doi:10.3969/j.issn.1001-2400.2013.05.011

# 独立信号与相干信号并存的二维 DOA 估计新方法

# 刁 鸣,安春莲

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:利用 L 形阵列结构的优势,结合一种有效的去除高斯噪声方法,提出了一种计算简便且阵列利用率 高的独立信号与相干信号并存的二维波达方向(DOA)估计新方法.该测向方法首先对独立信号进行 DOA 估计,并利用相干信号的特性消除其干扰;然后利用独立信号的 Toeplitz 特性,获得仅含相干信息的数据 矩阵,并采用基于压缩感知理论的测向方法进行相干信号的 DOA 估计.理论分析和实验仿真结果表明,所 提方法具有去噪性好、计算简便及阵列利用率高等性能.

关键词:二维波达方向估计;L形阵列;独立信号与相干信号;Toeplitz特性;压缩感知中图分类号:TN911.7 文献标识码:A 文章编号:1001-2400(2013)05-0066-06

#### 2-D DOA estimation of coexisting uncorrelated and coherent signals

#### DIAO Ming, AN Chunlian

(College of Info. and Communication Eng., Harbin Eng. Univ., Harbin 150001, China)

**Abstract:** The common two dimensional (2-D) direction of arrival (DOA) estimation algorithms for coexisting uncorrelated and coherent signals are based on the complex array structure, such as the uniform rectangular array, so the computational complexity is high and the array aperture is not utilized efficiently. By taking advantage of the L-shape array and adopting an efficient method to eliminate the Gaussian noise, a new 2-D DOA estimation method is proposed. Firstly, the DOAs of the uncorrelated signals are estimated and the influence of the coherent signals is eliminated by utilizing its characteristics. Then, the data covariance matrix containing the coherent information only is obtained by exploiting the Toeplitz property of the uncorrelated signals, and the DOAs of the coherent signals are estimated by the direction finding method based on the compressed sensing theory. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed method has a small computational load, high array aperture as well as excellent estimation performance.

Key Words: 2-D DOA estimation; L-shape array; uncorrelated and coherent signal; Toeplitz property; compressed sensing

独立信号与相干信号是同时存在于实际信号环境当中的,因而独立信号与相干信号并存的波达方向 (DOA)估计算法<sup>[1-2]</sup>相对于传统的针对独立信号<sup>[3-4]</sup>或者相干信号<sup>[5-7]</sup>的测向算法具有更好的实用性.独立 信号与相干信号并存的测向算法也逐渐成为国内外学者研究的新热点.现有的独立信号与相干信号并存的 测向算法主要集中在一维 DOA 估计问题<sup>[8-11]</sup>中,对二维测向的研究较少.文献[12-13]研究了二维 DOA 估 计问题,其能够实现独立信号与相干信号并存时的有效估计,且估计性能良好.但文献[12]是基于矩形阵列 结构提出的,具有较低的阵列利用率,且在 DOA 估计过程中需要对维数很大的矩阵进行处理,增加了算法 的计算复杂度.文献[13]具有相对较小的计算复杂度,但其解相干方法与文献[12]一样,都是基于子阵平滑 思想,使得阵列利用率进一步被降低.

收稿日期:2012-06-15 网络出版时间:2013-06-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61102106);中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(HEUCF1208, HEUCF100801)

作者简介:刁 鸣(1960-), 男, 教授, E-mail: diaoming@hrbeu.edu.cn.

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1076.TN.20130606.0923.201305.83\_008.html

利用 L 形阵列的优良性能,笔者提出了一种计算量小且阵列利用率高的独立信号与相干信号并存的二 维 DOA 估计新方法,并介绍了一种去除高斯噪声的有效方法.该 DOA 估计方法分为两个步骤:首先,采用 常规 ESPRIT 算法进行独立信号的 DOA 估计,并利用相干信号对应的特征向量的正交性远小于独立信号的这一特点,提取出独立信号的信息,并计算出方向余弦;其次,利用独立信号数据协方差矩阵的 Toeplitz 特性获得仅含相干信号信息的数据矩阵,然后利用基于压缩感知理论的测向方法求解相干信号的波达方向.

所提方法的相干信号 DOA 估计不需要解相干预处理,不损失阵列孔径,提高了阵列的利用率.

