的费用分配博弈$(N, c)$, $l \notin S \subset N$, 有联盟 $S$ 和 $S \cup \{l\}$, 对应于 $c(S)$ 和 $c(S \cup \{l\})$ 的运输时间分别是 $t^S$ 和 $t^{S\cup\{l\}}$, 那么有 $t^{S\cup\{l\}} \le t^S$。

证明　因为

$$c(S \cup \{l\}) = f^{S\cup\{l\}} + t^{S\cup\{l\}} \sum_{j \in S\cup\{l\}} A_j \le f^S + t^S \sum_{j \in S\cup\{l\}} A_j \qquad (10)$$

$$c(S) = f^S + t^S \sum_{j \in S} A_j \le f^{S\cup\{l\}} + t^{S\cup\{l\}} \sum_{j \in S} A_j \qquad (11)$$

那么

$t^{S\cup\{l\}} A_l \le t^S A_l$

所以有

$t^{S\cup\{l\}} \le t^S$

$t^{S\cup\{l\}} \le t^S$ 意味着 $f^{S\cup\{l\}} \ge f^S$, 说明越大的联盟越有可能使用昂贵的运输设施以获得少的运输时间。

命题 6　运输设施选择的费用分配博弈$(N, c)$ 是子模博弈。

证明　令 $h(S, \{l\}) = c(S \cup \{l\}) - c(S)$, 则

$$h(S, \{l\}) = f^{S\cup\{l\}} + t^{S\cup\{l\}} \sum_{j \in S\cup\{l\}} A_j - f^S - t^S \sum_{j \in S} A_j$$

由(10) 和(11), 得到

$t^{S\cup\{l\}} A_l \le h(S, \{l\}) \le t^S A_l$

类似地有

$t^{T\cup\{l\}} A_l \le h(T, \{l\}) \le t^T A_l$

所以

$$h(S, \{l\}) - h(T, \{l\}) \ge (t^{S\cup\{l\}} - t^T) A_l \qquad (12)$$

又 $h(S, \{l\}) - h(T, \{l\})$

$$= f^{S\cup\{l\}} + t^{S\cup\{l\}} \sum_{j \in S\cup\{l\}} A_j - f^S - t^S \sum_{j \in S} A_j$$

$$- f^{T\cup\{l\}} - t^{T\cup\{l\}} \sum_{j \in T\cup\{l\}} A_j + f^T + t^T \sum_{j \in T} A_j$$

因为

$$c(T \cup \{l\}) = f^{T\cup\{l\}} + t^{T\cup\{l\}} \sum_{j \in T\cup\{l\}} A_j$$

$$\le f^{S\cup\{l\}} + t^{S\cup\{l\}} \sum_{j \in T\cup\{l\}} A_j$$

$$c(S) = f^S + t^S \sum_{j \in S} A_j \le f^T + t^T \sum_{j \in S} A_j$$

所以

$$h(S, \{l\}) - h(T, \{l\}) \ge (t^T - t^{S\cup\{l\}}) \sum_{j \in T - S} A_j \qquad (13)$$

如果 $t^{S\cup\{l\}} \ge t^T$, 那么由(12) 式得到 $h(S, \{l\}) - h(T, \{l\}) \ge (t^{S\cup\{l\}} - t^T) A \ge 0$; 否则由(13) 式得到 $h(S, \{l\}) - (T, \{l\} \ge (t^T - t^{S\cup\{l\}}) \sum_{j \in T - S} A_j \ge 0$。故 $h(S, \{l\}) \ge h(T, \{l\})$, 即 $c(S \cup \{l\}) - c(S) \ge c(T \cup \{l\}) - c(T)$ 则$(N, c)$ 是子模博弈。

## 4　实例分析

例 1　考虑易腐性产品运输设施选择的费用分配博弈 $PTCG_3$。已知客户集 $N = \{1, 2, 3\}$, 有 $A = \{0.35, 0.5, 0.2\}$。运输设施集 $F = \{A, B, C\}$, 有固定运输费用为 $f = \{f_A, f_B, f_C\} = \{2.8, 3.6, 4.2\}$, 运输时间为 $t = \{t_A, t_B, t_C\} = \{3.5, 2.4, 1.7\}$。这里三个客户的需求之和不超过运输设施的容量。

解: 对 $S \subseteq N$, 计算 $c(S)$ 示于表 1 中。

表 1　博弈 PTCG3 的特征函数值

| S | {1} | {2} | {3} | {1, 2} | {1, 3} | {2, 3} | {1, 2, 3} |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c(S) | 4.025 | 4.55 | 3.5 | 5.64 | 4.725 | 5.25 | 5.985 |

