

文章编号:1003-207(2009)03-0093-08

# 时变随机网络下有时间窗的有害物品 运输路径选择研究

魏航

(上海财经大学国际工商管理学院,上海 200433)

**摘要:**研究了时变随机网络下有害物品运输路径选择问题。首先定义了可行路径的具有随机性和时变性的选择向量,以期望值为目标,建立了多目标时变随机网络下有软、硬时间窗限制的有害物品运输路径选择模型。给出了时变随机网络下的有效路径的定义,并设计了多维时变随机动态标号,利用此标号设计了求解模型的多项式算法,通过此算法可以得到时变随机网络下有害物品运输路径的所有有效解。最后给出了一个应用算例。

**关键词:**有害物品运输;时变;随机;时间窗;多目标

**中图分类号:**U116.2 **文献标识码:**A

## 1 引言

有害物品(hazardous materials)是一种具有物理、化学或是生物特性的物品,它容易在生产、储存、运输中引起燃烧、爆炸、中毒等灾害事故。随着工业的发展,有害物品的生产量和运输量均在逐年增加,有害物品对环境和人危害正在扩大和加深<sup>[1-4]</sup>。

由于在有害物品运输过程中,由于交通流量、天气变化等因素的影响,导致了有害物品运输中各个路段上的行驶成本、时间、安全性等也相应地发生变化<sup>[5]</sup>,这些变化往往与车辆行驶时所处的时间密切相关,并以一定的概率出现。对于这样目标值与时间因素密切相关并以一定得概率形式出现的网络称为时变随机网络,而在这样的网络条件下的有害物品运输路径选择问题称为时变随机条件下的有害物品运输路径选择问题。同时,在有害物品运输中需要进行设备检修、人员换班、燃料的添加等方面的活动,来降低风险,对于有害物品车辆的运输可能有时间窗限制的,就是说车辆只能在某一个时段内通过某些节点。这样,就需要对时变随机网络下有时间窗限制的有害物品运输路径问题进行研究。

最短路问题是一个经典的问题,有大量的学者对此进行了各种研究<sup>[6-8]</sup>。目前,对于一般随机、时变和时变随机条件下的路径选择问题以及有害物品路径选择问题吸引了众多学者的研究。Miller-hooks等<sup>[9-11]</sup>对一般的单目标时变随机条件下的最短路问题进行了研究,给出了一系列的算法。魏航等<sup>[12]</sup>研究了具时变网络下具有多式联运情况下的最短路问题,对问题进行的转化,并给出了获得最短路算法。Wijeratne等<sup>[13]</sup>在随机网络下对有害物品运输的路径选择进行了研究,给出了随机条件下路径的比较原则,并设计了求解的算法。Chang, Nozick, Turnquist<sup>[14]</sup>在时变随机条件下对有害物品运输的路径选择问题进行了研究,建立了运输时间、人口覆盖率和事故率的概率分布函数,然后给出了一种求解的算法。魏航等<sup>[16]</sup>对时变条件下允许等待的有害物品运输的最短路问题进行了研究,建立了求解的模型,证明了获得最短路的条件,并给出了相应的求解算法。

同时,对于一般的有时间窗的最短路问题,文献[17-19]给出了一般静态条件下求解有时间窗的最短路问题的算法,并证明了其为NP-困难问题。Meng, Lee, Cheu<sup>[20]</sup>对时变网络下有时间窗限制的有害物品运输路径问题进行了研究,给出求解的算法,并利用新加坡的交通网络进行了实证分析。作为时间窗的一种变形,Cox和Turnquist<sup>[21]</sup>在静态网络条件下有宵禁限制的有害物品运输路径问题进行了研究,给出了宵禁限制对运输网络中的固定

收稿日期:2008-09-12;修订日期:2009-05-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70471039);上海财经大学'211工程'三期重点学科建设项目资助

作者简介:魏航(1976-),男(汉族),浙江绍兴人,上海财经大学国际工商管理学院,博士,讲师,研究方向:物流管理,组合优化。

某一路径到达时间的延误分析。

本文同时考虑了时变随机网络和时间窗限制下的有害物品运输路径选择,以期望值为目标进行路径选择,建立了时变随机网络条件下有软、硬时间窗限制的有害物品运输路径选择的数学模型,设计了基于多维标号的求解多目标最短路的算法,利用该算法可以获得所有有效解。