### 1 数据模型

假设 N 个窄带远场信号入射到位于 x Oy 平面的L 形阵列, x 轴与y 轴均由阵元数为M 的均匀线阵组成, 且阵元间距为 $\lambda/2$  ( $\lambda$  表示信号波长).入射信号中包含了  $N_u$  个独立信号和 K 组相互独立的相干信号, 且  $M > N_u + K$ . 设第 k 组相干信号的个数为  $P_k$ , 则  $N = N_u + N_c$ , 其中,  $N_c = \sum_{k=1}^{K} P_k$ , 表示相干信号的个数. 设 第 i 个信号的入射角度为( $\theta_i, \varphi_i$ ) ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),  $\theta_i$  和 $\varphi_i$  分别表示方位角和俯仰角,  $0 \leq \theta_i < 2\pi, 0 \leq \varphi_i < \pi/2$ . 若阵列输出噪声是均值为 0、方差为  $\sigma_N^2$ 的加性高斯白噪声, 则在快拍时刻 t 时, 阵列 x 和 y 的输出数据 X(t) 和 Y(t)分别为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_{xu} \mathbf{S}_{u}(t) + \mathbf{A}_{xc} \mathbf{I} \mathbf{S}_{c}(t) + \mathbf{N}_{x}(t) = \mathbf{A}_{x} \mathbf{B} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{x}(t) , \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}_{uu} \mathbf{S}_{u}(t) + \mathbf{A}_{uu} \mathbf{I} \mathbf{S}_{u}(t) + \mathbf{N}_{u}(t) = \mathbf{A}_{x} \mathbf{B} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{u}(t) ,$$

$$(1)$$

其中,  $A_x$  和 $A_y$  分别表示阵列 x 和 y 的流形矩阵;  $A_{xu}$  和  $A_{xc}$  分别为阵列 x 上独立信号和相干信号对应的流 形矩阵;  $A_{yu}$  和  $A_{yc}$  的意义与  $A_{xu}$  和  $A_{xc}$  类同, 且  $A_x = [A_{xu}, A_{xc}] = [a_{x1}, \dots, a_{xN}]$ ,  $A_y = [A_{yu}, A_{yc}] = [a_{y1}, \dots, a_{yN}]$ ,  $a_{xi} = [1, u_i, \dots, u_i^{M-1}]^T$ ,  $a_{yi} = [1, v_i, \dots, v_i^{M-1}]^T$ ,  $u_i = \exp(-j\pi \cos\theta_i \sin\varphi_i)$ ,  $v_i = \exp(-j\pi \sin\theta_i \sin\varphi_i)$ ;  $N_x(t)$  和  $N_y(t)$  分别表示 t 时刻阵列 x 和 y 上的噪声数据矢量;  $B = blkdiag\{I_{N_u}, \Gamma\}$ ,  $\Gamma = blkdiag\{\tau_1, \dots, \tau_P\}$ ,  $\tau_k$  为  $P_k \times 1$  维向量,表示第 k 组相干信号的复衰落因子,  $blkdiag\{\cdot\}$  表示块对角矩阵,其对角线位置上的元 素为括号内的数据,  $I_{N_u}$ 表示  $N_u$  维的单位矩阵;  $S(t) = [S_u(t)^T, S_c(t)^T]^T$ ,  $S_u(t)$  和  $S_c(t)$  分别表示  $N_u$  个独立 信号和 K 组相干信号对应的 K 个相互独立的生成信源.

### 2 二维测向新方法

为了提高阵列的利用率,新方法将独立信号与相干信号分开进行 DOA 估计.

#### 2.1 延时相关去噪

在实际通信系统中,信号在时间上具有相关性,而高斯噪声则是在时间上是不相关的.由信号的窄带假设可知,在时间 T<sub>s</sub>(T<sub>s</sub>小于入射信号带宽的倒数)内,入射信号的包络变化是可以忽略的.因此,有

$$R_{s_i}(T_{\rm S}) = E[s_i(t)s_i^*(t - T_{\rm S})] \approx E[s_i(t)s_i^*(t)] = R_{s_i}(0) , \qquad (2)$$
其中,  $s_i(t)$ 表示 t 时刻第 i 个入射信号的复包络.对于噪声,以阵列 x 上的噪声为例(阵列 y 上的噪声具有相同的结论),则有

$$R_{n,n}(T_{\rm S}) = E[n_l(t)n_q^*(t-T_{\rm S})] = \sigma_N^2 \,\delta(l-q)\delta(T_{\rm S}) \quad , \tag{3}$$