根据核心的定义由表 1 得到核心分配向量 $z = (z_1, z_2, z_3)$ 满足:

$z_1 \le 4.025$, $z_1 \ge 5.985 - 5.25 = 0.735$,

$z_2 \le 4.55$, $z_2 \ge 5.985 - 4.725 = 1.26$,

$z_3 \le 3.50$, $z_3 \ge 5.985 - 5.64 = 0.345$。

将核心示于图 1 中, 其中多边形 ABCDEF 是核心, 其中各顶点为: A(4.025, 1.615, 0.345), B(4.025, 1.26, 0.7), C(1.09, 4.55, 0.345), D(0.735, 4.55, 0.7), E(1.225, 1.26, 3.5), F(0.735, 1.75, 3.5)。计算边际向量示于表 2 中。

显然边际向量刚好是图 1 中核心 ABCDEF 的各顶点。

表 2　博弈 PTCG3 的边际向量

| $R_i$ | $m_1^R$ | $m_2^R$ | $m_3^R$ |
|---|---|---|---|
| (1, 2, 3) | 41 025 | 11 615 | 01 345 |
| (1, 3, 2) | 41 025 | 11 26 | 01 7 |
| (2, 1, 3) | 11 09 | 41 55 | 01 345 |
| (2, 3, 1) | 01 735 | 41 55 | 01 7 |
| (3, 1, 2) | 11 225 | 11 26 | 31 5 |
| (3, 2, 1) | 01 735 | 11 75 | 31 5 |

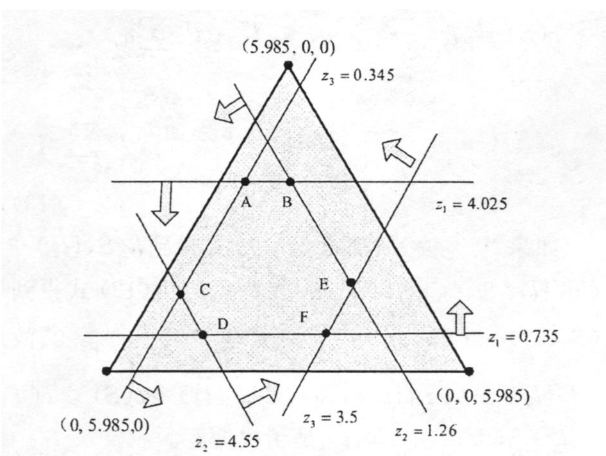


图 1　博弈 $PTCG_3$ 的核心构形

由前面的分析, 该博弈是子模博弈。核心是边际向量的凸组合, 可以表示为

$$Core(c) = \left\{ z = (z_1, z_2, z_3) \left| \begin{array}{l} z_1 = \sum_{i \in R_i} \lambda_i m_1^R, \\ z_2 = \sum_{i \in R_i} \lambda_i m_2^R, \\ z_3 = \sum_{i \in R_i} \lambda_i m_3^R, \\ \text{且} \sum_{i \in R_i} \lambda_i = 1 \end{array} \right. \right\}$$

对子模博弈, 稳定集、讨价还价集与核心重合, 博弈的夏普利值是核心的极点的重心。内核与核仁重合。子模性意味着半凹性[30], 可以较为容易地计算 S-值。计算夏普利值 U(S)、S- 值 S(S)、核仁 G(S) 示于表 3 中。

表 3　博弈 $PTCG_3$ 的博弈的一些解

| S | {1} | {2} | {3} | {1, 2} | {1, 3} | {2, 3} | {1, 2, 3} |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U(S) | 11 972 | 21 498 | 11 515 | 41 47 | 31 488 | 41 013 | 51 985 |
| G(S) | 11 95 | 21 475 | 11 56 | 41 425 | 31 51 | 41 035 | 51 985 |
| S(S) | 11 967 | 21 492 | 11 526 | 41 459 | 31 493 | 41 018 | 51 985 |

这时夏普利值、核仁、值都在核心解里( 当参与者少于 4 个时, S 值也在核心里) 。

## 5　有约束的运输设施选择的费用分配博弈

假如一个设施不能服务客户的所有需求时, 该问题就存在着容量约束。我们考虑下面的例子。

例 2　对有载重容量约束的运输设施选择的费用分配博弈(N, c), 客户集 N = {1, 2, 3, 4, 5}, 有需求为 q = {118, 312, 119, 211, 215}, 损失指数为 H= {011, 0118, 012, 0115, 0122}。设施集 F = {A, B, C, D}, 有固定运输费用为 $f = \{f_A, f_B, f_C, f_D\} = \{218, 317, 412, 5\}$, 运输时间为 $t = \{t_A, t_B, t_C, t_D\} = \{414, 217, 214, 2\}$, 每种设施载重容量为 $Q = \{Q_A, Q_B, Q_C, Q_D\} = \{4, 5, 4, 4\}$。