### 2 问题描述

对于在时变随机网络下有时间窗的有害物品运输路径选择问题,一般地,可以描述为:对于网络  $G = (N, E)$ ,  $E$  为节点间的有向边的集合,  $N$  为节点集,  $|N| = n, |E| = m$ 。在此,令  $c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D)$  和  $t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D)$  为在节点  $i$  到节点  $j$  之间,在时间  $t_i^D$  出发时的第  $k_{c,i}$ 、 $k_{r,i}$ 、 $k_{p,i}$  和  $k_{t,i}$  个可能需要的成本、风险、人口覆盖率和时间,且均为非负的实数,  $k_{h,i} = 1, 2, \dots, k_h(i, j, t_i^D)$ ,  $k_h(i, j, t_i^D)$  表示在时间  $t_i^D$  出发可能的目标  $h$  的数量,并记为集合  $K_h^i(t_i^D)$ ,  $h = c, r, p, t, (i, j) \in E$ 。同时,  $c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D)$  和  $t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D)$  出现的概率分别为  $k_{h,i}(i, j, t_i^D)$ ,  $h = c, r, p, t$ , 且  $\sum_{k_{h,i}=1}^{k_h(i,j,t_i^D)} k_{h,i}(i, j, t_i^D) = 1, h = c, r, p, t$ 。在此,令  $S_i$  和  $E_i$  表示在节点  $i$  的时间窗的起始时间和终止时间。 $T_0$  为车辆从起点  $O$  允许出发的离散时间的集合,  $|T_0| = S$ 。求有害物品运输中在时间  $T^*$  之前到达终点  $D$  的 ( $T^*$  为整数),满足时间窗限制的从起点  $O$  到终点  $D$  之间的最短路。

由于时变随机网络的行驶时间和每个目标均涉及时间因素,因此,一种通常对时变随机网络中时间的处理方式是将连续时间离散化,即通过将时变网络中的连续的时间分成段,并假设各段内的行驶时间、成本、风险和人口覆盖率是已知的常量。当然,分段越多越细,越接近实际情况。因此,对于  $t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D)$ 、 $r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D)$  和  $p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D)$  均有:  $t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D) = t_{k_{t,i}}(i, j, \mu)$ 、 $c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D) = c_{k_{c,i}}(i, j, \mu)$ 、 $r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D) = r_{k_{r,i}}(i, j, \mu)$  和  $p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D) = p_{k_{p,i}}(i, j, \mu)$ ,  $\mu = t_i^D < (\mu + 1)$ ,  $\mu = 0, 1, \dots, -1, k_{h,i} = 1, 2, \dots, k_h(i, j, t_i^D), h = c, r, p, t$ ;特别的,当  $\forall t_i^D > \dots$  时,有  $t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D) = t_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D - \dots)$ 、 $c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D) = c_{k_{c,i}}(i, j, t_i^D - \dots)$ 、 $r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D) = r_{k_{r,i}}(i, j, t_i^D - \dots)$ 、 $p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D) = p_{k_{p,i}}(i, j, t_i^D - \dots)$ ,  $0 = t_i^D - \dots < (\dots - 1)$ ,  $k_{h,i} = 1, 2, \dots, k_h(i, j, t_i^D), h = c, r, p, t$ 。其中,表

示时间的间隔; 为整数。

### 3 模型建立

#### 3.1 基本定义

为了得到时变随机网络下有软、硬时间窗限制的有害物品路径选择模型,定义如下变量和运算符号。

定义 1  $\cdot$  为一运算符,其表示的意义为:当变量  $> 0$  时,则  $= 1$ ;当变量  $= 0$  时,则

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{从节点 } i \text{ 到节点 } j \text{ 之间存在运输任务} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$
$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{车辆到达节点 } i \text{ 时不处于节点 } i \text{ 的时间窗内} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

其中,当  $x_i = 1$  时,表示车辆违反了时间窗,即当车辆到达节点  $i$  的时间  $t_i^A$  不满足节点  $i$  的时间窗,其条件为:  $\sum_j y_{ij} = 1$ , 且有  $t_i^A < S_i$  或  $t_i^A > E_i$ 。对于软时间窗限制,此时仍然为可行解,但需要进行等待或惩罚;而当限制条件为硬时间窗限制时,必须保证车辆不违反时间窗限制,即不能产生  $x_i = 1$  这样的情况。

同时,由于网络为时变随机网络,每一有向边对应不同的概率和行驶时间。因此,存在多种组合的情况,不同的组合对应不同的概率的行驶成本、风险和人口覆盖率。为了便于计算和叙述,进行如下定义:

定义 2:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,  $w_v^i = (k_{t,O}, k_{t,1}, k_{t,2}, \dots, k_{t,v-1})$  为可行路径  $\omega$  上除了节点  $v$  之外的每一节点  $i$  选择第  $k_{t,i}$  种行驶时间所获得的第  $i$  种组合,  $k_{t,i} \in K_{ij}(t_i^D), i \in F^{-1}(v), v \in V - \{O\}$ 。在此,将所有的这些组合  $w_v^i$  记为集合  $W_v^i$ ,  $W_v^i$  中元素的个数记为  $|W_v^i|, (i, j) \in F^{-1}(v)$  为在可行路径  $\omega$  上在节点  $v$  之前所有节点的集合。

定义 3:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, l, D)$  为从起点  $O$  到终点  $D$  之间的一条可行路径,定义  $w^l = (k_{t,O}, k_{t,1}, k_{t,2}, \dots, k_{t,l})$  为可行路径  $\omega$  的时间选择组合,并将所有的这些组合  $w^l$  记为集合  $W^l, k_{t,i} \in K_{ij}^l(t_i^D), i \in V - \{D\}$ 。