其中,  $n_l(t)$  和  $n_q(t)$  分别表示 t 时刻第 l 个和第 q 个阵元上的接收噪声数据;  $\delta(\cdot)$  表示冲击函数.显然,只要  $T_s$  不等于 0,则对任意的 l 和 q,  $f R_{n,n_s}(T_s) = E[n_l(t)n_q^*(t - T_s)] = 0.$ 

利用这一特点,构造去除高斯噪声的延时数据协方差矩阵为

$$\int \mathbf{R}_{x}(T_{s}) = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t-T_{s})^{H}] = \mathbf{A}_{x}\mathbf{B}\mathbf{R}_{s}(T_{s})\mathbf{B}^{H}\mathbf{A}_{x}^{H} = \mathbf{A}_{xu}\mathbf{R}_{su}\mathbf{A}_{xu}^{H} + \mathbf{A}_{xc}\mathbf{I}\mathbf{R}_{sc}\mathbf{\Gamma}^{H}\mathbf{A}_{xc}^{H} = \mathbf{R}_{xu} + \mathbf{R}_{xc} \quad ,$$

$$(4)$$

$$\left( \mathbf{R}_{y}(T_{s}) = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}(t-T_{s})^{H}] = \mathbf{A}_{y}\mathbf{B}\mathbf{R}_{s}(T_{s})\mathbf{B}^{H}\mathbf{A}_{y}^{H} = \mathbf{A}_{yu}\mathbf{R}_{su}\mathbf{A}_{yu}^{H} + \mathbf{A}_{yc}\mathbf{\Gamma}\mathbf{R}_{sc}\mathbf{\Gamma}^{H}\mathbf{A}_{yc}^{H} = \mathbf{R}_{yu} + \mathbf{R}_{yc} \right)$$

且  $\mathbf{R}_{s}(T_{s}) = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^{H}(t - T_{s})] \approx E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^{H}(t)] = \mathbf{R}_{s}, \mathbf{R}_{s} = blkdiag\{\mathbf{R}_{su}, \mathbf{R}_{sc}\}, 表示 N_{u} + K 维实对角矩阵, \mathbf{R}_{su} 和 \mathbf{R}_{sc} 分別表示 N_{u} 个独立信号和 K 组相干信源对应的实对角的信号协方差矩阵.$ 

#### 2.2 独立信号的 DOA 估计

令 t 时刻独立信号的 DOA 估计的阵列接收数据为

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{\mathrm{T}}(t) , \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} .$$
<sup>(5)</sup>

则其对应的延时数据协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{u}(T_{s}) = \boldsymbol{E}[\boldsymbol{Z}(t)\boldsymbol{Z}^{H}(t-T_{s})] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{R}_{s}\boldsymbol{A}^{H} \quad ,$$
(6)

其中,

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{x}\boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{A}_{y}\boldsymbol{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{xu}, \boldsymbol{A}_{xc}\boldsymbol{\Gamma} \\ \boldsymbol{A}_{yu}, \boldsymbol{A}_{yc}\boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} \quad .$$

对 $R_u(T_s)$ 进行特征值分解,可得

$$\boldsymbol{R}_{u}(\boldsymbol{T}_{s}) = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{U}^{H} = \boldsymbol{U}_{S}\boldsymbol{\Lambda}_{S}\boldsymbol{U}^{H}_{S} + \boldsymbol{U}_{N}\boldsymbol{\Lambda}_{N}\boldsymbol{U}^{H}_{N} \quad , \qquad (7)$$

其中, $\Lambda_{s}$ 和 $\Lambda_{N}$ 分别表示 $N_{u}$ +K个大特征值和 $2M-N_{u}-K$ 个小特征值组成的对角矩阵; $U_{s}$ 和 $U_{N}$ 分别为  $\Lambda_{s}$ 和 $\Lambda_{N}$ 对应特征矢量所组成的矩阵,表示信号子空间和噪声子空间.由于信号子空间与阵列流形张成同一 空间,则存在一个 $N_{u}$ +K维满秩矩阵T,使得

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{x}\boldsymbol{B}\boldsymbol{T} \\ \boldsymbol{A}_{y}\boldsymbol{B}\boldsymbol{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{\mathrm{S}x} \\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{S}y} \end{bmatrix} \quad , \tag{8}$$

其中,  $U_{sx}$  和 $U_{sy}$ 分别由 $U_s$ 的前M行和后M行构成, 分别表示阵列x和y对应的信号子空间.