求解得到该运输设施选择问题的最优分配方案为 $y_1 = 1, y_2 = 1, y_3 = 1, x_{A1} = 1, x_{A4} = 1, x_B = 1, x_{B5} = 1, x_{C2} = 1$。$\min z = 16.77$, 即设施 A 运输第 1、4 种产品, 设施 B 运输第 3、5 种产品, 设施 C 运输第 2 种产品。但该问题的线性规划松弛无整数解, 显然核心不存在。

如果客户集被划分成几个子集, 一个设施只能服务一个子集的客户, 即存在着不相容约束; 如果每一个客户仅能由某一特定的设施集合服务, 即对 $j \in N$, 有 $F_j \subset F$。所有这些问题都还有待进一步研究。

## 6　结论

目前易腐性产品存在以下一些特点:

(1) 供应与需求量逐渐增大。随着生产区域的扩大, 供应量逐渐增大; 生活节奏的加快, 生活水平的提高, 方便食品肉制品需求日益增长, 水果蔬菜、奶制品需求量增大;

(2) 运量小批量化, 经销个体化。运输市场主体的改变, 使各种运输方式竞争加剧。个体、集体经济由于受资金、风险承受能力的影响, 使运输向小批量发展;

(3) 易腐性产品品种多样化、优质化, 货物流向分散化。随着经济的逐步增长和人们生活水平的提高, 人们对食品品质和鲜度的要求越来越高, 并趋向于多元化需求, 以及易腐货物本身的性质特点和市场竞争压力的加大, 对运输质量和时效性要求越来越高; 电话购物、电子商务购物等新型购物方式促进了对社会化的第三方物流配送中心的需求, 使货物流向分散化。

基于以上特点, 易腐性产品采用联合运输, 共同

选择性能好的运输设施,实现运输小批量化、多品种化是发展的趋势。基于合作博弈的费用分配机制是定价机制研究的基础,是联合运输发展的关键。

由于合作博弈的解求解非常困难,一般是找特殊的博弈结构,如线性规划博弈、子模博弈等,再分析解的特征。核心表示了有效的费用分配的结构,但即使是子模博弈,要表示出整个核心也有一定计算难度。因此可以分析特征,并计算一些一点解如夏普利值、核仁、S- 值等。本问题由于线性规划松弛的对偶最优解属于核心,可利用线性规划的方法求解该问题,但是为多重解,故在例 1 中并未示出。对一些具体的问题有时计算式可以简化。在计算较复杂时,也可以设计启发式方法求解。

本文研究了线性价值损失的易腐性产品运输设施选择的费用分配问题,应用合作博弈理论,以易腐性产品的损失价值和运输费用之和作为总费用,将费用分配问题构造成运输设施选择的费用分配博弈。论文讨论了博弈解的特征,得到博弈为子模博弈的结论。论文还讨论了有约束的易腐性产品运输设施选择的费用分配博弈,说明其核心也许为空。这些博弈还有待进一步研究。

参考文献:

[1] S. K. Goyal, B. C. Giri. Recent trends in modeling of deteriorating inventory [J]. European Journal of Opera2tional Research, 2001, 134:1- 16.

[2] 龚树生,梁怀兰. 生鲜食品的冷链物流网络研究[J]. 中国流通经济,2006, (2): 7- 9.

[3] 张连军. 浅析我国食品冷藏物流的现状及对策[J]. 物流技术,2006, (1): 102- 104.

[4] K. Likar, M. JevÍnik. Cold chain maintaining in food trade[J]. Food Control, 2006, 17: 108- 113.

[5] XU Xiaolin. Optimal Decisions in a Time2Sensitive Sup2ply Chain with Perishable Products [D]. Hong Kong The Chinese University of Hong Kong, 2006.

[6] Marija Bogataj, Ludvik Bogataj, Robert Vodopivec. Stability of perishable goods in cold logistic chains [J]. International Journal of Production Economics, 2005, 93 - 94: 345- 356.

[7] Chaug2Ing Hsu, Sheng2Feng Hung, Hui2Chieh Li. Ve2hicle routing problem with time2windows for perishable food delivery [J]. Journal of Food Engineering , 2007, 80: 465- 475.

[8] H. P. Young. Cost Allocation: Methods, Principles, Applications [C]. Amsterdam Elseviers Science Pub2lishing Company. inc., 1994.