定义 4:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,  $w_v^i$  为可行路径  $\omega$  的时间选择组合,  $w_v^i = (k_{t,O}, k_{t,1}, k_{t,2}, \dots, k_{t,v-1})$ 。则

记  $w_v^h = (k_{h,0}, k_{h,1} / k_{t,0}, k_{h,2} / k_{t,1}, \dots, k_{h,v-1} / k_{t,v-2})$  为确定了时间选择组合  $w_v^t$  之后的成本、风险和人口覆盖率的选择组合的第  $h$  种组合,并将所有的这些组合  $w_v^h$  记为集合  $W_v^h, k_{h,i} \in K_{ij}^h(t_i^D), h = c, r, p, i \in F^{-1}(v), v \in V - \{O\}$ 。

定义 5:若  $\pi = (O, 1, 2, \dots, l, D)$  为从起点  $O$  到终点  $D$  之间的一条可行路径,  $w^\pi = (k_{h,0}, k_{h,1} / k_{t,0}, k_{h,2} / k_{t,1}, \dots, k_{h,l} / k_{t,l-1})$  为可行路径  $\pi$  为确定了时间选择组合  $w^t$  之后的成本、风险和人口覆盖率的选择组合,将所有的这些组合  $w^h$  记为集合  $W^h, k_{h,i} \in K_{ij}^h(t_i^D), h = c, r, p, i \in V - \{D\}$ 。特别地,定义  $w_O^h = w^h, h = c, r, p, t$ 。

定义 6:若  $\pi = (O, 1, 2, \dots, v-1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,  $w_v^h$  为目标  $h$  到达节点  $v$  的第  $h$  个组合,则记此时到达节点  $v-1$  的组合为  $w_{v-1}^h, w_{v-1}^h \in W_{v-1}^h, w_{v-1}^h \in W_{v-1}^h, h = 1, 2, \dots, |W_v^h|, h = c, r, p, t, v \in V - \{O\}$ 。

定义 7:若  $\pi = (O, 1, 2, \dots, v-1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,此时的时间组合为  $w_v^t$ , 定义  $t_v^A(w_v^t)$  为选择组合  $w_v^t$  到达节点  $v$  的时间,  $t_v^D(w_v^t)$  为选择组合  $w_v^t$  从节点  $v$  出发的时间,  $w_v^t \in W_v^t, v \in V - \{O\}$ 。

定义 8:若  $\pi = (O = 1, 2, \dots, v)$  为从起点  $O$  到终点  $v$  之间的一条可行路径,令此时路径  $\pi$  的时间选择组合为  $w_v^t, v \in V - \{O\}$ 。令  $t_O^A(w_O^t)$

$= t_0, t_O^D(w_O^t) = \max\{t_0, S_0\}, w_O^t = w^t$ 。并令  $t_v^A(w_v^t)$  为到达节点  $v$  的时间,则  $t_v^A(w_v^t) = t_{v-1}^D(w_{v-1}^t) + t_{k_{t,v}}(v-1, v, t_{v-1}^D(w_{v-1}^t))$ ,  $t_v^D(w_v^t) = t_v^{wait}(w_v^t) + t_v^A(w_v^t)$ 。其中,  $t_{v-1}^D(w_{v-1}^t)$  为从节点  $v-1$  出发的时间,  $t_v^{wait}(w_v^t)$  为在节点  $v$  可能需要等待的时间。当到达节点  $v$  的时间早于节点  $v$  的时间窗的起始时间时,则  $t_v^{wait}(w_v^t) = t_v^A(w_v^t) - S_v$ ; 否则,当到达时间超过节点  $v$  的时间窗的终止时间和满足时间窗限制时,则  $t_v^{wait}(w_v^t) = 0, v \in 1, 2, \dots, |W_{v-1}^t|, t_0 = T_0, v \in V - \{O\}$ 。

显然,根据给出的定义,若从起点  $O$  到终点  $D$  之间的可行路径  $\pi = (O, 1, 2, \dots, l, D)$  组合  $w^\pi = (k_{t,0}, k_{t,1}, k_{t,2}, \dots, k_{t,l})$  确定时,则此时可行路径的子路径  $\pi' = (O, 1, 2, \dots, v)$  的组合  $w_v^t$  也必定确定,且  $w_v^t = (k_{t,0}, k_{t,1}, k_{t,2}, \dots, k_{t,v-1}), v \in V$ 。因此,有  $t_v^A(w_v^t) = t_v^A(w^\pi), t_v^D(w_v^t) = t_v^D(w^\pi), v \in 1, 2, \dots, |W^\pi|, v \in 1, 2, \dots, |W_v^t|, v \in V - \{O\}$ 。