设 $U_{Sx1}$ 和 $U_{Sx2}$ 分别由 $U_{Sx}$ 的前M-1行和后M-1行构成,则有

$$U_{Sx1} = \mathbf{A}_{x1} \mathbf{B} \mathbf{T}, \quad \mathbf{U}_{Sx2} = \mathbf{A}_{x1} \mathbf{\Phi}_{x} \mathbf{B} \mathbf{T} \quad , \tag{9}$$

其中,  $A_{x1}$  由  $A_x$  的前 M-1 行构成,  $\boldsymbol{\Phi}_x = \text{diag}\{u_1, \dots, u_N\}$ . 根据 ESPRIT 算法原理,则有

 $\boldsymbol{\Psi}_{xu} = \boldsymbol{U}_{Sx1}^{\dagger} \boldsymbol{U}_{Sx2} = (\boldsymbol{U}_{Sx1}^{H} \boldsymbol{U}_{Sx1})^{-1} \boldsymbol{U}_{Sx1}^{H} \boldsymbol{U}_{Sx2} = (\boldsymbol{T}_{0}^{H} \boldsymbol{A}_{x1}^{H} \boldsymbol{A}_{x1} \boldsymbol{T}_{0})^{-1} \boldsymbol{T}_{0}^{H} \boldsymbol{A}_{x1}^{H} \boldsymbol{A}_{x1} \boldsymbol{\Phi}_{x} \boldsymbol{T}_{0} = -$ 

 $(T_{0}^{H} A_{x1}^{H} A_{x1} T_{0})^{-1} (T_{0}^{H} A_{x1}^{H} A_{x1} T_{0}) T_{0}^{-1} \Phi_{x} T_{0} = (T_{0})^{-1} \Phi_{x} T_{0} = T^{-1} B^{-1} \Phi_{x} B T = T^{-1} \Phi_{x0} T ,$ 其中,  $\Phi_{xu} = B^{-1} \Phi_{x} B = \text{diag}\{u_{1}, \dots, u_{N_{u}}, \mu_{1}, \dots, \mu_{p}\}, \mu_{k}$ 是对应第k 组相干信号的一个组合旋转不变因子, 其 模值通常不等于 1;  $T_{0} = BT$ .

对Us, 按式(9)和式(10)进行处理,可得

$$\boldsymbol{\Psi}_{yu} = \boldsymbol{U}_{Sy1}^{\dagger} \boldsymbol{U}_{Sy2} = (\boldsymbol{T}_0)^{-1} \boldsymbol{\Phi}_y \boldsymbol{T}_0 = \boldsymbol{T}^{-1} \boldsymbol{\Phi}_{yu} \boldsymbol{T} \quad , \tag{11}$$

其中,  $U_{sy1}$ 和 $U_{sy2}$ 分别由 $U_{sy}$ 的前M-1行和后M-1行构成;  $\boldsymbol{\Phi}_{y} = \text{diag}\{v_{1}, v_{2}, \cdots, v_{N}\}; \boldsymbol{\Phi}_{yu} = \text{diag}\{v_{1}, \cdots, v_{N_{u}}; \boldsymbol{\gamma}_{1}, \cdots, \boldsymbol{\gamma}_{P}\}, \boldsymbol{\gamma}_{k} = \mu_{k}$ 具有相同的物理意义. 分别对 $\boldsymbol{\Psi}_{xu}$ 和 $\boldsymbol{\Psi}_{yu}$ 进行特征值分解, 可以得到 $\boldsymbol{\Phi}_{xu}, \boldsymbol{T}_{x}, \boldsymbol{\Phi}_{yu}; \boldsymbol{T}_{x}$ 和 $\boldsymbol{T}_{y}$ 分别为 $\boldsymbol{\Phi}_{xu}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_{yu}$ 对应的特征矢量矩阵. 采用文献[14]中的参数配对方法进行配对. 由于相干信号的相关性, 其对应特征矢量的正交性不如独立信号, 因此可以选取参数配对矩阵中取值最大的 $N_{u}$ 个位置对应的 $\lambda_{xi}$ 和 $\lambda_{yi}$ 作为独立信号的估计,  $\lambda_{xi}$ 和 $\lambda_{yi}$ 分别表示配对矩阵中第 $i(i=1,2,\cdots,N_{u})$ 个最大值在 $\boldsymbol{\Phi}_{xu}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_{yu}$ 中对应的特征值. 独立信号对应的入射角为