[9] S. H. Tijs, T. S. H. Driessen. Game Theory and Cost Allocation Problems [J]. Management Science, 1986, 32: 1015- 1028.

[10] K. Diaw. Cost Allocation As A Coordination Mecha2nism [R]. Working paper, 2003.

[11] Herv Moulin, Yves Sprumont. Fair Allocation of Pro2duction Externalities: Recent Results [R]. Working Paper, 2005.

[12] 郑立群,李瑞函,吴育华. 异质成本分配模型的公理体系及分配方法[J]. 管理科学学报,2003, 6(6):15- 20.

[13] 郑立群,吴育华,夏庆. 同质成本分配模型的公理体系及分配方法[J]. 天津大学学报,2001, 34(5): 591- 595.

[14] 艾凤义,侯光明. 纵向研发合作中的收益分配和成本分担机制[J]. 中国管理科学, 2004, 12(6): 86- 90.

[15] 魏洁,李军,魏航. EPR 下的逆向物流回收模式选择研究,中国管理科学,2005,13(6): 18- 22.

[16] Theo Driessen. Cooperative Games, Solutions and Ap2plications [M]. Amsterdam: Kluwer Academic Pub2lishers, Dordrecht, 1988.

[17] Imma Curiel. Cooperative Games Theory and Applica2tions [M]. Amsterdam: Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.

[18] Joaquin S nchez2Soriano, Marco A. Lopez, Ignacio Garcia2Jurado. On the core of transportation games [J]. Mathematical social sciences, 2001, 41: 215- 225.

[19] Stefan Engevall, Maud GÊthe - Lundgren, Peter V¾rbrand. The heterogeneous Vehicle- Routing Game [J]. Transportation Science, 2004, 38: 71- 85.

[20] Jqaqu n S hchez2Soriano, Nativdad Llorce, ana Meca, Elisenda Molina. An Integrated Transport System for Alacant's Students [J]. Annals of Operations Re2search, 2002, 109: 41- 60.

[21] Vito Fragnelli, Ignacio Garc a2Jurado, Henk Norde, Fioravante Patrone, Stef Tijs. How to Share Railways Infrastructure Costs? In: Game practice: contributions from applied game theory[C]. Edited by Fioravante Patrone, Ignacio GarcBa2Jurado, Stef Tijs. Amsterdam Kluwer Academic Publishers. 2000, 91- 102.

[22] Claus Doll. Fair and Economically Sustainable Charges for the Use of Motorway Infrastructure [R]. Working Paper, 2003.

[23] Chinho Lin, Yihsu Lin. A cooperative inventory policy with deteriorating items for a two2echelon model [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 178: 92- 111.

[24] Lloyd S. Shapley. On balanced sets and cores [J]. Na2

val Research Logistics Quarterly, 1967, 14: 453 - 460.

[25] Xiaotie Deng, Toshihide Ibaraki, Hiroshi Nagamochi. Algorithmic aspects of the core of combinatorial opti2 mization games [J]. Mathematics of Operations Re2 search, 1999, 24: 751- 766.

[26] Lloyd S. Shapley. Cores of Convex Games [J]. Inter2 national Journal of game theory, 1971, 1: 11- 26.

[27] Ulrich Faigle, Walter Kern. On the core of ordered submodular cost games [J]. Mathematical Program2 ming Ser. A, 2000, 87: 483- 499.

[28] Yoshio Okamoto. Submodularity of some classes of the combinatorial optimization games [J]. Mathematical Methods of Operations Research, 2003, 58: 131 - 139.

[29] Michel X. Goemans, Martin Skutella. Cooperative fa2 cility location games [J]. Journal of Algorithms, 2004, 50: 194- 214.

[30] T. S. H. Driessen, S. H. Tijs, Nijmegen. The S2val2 ue, the Core and Semiconvex Games [J]. International Journal of game theory, 1985, 14: 229- 247.

## Cost Allocation for Transportation Facility Choice of Perishable Products Based on Cooperative Game

LI Jun[1], CAI Xiao2qiang[2]

(11 School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
21 Department of System Engineering and Engineering Management, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

Abstract: The value of perishable products decaying when are transported1 In this paper, the transporta2 tion cost and decay value are considered, the cost allocation problem of perishable products is formulated as the cost allocation game for choosing transportation facility1 It is proved that the cost allocation game has a non2empty core and also submodular at case of linear decay function1 Some solutions as nucleolus, Shapley value, S2value are discussed1 Lastly the cost allocation game with constraints is discussed, in which the core may be empty1 Further research areas are presented1

Key words: perishable products; transportation facility; cost allocation game; submodular game