### 3.2 数学模型

这样,在基本定义的基础上,就可以建立时变随机网络下有软、硬时间窗限制的有害物品运输路径选择模型。下面首先给出的是软时间窗限制的模型(硬时间窗限制的模型只需将所有的惩罚值改为一个相当大的数  $M$  即可)。

$$\begin{aligned} \min C = & \left\{ \left[ \sum_{(i,j) \in K_{t,i}} y_{ij} c_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D(w^t)) \right]_{k_{c,i}} \right\} + \sum_{i \in W_i^t} x_i \cdot \left\{ \left[ \sum_{(u,v) \in F^{-1}(i)} y_{uv} c_{k_{t,u}}(u, v, t_v^D(w_i^t)) \right]_{k_{c,i}} \right\} \\ & \cdot \left[ c(S_i - t_i^A(w_i^t))^+ + c(t_i^A(w_i^t) - E_i)^+ \right] \\ \min R = & \left\{ \left[ \sum_{(i,j) \in K_{t,i}} y_{ij} r_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D(w^t)) \right]_{k_{r,i}} \right\} + \sum_{i \in W_i^t} x_i \cdot \left\{ \left[ \sum_{(u,v) \in F^{-1}(i)} y_{uv} r_{k_{t,u}}(u, v, t_v^D(w_i^t)) \right]_{k_{r,i}} \right\} \\ & \cdot \left[ r(S_i - t_i^A(w_i^t))^+ + r(t_i^A(w_i^t) - E_i)^+ \right] \\ \min PE = & \left[ \sum_{(i,j) \in K_{t,i}} y_{ij} p_{k_{t,i}}(i, j, t_i^D(w^t)) \right]_{k_{p,i}} + \sum_{i \in W_i^t} x_i \cdot \left[ \sum_{(u,v) \in F^{-1}(i)} y_{uv} p_{k_{t,u}}(u, v, t_v^D(w_i^t)) \right]_{k_{p,i}} \\ & \cdot \left[ p(S_i - t_i^A(w_i^t))^+ + p(t_i^A(w_i^t) - E_i)^+ \right] \\ \text{s.t. } & \sum_j y_{ij} - \sum_j y_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{若 } i = O \\ -1 & \text{若 } i = D \forall i \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \mathbf{N} \quad (4) \end{aligned}$$

$$x_i = \begin{cases} y_{ij} \\ j \end{cases} \cdot [S_i - t_i^A(w^t)] \cdot [t_i^A(w^t) - E] \quad \forall i \in \mathbf{N}, (i,j) \in E, w^t \in W^t \quad (5)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E \quad (7)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (8)$$

$$\sum_{k \in N} w_{k,i}^h (i, j, t_i^D(w^h)) = 1 \quad \forall (i, j) \in E, \quad (9)$$

$$h = c, r, p, t, w^h \in W^h \quad (9)$$

$$t_0 + \sum_{(i,j) \in E} y_{ij} t_{k,i}^D(w^t) \leq T^* \quad \forall i \in N, (i, j) \in E, t_0 \in T_0, w^t \in W^t \quad (10)$$

其中,目标函数的第一部分表示车辆在行驶过程中的期望成本、风险和人口覆盖率;第二部分表示车辆在行驶过程中的违反时间窗限制的惩罚部分。 $c$ 、 $r$ 和 $p$ 分别为车辆早于时间窗的起始时间到达节点*i*所给予单位时间的成本、风险和人口覆盖率的等待惩罚值; $c$ 、 $r$ 和 $p$ 分别为车辆因为超过时间窗的终止时间到达节点*i*给予的单位时间的成本、风险和人口覆盖率的违反惩罚值; $(S_i - t_i^A(w_i^t))^+$ 表示的意义为 $\max\{0, S_i - t_i^A(w_i^t)\}$ , $(t_i^A(w_i^t) - E_i)^+$ 表示的意义为 $\max\{0, t_i^A(w_i^t) - E_i\}$ , $\forall w_i^t \in W^t, i \in N$ ;约束(4)保证了获得的路径为从起点到终点之间的可行路径;约束(5)给出了 $x_i$ 的计算方法,首先判断车辆是否经过节点*i*,可以利用 $y_{ij}$ 的值来判断(0或1),然后再判断是否违反时间窗限制,当到达节点*i*的时间 $t_i^A(w^t)$ 在节点*i*的时间窗时间区域内时,则必然有 $t_i^A(w^t) - S_i \leq 0$ 且 $t_i^A(w^t) - E_i \leq 0$ ,这样,车辆当满足时间窗限制时,有 $[t_i^A(w^t) - S_i] \cdot [t_i^A(w^t) - E_i] = 0$ ,相应的,有 $x_i = 0$ ,否则,当到达节点*i*的时间 $t_i^A(w^t)$ 违反时间窗限制时,则可以得到 $x_i = 1$ ;约束(9)保证了所有时间、成本、风险和人口覆盖率的可能均被选择;约束(10)保证了车辆到达终点的时间不能超过时间 $T^*$ 。