$$\theta_{i} = \arctan \frac{\arg(\lambda_{yi})}{\arg(\lambda_{xi})} \frac{180}{\pi} \quad , \quad \varphi_{i} = \arcsin \left[ \left( \frac{\arg(\lambda_{xi})}{\pi} \right)^{2} + \left( \frac{\arg(\lambda_{yi})}{\pi} \right)^{2} \right]^{1/2} \quad . \tag{12}$$

2.3 相干信号的 DOA 估计

利用独立信号对应的数据协方差矩阵具有的 Toeplitz 特性,从式(4)获得仅含相干信号信息的数据矩阵为

$$\int_{\mathbf{R}_{xc}} \overline{\mathbf{R}}_{xc} = \mathbf{R}_{x}(T_{s}) - \mathbf{J}\mathbf{R}_{x}^{\mathrm{T}}(T_{s})\mathbf{J} = \mathbf{R}_{xc} - \mathbf{J}\mathbf{R}_{xc}^{\mathrm{T}}\mathbf{J} = \mathbf{A}_{xc}\mathbf{R}_{scc}\mathbf{A}_{xc}^{\mathrm{H}} ,$$

$$(13)$$

 $(R_{yc} = R_{y}(T_{s}) - JR_{y}^{T}(T_{s})J = R_{yc} - JR_{yc}^{T}J = A_{yc}R_{scy}A_{yc}^{H} ,$ 其中, J为M 维反对角阵,其只在反对角线位置值为1,其余为0;  $R_{scx} = \Gamma R_{sc}\Gamma^{H} - \Phi_{xc}^{M-1}\Gamma^{*}R_{sc}\Gamma^{T}\Phi_{xc}^{1-M}, R_{scy} =$  $\Gamma R_{sc}\Gamma^{H} - \Phi_{yc}^{M-1}\Gamma^{*}R_{sc}\Gamma^{T}\Phi_{yc}^{1-M}.$ 分别对 $\bar{R}_{xc}$ 和 $\bar{R}_{yc}$ 处理可以估计出相干信号的波达方向.

 $x_{x_{e}} = \phi_{y_{e}} + \kappa_{x_{e}} + \kappa_{y_{e}} + \gamma_{y_{e}} + \gamma_{$ 

$$\boldsymbol{R}_{c} = \boldsymbol{\bar{R}}_{xc} \boldsymbol{\bar{R}}_{yc} = \boldsymbol{A}_{xc} \boldsymbol{\tilde{R}}_{yc} = \boldsymbol{U}_{c} \boldsymbol{\Lambda}_{v} \boldsymbol{V}_{c}^{\mathrm{H}} \quad , \tag{14}$$

其中,  $\tilde{R}_{sc} = R_{scr}A_{xc}^{H}A_{yc}R_{scy}$ ;  $\Lambda_{c}$  为 M 个奇异值组成的对角阵;  $U_{c}$  和  $V_{c}$  为相应的特征矢量矩阵. 设  $U_{sc}$  和  $V_{sc}$  分 别为  $U_{c}$  和  $V_{c}$  中 2K 个大奇异值对应的特征矢量,则存在列满秩的  $N_{c} \times 2K$  维矩阵  $T_{1}$  和  $T_{2}$  满足:

(10)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{sc} &= \boldsymbol{A}_{xc} \boldsymbol{T}_{1} \quad , \\ \boldsymbol{V}_{sc} &= \boldsymbol{A}_{yc} \boldsymbol{T}_{2} \quad . \end{aligned} \tag{15}$$

根据基于压缩感知理论的测向方法[15-16],可将式(15)所示的问题建模为压缩感知的多测量矢量模型:

$$\begin{cases} \boldsymbol{U}_{sc} = \boldsymbol{A}_{cs} \boldsymbol{T}_{cs1} & , \\ \boldsymbol{V}_{sc} = \boldsymbol{A}_{cs} \boldsymbol{T}_{cs2} & , \end{cases}$$
(16)

其中,  $A_{cs} = [a_1, a_2, \dots, a_L]$ , 为  $M \times L$  维感知矩阵, L 远大于 M, 且  $a_n = [1, \exp(-j\pi\omega_n), \dots, \exp(-j\pi(M-1)\omega_n)], \omega_n$  为方向余弦在区间 [-1,1] 上的采样值,  $n = 1, 2, \dots, L$ ;  $T_{cs1}$  和  $T_{cs2}$  均为稀疏度为  $N_c$  的 $L \times 2K$  维行稀疏的矩阵, 分别为矩阵  $T_1$  和  $T_2$  在感知矩阵  $A_{cs}$  下的稀疏表示, 其只在  $N_c$  个稀疏行所在的位置有非零值. 采用文献[17] 中介绍的多测量矢量的求解算法, 可以得到稀疏矩阵  $T_{cs1}$  和  $T_{cs2}$  的估计  $\hat{T}_{cs1}$  和  $\hat{T}_{cs2}$  就后, 根据  $\hat{T}_{cs1}$  和  $\hat{T}_{cs2}$  中  $N_c$  个稀疏行所在位置对应的  $\omega_n$  值分别得到沿 x 和 y 方向的方向余弦估计  $\omega_{ii}$  和  $\omega_{ii}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$ .

利用L形阵列的结构特点,通过对方向余弦采样来建立感知矩阵 $A_{cs}$ ,使得 $A_{cs}$ 能够同时适用于阵列x和y.该方法有效避免了在二维角度范围内建立感知矩阵,极大地降低了感知矩阵的复杂度(即L的取值大大降低),进而降低了求解算法的计算量.此外,为了进一步降低计算复杂度,可通过两次压缩感知求解来完成相干信号的 DOA 估计:首先,对方向余弦进行粗估计,在区间[-1,1]上以较大的步长均匀采样来构造感知 矩阵 $A_{cs1}$ ,其维数为 $M \times L_1$ ,利用压缩感知求解,分别得到沿x和y方向的精度较低的 $N_c$ 个方向余弦估计值  $\omega_{x1}$ 和 $\omega_{y1}$ ;然后,在上一步估计结果的基础上,以更小的步长在粗估计结果附近设置新的感知矩阵 $A_{cs2}$ ,其维数为 $M \times L_2$ .再次利用压缩感知求解获得沿x和y方向的 $N_c$ 个方向余弦精确估计 $\omega_{x2}$ 和 $\omega_{x2}$ .

至此, N<sub>c</sub> 个相干信号对应的方向余弦已经得到了精确估计 ω<sub>x2</sub> 和 ω<sub>y2</sub>. 但是,传统的配对方法不能够实 现其正确配对,因此,笔者提出了一种基于信号子空间拟合的参数配对方法.该方法利用加权信号子空间拟 合算法原理实现配对,即

$$\boldsymbol{A}_{c} = \max \operatorname{tr} \{ \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{U}_{\mathrm{S}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}} \} \quad , \tag{17}$$

其中,  $W = (\mathbf{A}_{s} - \sigma_{N}^{2})^{2} \mathbf{A}_{s}^{-1}$ , 表示加权矩阵;  $P_{\mathbf{A}_{i}} = \mathbf{A}_{i} (\mathbf{A}_{i}^{H} \mathbf{A}_{i})^{-1} \mathbf{A}_{i}^{H}$ ,  $\mathbf{A}_{i} = [\mathbf{A}_{u}, \mathbf{A}_{ci}]$ ,  $\mathbf{A}_{u}$ , 表示将 2.2 节中的独立 信号 DOA 估计结果按式(6)中 A 构造所得的阵列流形;  $\mathbf{A}_{ci}$  为将相干信号方向余弦估计结果的所有可能配对 组合方案按 A 构造的流形矩阵, 为第 *i* 种组合对应的阵列流形. 因此, 使式(17)取得最大值所对应的组合配 对方案即为正确配对方案. 最后, 按式(12)求解相干信号对应的波达方向.