### 4 算法

#### 4.1 基本定义

定义9:若 $\gamma_1(t_0)$ 和 $\gamma_2(t_0)$ 为时变随机网络中,在时间 $t_0$ 从起点*O*出发,起点*O*到终点*D*之间的两条路径, $Z^h(\gamma_1, t_0)$ 为路径 $\gamma_1(t_0)$ 目标*h*的期望值。若 $Z^h(\gamma_1, t_0) \leq Z^h(\gamma_2, t_0), h = 1, 2, \dots, H$ 且至少有一个是严格不等式,则称在 Pareto 最优的意义下,起点出发时间为 $t_0$ 时,路径 $\gamma_1(t_0)$ 有效于路径 $\gamma_2(t_0)$ 。

定义10:若 $\gamma(t_0)$ 为在时间 $t_0$ 从起点*O*出发,

起点*O*到终点*D*之间的一条路径, $Z(\gamma, t_0)$ 路径 $\gamma(t_0)$ 的期望目标值, $Z(\gamma, t_0) = (Z^1(\gamma, t_0), Z^2(\gamma, t_0), \dots, Z^H(\gamma, t_0))$ 。若不存在任何一条在时间 $t_0$ 从起点*O*出发,起点*O*到终点*D*之间的路径 $\gamma(t_0)$ 有效于 $\gamma(t_0)$ ,则称 $\gamma(t_0)$ 为出发时间为 $t_0$ 时 MOS-TVSP 的有效路径。

定义11:若 $\gamma_1(t_0)$ 和 $\gamma_2(t_0)$ 为在时间 $t_0$ 从起点*O*出发,从起点*O*到节点*j*之间的两条可行路径, $Z(\gamma_1, t_0)$ 和 $Z(\gamma_2, t_0)$ 分别为路径 $\gamma_1(t_0)$ 和 $\gamma_2(t_0)$ 的期望目标值, $Z(\gamma_1, t_0) = (Z^1(\gamma_1, t_0), Z^2(\gamma_1, t_0), \dots, Z^H(\gamma_1, t_0)), Z(\gamma_2, t_0) = (Z^1(\gamma_2, t_0), Z^2(\gamma_2, t_0), \dots, Z^H(\gamma_2, t_0))$ 。 $\gamma_1(t_0)$ 和 $\gamma_2(t_0)$ 到达节点*j*的时间分别为 $t_{1,j}$ 和 $t_{2,j}$ 。当 $t_{1,j} = t_{2,j}$ 时,若 $Z^h(\gamma_1, t_0) < Z^h(\gamma_2, t_0), h = 1, 2, \dots, H$ ,且至少有一个是严格不等式,则在时间 $t_{1,j}$ (或 $t_{2,j}$ ),路径 $\gamma_1(t_0)$ 有效于 $\gamma_2(t_0)$ 。

#### 4.2 算法步骤

对于时变随机条件下有时间窗限制的多目标最短路问题,可以利用动态规划和标号法进行求解。一般的,对于一个运输网络,在进行求解的过程中,可以将运输网络划分成若干个阶段,以起点为初始阶段,由前向后一个阶段一个阶段地推移,直到最后一个阶段结束为止。

这样,对于多维多层标号,为了获得各个目标值和相应的概率,第一层首先需要确定时间组合,第二层然后再确定目标组合,获得期望目标值。因此,对于任意一个节点*j*赋以两个标号,标号1为确定了时间组合 $w_j^q$ 时所获得的目标值、概率和时间, $w_j^q$ 。

$w_j^q$ ;标号2为所有时间组合 $W_j^q$ 下的目标值。在此,对于任意一个节点*j*均赋以标号1 $[(j, Z_j, P_j, t_j^A, t_j^D), (w_i^q, i, q - 1)]_{w_j^q, q}$ 和标号2 $[(j, EZ_j), (W_i^q, i)]_{w_j^q}$ 。其中, $q$ 表示节点*j*的所属的阶段; $w_j^q$ 表示节点*j*在阶段 $q$ 的时间组合; $q - 1$ 表示节点*i*的所属的阶段; $w_i^q$ 表示节点*i*在阶段 $q - 1$ 的时间组合; $Z_j$ 表示时间组合为 $w_j^q$ 时从节点*j*出发时各个目标的期望值, $Z_j$ 为一个向量, $Z_j = (Z_j^1, Z_j^2, \dots, Z_j^H)$ ; $P_j$ 表示时间组合为 $w_j^q$ 时到达节点*j*时各个目标的概率, $P_j = (P_j^1, P_j^2, \dots, P_j^H)$ ,其中, $P_j^h$ 为一个向量, $P_j^h = (p_{j,w_j^q,1}^h, p_{j,w_j^q,2}^h, \dots, p_{j,w_j^q,|W_j^q|}^h)$ ;  $t_j^A$ 表示在时间组合 $w_j^q$ 下的到达节点*j*时间; $t_j^D$ 表示在时间组合 $w_j^q$ 下的从节点*j*出发的时间; $EZ_j$ 表示选择了所有的时间组合后的期望目标值, $EZ_j$ 为一个向量, $EZ_j = (EZ_j^1, EZ_j^2, \dots,$

$EZ_j^h)$ ,  $EZ_j^h$  为选择了所有的时间组合后的目标  $h$  的期望值。其中,  $\forall w_j^i, W_j^i, i = 1, 2, \dots, |W_j^i|, j \in N - \{O\}, (i, j) \in E$ 。

为了便于计算和叙述,给出如下定义:

定义 12:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v - 1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,  $W_\omega^h = \omega$ , 令  $w_\omega^h$  为到达节点  $v$  的目标  $h$  的组合,  $w_{v-1}^h$  为此时到达节点  $v - 1$  的目标  $h$  的组合, 且此时在节点  $v - 1$  上选择第  $k_{h,v-1}$  种可能。定义  $\oplus$  和  $\otimes$  为运算符,  $w_{v-1}^h, k_{h,v-1}$  表示的意义为在组合  $w_{v-1}^h$  上延伸  $k_{h,v-1}$  变为组合  $w_\omega^h$ , 即有  $w_{v-1}^h \oplus k_{h,v} = w_\omega^h$ ;  $w_\omega^h \otimes k_{h,v-1}$  表示的意义为在组合  $w_\omega^h$  上缩减  $k_{h,v-1}$  变为组合  $w_{v-1}^h$ , 即有  $w_\omega^h \otimes k_{h,v-1} = w_{v-1}^h, h = 1, 2, \dots, H, v \in N - \{O\}$ 。

定义 13:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v - 1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径, 定义  $t_{v,w_\omega^h}^i$  为选择时间组合  $w_\omega^i$  时到达节点  $v$  的概率,  $w_\omega^i, W_\omega^i, i = 1, 2, \dots, |W_\omega^i|, v \in N - \{O\}$ 。

定义 14:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v - 1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径, 若此时的时间组合为  $w_\omega^i$ , 则定义  $z_{v,w_\omega^i}^{h,w_\omega^h}$  为时间组合  $w_\omega^i$  下目标  $h$  选择组合  $w_\omega^h$  时到达节点  $v$  的概率,  $w_\omega^i, W_\omega^i, i = 1, 2, \dots, |W_\omega^i|, w_\omega^h, W_\omega^h, h = 1, 2, \dots, H, \omega = 1, 2, \dots, |W_\omega^h|$ 。由于当确定了组合  $w_\omega^h$  时, 其时间组合  $w_\omega^i$  也已经确定, 因此, 为了简便起见,  $z_{v,w_\omega^i}^{h,w_\omega^h}$  可以记为  $z_{v,w_\omega^h}^{h,w_\omega^h}$ 。

定义 15:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v - 1, v)$  为从起点  $O$  到节点  $v$  之间的一条可行路径,  $w_\omega^h$  到达节点  $v$  的组合, 定义  $z_v^{h,A}(w_\omega^h)$  为选择组合  $w_\omega^h$  时到达节点  $v$  时目标  $h$  的值,  $z_v^{h,D}(w_\omega^h)$  为选择组合  $w_\omega^h$  时从节点  $v$  出发时目标  $h$  的值,  $w_\omega^h, W_\omega^h, h = 1, 2, \dots, H, v \in N$ 。

定义 16:若  $\omega = (O, 1, 2, \dots, v)$  为从起点  $O$  到终点  $v$  之间的一条可行路径, 令此时路径  $\omega$  的时间选择组合为  $w_\omega^i, i = 1, 2, \dots, |W_\omega^i|$ , 则分别令  $w_\omega^h$  为在组合  $w_\omega^i$  下选择目标  $h$  的组合。令  $z_O^{h,A} = 0$ , 则  $z_v^{h,A}(w_\omega^h) = z_{v-1}^{h,D}(w_{v-1}^h) + z_{k_{h,v}}^{h,v}(v - 1, v, t_{v-1}^D(w_{v-1}^h)), z_v^{h,D}(w_\omega^h) = z_v^{h,pun}(w_\omega^i) + z_v^{h,A}(w_\omega^h)$ 。其中,  $z_v^{h,pun}(w_\omega^i)$  为选择时间组合  $w_\omega^i$  时在节点  $v$  可能违反时间窗需要进行惩罚的目标  $h$  的惩罚值, 若: 1)  $S_v < t_v^A(w_\omega^i) < E_v$ , 则  $z_v^{h,pun}(w_\omega^i) = 0$ ; 2)  $S_v > t_v^A(w_\omega^i)$ , 则  $z_v^{h,pun}(w_\omega^i) = z_v^{h,A}(S_v - t_v^A(w_\omega^i))$ ; 3)  $t_v^A(w_\omega^i) > E_v$ , 则  $z_v^{h,pun}(w_\omega^i) =$