### 3 算法性能分析

利用 L 形阵列的优良特性,笔者提出了一种计算简便且阵列利用率高的二维测向新方法.该方法通过 求延时协方差矩阵达到了有效去除噪声的目的,而文献[12]和[13]都是采用先对噪声功率进行估计,再从协 方差矩阵中去除噪声的方法,额外增加了算法的计算量.在独立信号 DOA 估计过程中,文中方法仅需对 2M 维方阵进行处理,而文献[12]需要对2(M<sub>1</sub>-1)M<sub>1</sub>维方阵进行处理.通常,对于相同的信号个数, 2(M<sub>1</sub>-1)M<sub>1</sub>要大于 2M,即文中方法相对文献[12]方法具有更少的计算量.在相干信号的估计过程中,文 献[12-13]都是利用子阵平滑思想进行解相干,使得阵列孔径无法得到有效利用.文中的解相干方法采用压 缩感知理论进行 DOA 估计,不需要进行解相干预处理,没有阵列孔径损失,能够有效提高阵列利用率.

综上所述,文中方法具有计算简便、阵列利用率高等优良特性.文中方法的实现步骤如下:

(1) 根据式(5)~(7),求延时数据协方差矩阵 R<sub>u</sub>(T<sub>s</sub>),并对其进行特征分解,求得信号子空间 U<sub>s</sub>.

(2)根据式(8)~(11),分别求得 u<sub>i</sub>和 v<sub>i</sub>的估计,并通过参数配对,消除相干信号的干扰,最后按式(12) 求解独立信号的波达方向.

(3) 由式(13)、(14)求相干信号的数据协方差矩阵 R.

(4) 按式(15)、(16)建立压缩感知的多测量矢量模型.

(5)利用压缩感知的信号恢复方法,通过两次压缩感知求解获得相干信号的方向余弦估计  $\omega_{x2}$  和  $\omega_{y2}$ .

(6) 采用式(17)进行参数配对,并按式(12)求解相干信号的波达方向.

# 4 实验仿真及结果

为了验证文中方法的优良性能,进行了一系列仿真比较实验.文中方法采用 L 形阵列,文献[12]方法采用  $M_1 \times M_1$  ( $M_1 = 5$ )方阵,文献[13]方法采用阵元数为  $2M_{21} + M_{22}M_{23}$  ( $M_{21} = 2, M_{22} = 3, M_{23} = 4$ )的 Z 形 阵列,阵元间距均为半波长.仿真中, $T_s$ 取 10 个快拍数的时间, $L_1 = 41, L_2 = 11$ ,当信号的估计角度与实际 信号角度的绝对值之差小于 1°时,认为估计成功.均方根误差的计算式为

$$\phi_{\text{RMSE}} = \left[\frac{1}{2NQ} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{Q} \left( (\theta_i - \hat{\theta}_{ij})^2 + (\varphi_i - \hat{\varphi}_{ij})^2 \right) \right]^{1/2} , \qquad (18)$$

90

其中,Q表示独立试验的次数, $\theta_{ij}$ 和 $\varphi_{ij}$ 分别表示真实值 $\theta_i$ 和 $\varphi_i$ 的第j次估计值.

仿真 1 令 L 形阵列 M = 4, 4 个窄带远场信号入射到阵列,两个 独立信号的入射角度为(25°,30°)和(60°,60°),两个相干信号的入射角 度为(50°,70°)和(215°,55°). 信噪比为 20 dB,快拍数为 1000,图 1 为文 中方法进行 30 次独立重复试验的估计结果.

从图 1 可以看出,文中方法能够在独立信号与相干信号并存时进 行有效估计,且可估计信号数目等于阵元个数.通过分开对独立信号和 相干信号进行估计,以及采用压缩感知理论估计相干信源,有效提高了 阵列的利用率,起到了扩展阵列孔径的作用.此外,从图 1 中还可以看 出,相干信号的估计结果比独立信号的集中,说明相干信号具有更好的 估计精度,这是因为采用压缩感知进行相干测向没有损失阵列孔径.