$z_v^{h,A}(t_v^A(w_\omega^i) - E_v)$ 。此时有  $w_{v-1}^h, k_{h,v-1} = w_{v-1}^h, i = 1, 2, \dots, |W_\omega^i|, i = 1, 2, \dots, |W_{v-1}^h|, h = 1, 2, \dots, H, v \in N, t_0 = T_0$ 。

这样, 就可以给出时变随机条件下有时间窗限制的多目标最短路的算法, 算法的具体步骤如下所示:

步骤 1:对运输网络进行阶段的划分, 得到阶段数  $Q$ , 并令  $q = 0$ ;

步骤 2:并选取  $T_0$  中最小值  $t_0$ , 若此时  $t_0$  处于起点  $O$  的时间窗限制内, 即  $S_O \leq t_0 \leq E_O$ , 则令  $t_O^A = t_0^D = t_0, Z_O^h = 0, h = 1, 2, \dots, H$ 。否则, 若  $t_0 < S_O$ , 则令  $t_O^A = t_0, t_O^D = S_O, Z_O^h = z_v^{h,A}(S_O - t_0)$ ; 若  $t_0 > E_O$ , 则令  $t_O^A = t_0^D = t_0, Z_O^h = z_v^{h,A}(t_0 - E_O)$ , 且有  $P_O = (1), EZ_O = (Z_O^1, Z_O^2, \dots, Z_O^H), W_O^h = W_O^h = \omega, h = 1, 2, \dots, H$ ;

步骤 3:给起点  $O$  以标号  $1[(O, Z_O, P_O, t_O^A, t_O^D), (-, -, -, -)]$  和标号  $2[(O, EZ_O), (-, -, -, -)]$ ,  $T_0 = T_0 - \{t_0\}$ ;

步骤 4:获得阶段  $q$  的所有节点集合  $N_q$ ;

步骤 5:对所有的  $i \in N_q$ , 搜索所有的  $j \in F(i)$ ,  $F(i)$  为在节点  $i$  的所有前向节点的集合,  $(i, j) \in E$ ;

步骤 6:根据节点  $i$  的出发时间  $t_i^D$ , 在  $K_{ij}^D(t_i^D)$  按次序中选出  $k_{i,i}$ , 令  $w_{i,i}^j = w_i^i, k_{i,i}$ , 获得  $w_j^j$ , 并将所有的  $w_j^j$  记为  $W_j^j$ ;

步骤 7:根据得到的  $W_j^j$ , 同样的分别节点  $i$  的出发时间  $t_i^D$ , 在  $K_{ij}^D(t_i^D)$  按次序中选出  $k_{h,i}$ , 获得  $w_j^h$ ;

步骤 8:计算出  $z_{j,w_j^h}^{i,w_j^i} = z_{i,w_j^i}^{h,w_j^h} \cdot k_{i,i-1}(i - 1, i, t_{i-1}^D(w_{i-1}^i)) \cdot k_{h,i}(i, j, t_i^D(w_i^i)), \forall w_j^i \in W_j^i, w_j^h \in W_j^h, w_i^i \in W_i^i, k_{i,i} = w_j^i, w_i^h = w_j^h, i = 1, 2, \dots, |W_j^i|, i = 1, 2, \dots, |W_j^h|, h = 1, 2, \dots, H$ 。(特别的, 当  $i = O$  时, 令  $z_{i,O-1}(O - 1, O, t_{O-1}^D(w_{O-1}^i)) = 1$ 。)

步骤 9:计算出  $t_j^A(w_j^i) = t_i^D(w_i^i) + t_{k_{i,i}}(i, j, t_i^D(w_i^i)), \forall w_j^i \in W_j^i, i = 1, 2, \dots, |W_j^i|$ ;

步骤 10:按  $t_j^A(w_j^i)$  的情况分成三种不同的情况进行处理:

1) 若  $S_j < t_j^A(w_j^i) < E_j$ , 则令  $t_j^D(w_j^i) = t_j^A(w_j^i)$ , 且有  $z_j^{h,A}(w_j^h) = z_i^{h,D}(w_i^i) + z_{k_{h,i}}(i, j, t_i^D(w_i^i))$ , 并令  $z_j^{h,D}(w_j^h) = z_j^{h,A}(w_j^h), \forall w_j^i \in W_j^i, w_j^h \in W_j^h, i = 1, 2, \dots, |W_j^i|, i = 1, 2, \dots, |W_j^h|, h = 1, 2, \dots, H$ 。

2) 若  $t_j^A(w_j^i) < S_j$ , 令  $t_j^D(w_j^i) = S_j$ , 计算出  $z_j^{h,D}(w_j^h) = z_j^{h,A}(w_j^h) + z_v^{h,A}(S_j - t_j^A(w_j^i)), h = 1, 2, \dots, H, \forall w_j^i \in W_j^i, w_j^h \in W_j^h, i = 1, 2, \dots,$

$|W_j^t|, t = 1, 2, \dots, |W_j^h|, h = 1, 2, \dots, H$ 。(当时间窗限制为硬时间窗限制时,只需将  $t$  和  $h$  均变为  $M$  即可,  $h = 1, 2, \dots, H$ )。