表 1 不同方法的估计参数

仿真 2 令 L 形阵列 M=8,4 个窄带远场 信号入射到阵列,两个独立信号的入射角度为 (20°,20°)和(40°,50°),两个相干信号的入射角 度为(50°,50°)和(140°,15°).快拍数为 500,进 行 500 次独立重复试验,图 2 为文中方法与文 献[12]方法和文献[13]方法的估计性能随着信

方法	仿真时间/s	均方误差/(°)	成功概率
文献[12]方法	2.206	0.291	1
文献[13]方法	0.573	0.214	1
文中方法	0.953	0.194	1

噪比变化的仿真曲线.表1为信噪比为20dB时,文中所提方法、文献[12]方法与文献[13]方法进行100次独 立重复试验的估计性能参数.



图 2 不同信噪比时 3 种方法的估计性能曲线

从表 1 和图 2 可以看出,在信噪比较大时,3 种方法均能够进行有效估计,文中方法具有最好的估计性能.图 2 表明文中方法相对于文献[12]和文献[13]的方法,在低信噪比时具有更好的估计性能.图 2 中文献 [12]方法估计性能较差,主要是其进行相干信号估计时对阵元数目要求较高造成的.从表 1 给出数据中的仿

真时间可以看出,文中方法的用时介于文献[12]方法和文献[13]方法之间,计算复杂度一般,但是其能够有 效改善 DOA 算法在低信噪比时的估计性能.

仿真 3 令 L 形阵列 *M*=8,入射信号参数与仿真 2 的相同,信噪比为 10 dB,进行 500 次独立重复试验, 图 3 为文中方法、文献「12 ]方法与文献「13 ]方法的估计性能随着快拍数变化的仿真曲线.



图 3 不同快拍数时 3 种方法的估计性能曲线

从图 3 可以看出,3 种方法的估计性能均随着快拍数的增加而逐渐提高,而文中方法具有最好的估计性能.其在快拍数较小时就能够达到很好的估计性能,说明该方法能够满足小快拍数时的测向要求,也更能够满足测向的实时性要求.

## 5 总 结

针对独立信号与相干信号并存的情况,提出了一种计算简便且阵列利用率高的二维 DOA 估计新方法. 该方法通过求阵列的延时协方差矩阵,有效去除了阵列接收噪声.并充分利用 L 形阵列的结构优势和阵列 接收数据中独立信息和相干信息的特点,分别对独立信号和相干信号进行 DOA 估计,并消除相干信息和独 立信息的干扰,有效提高了阵列利用率.在相干信号估计中,采用基于压缩感知理论的测向方法,不需要进行 解相干预处理,因而没有阵列孔径损失,使得阵列利用率得到了进一步的提高.理论分析和实验仿真,验证了 该方法具有计算简便、阵列利用率高以及估计性能好等特性.

#### 参考文献:

- [1] Xu X, Ye Z, Peng J. Method of Direction-of-arrival Estimation for Uncorrelated, Partially Correlated and Coherent Sources[J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2007, 1(4): 949-954.
- [2] Zhang Y F, Ye Z F. Efficient Method of DOA Estimation for Uncorrelated and Coherent Signals[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2008, 7: 799-802.
- [3] Krim H, Viberg M. Two Decades of Array Signal Processing Research [J]. IEEE Transcations on Signal Processing, 1996, 13(4): 67-94.
- [4] 刁鸣,安春莲,万文龙.非圆信号的四阶累积量测向新方法[J].哈尔滨工程大学学报,2012,33(1):112-116. Diao Ming, An Chunlian, Wan Wenlong. A Novel Direction Finding Algorithm for Noncircular Signals Based on Fourthorder Cumulants[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2012, 33(1): 112-116.
- [5] Qi C Y, Chen Z J, Wang Y L, et al. DOA Estimation for Coherent Sources in Unknown Nonuniform Noise Felds[J].
   IEEE Transcations on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 1195-1204.
- [6] 符渭波,苏涛,赵永波,等.双基地 MIMO 雷达相干源角度估计方法[J].西安电子科技大学学报,2012,39(2):120-126.

Fu Weibo, Su Tao, Zhao Yongbo, et al. Method for Angle Estimation of Coherent Sources in Bistatic MIMO Radar[J]. Journal of Xidian University, 2012, 39(2): 120-126.

(下转第98页)

#### http://www.xdxb.net