3) 若  $t_j^A(w_j^t) > E_j$ , 令  $t_j^D(w_j^t) = t_j^A(w_j^t)$ , 计算出  $z_j^{h,D}(w_j^h) = z_j^{h,A}(w_j^h) + t_j^A(w_j^t) - E_j$ 。其中,  $h = 1, 2, \dots, H, \forall w_j^t \in W_j^t, w_j^h \in W_j^h, t = 1, 2, \dots, |W_j^t|, h = 1, 2, \dots, |W_j^h|, h = 1, 2, \dots, H$ 。(当时间窗限制为硬时间窗限制时,只需将  $t$  和  $h$  均变为  $M$  即可,  $h = 1, 2, \dots, H$ )。

步骤 12: 计算出  $Z_j^h(w_j^h) = \sum_{t=1}^{|W_j^h|} z_j^{h,D}(w_j^h)$ ,  $h = 1, 2, \dots, H$ ;

步骤 13: 对所有的  $j$  分别给以标号  $1[(j, Z_j, P_j, t_j^A, t_j^D), (w_j^t, i, q - 1)]_{w_j^t, q}$ , 并利用给出的定义进行对比, 获得有效标号 1;

步骤 14: 若对于获得的节点  $j$  所有的有效标号 1 均有  $t_j^A < T^*$ , 则计算出  $EZ_j^h = \sum_{t=1}^{|W_j^h|} Z_j^h(w_j^h)$ ,  $h = 1, 2, \dots, H$ , 转步骤 15; 否则, 则删去此时节点  $j$  的所有标号 1, 转步骤 16;

步骤 15: 对所有符合  $t_j^A < T^*$  的  $j$  分别给以标号  $2[(j, EZ_j), ((W_j^t), i)]_{w_j^t, \forall w_j^t \in W_j^t}$ ;

步骤 16:  $q = q + 1$ ;

步骤 17: 若  $q > Q$ , 获得终点  $D$  中所有的标号 2 进行对比, 获得有效标号 2, 并根据这些标号 2 和标号 1 向后推导, 可以获得出发时间为  $t_0$  的有效路径, 转步骤 18; 否则, 转步骤 4;

步骤 18: 若  $T_0 = t_0$ , 结束, 否则转步骤 2。

### 4.3 计算复杂性分析

定理 1: 在最坏情况下利用给出的算法获得时变随机条件下有时间窗的多目标最短路的计算复杂性为  $O(SmHK^{2n-2})$ 。

证明: 对于每一个  $t_0 \in T_0$  都有: 首先, 获得阶段数目的计算复杂性为  $O(n)$ 。

其次对于任一阶段  $q$  对于任何一个节点  $i \in N_q, |N_q| = n$ , 需要获得所有的  $j \in ES(i, (t, j)) \in E$ , 最多为  $m$  条。在此, 设  $K = \left\{ \max_{(i,j)} \max_k |k(i, j, k^p)|, \max_{(i,j)} \max_h |k_h(i, j, k^p)| \right\}, h = 1, 2, \dots, H$ 。由于在计算的过程中, 首先需要考虑时间的随机因素, 其可能性不超过  $K$ , 还同时需要考虑其他目标的随机因素, 其可能性也不超过  $K$ 。此时, 同时需要考虑  $H$  个目标。因此, 对于每一个阶段, 其计算复杂性不超过  $O(mH(K^2)^{q-1})$ 。

这样, 可以得到在最坏情况下获得时变随机条件下有时间窗限制的多目标最短路的计算复杂性为  $O(SmHK^{2n-2})$ 。

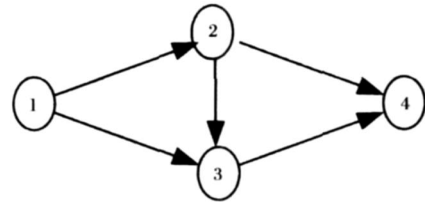


图 1 运输网络

### 5 算例

下面给出一个简单的算例, 运输网络如图 1 所示。表 1 给出了在运输过程中, 各个节点之间在不同时间条件下, 运输过程中的运输期望成本和运输时间。节点 2 和节点 3 的时间窗时间区域分别为  $[12 - 14]$  和  $[17 - 19]$ 。表 2 给出了到达某个节点时违反该节点时间窗限制时, 超过时间窗所给予的等待惩罚和违反惩罚。假设车辆可以在时间 0 从起点  $O$  出发, 并每隔 2 个小时整点出发一次。现希望获得在时间 24 之前到达终点  $D$  的最短路。

表 1 各条有向边在不同时间条件下的运输时间、成本、风险和人口覆盖率及相应概率

有向边	目标值							
	0, 12				12, 24			
	时间	成本	风险	人口覆盖率	时间	成本	风险	人口覆盖率
(1, 2)	1.0/0.7	5/0.4	5/0.5	30/0.7	5.0/0.8	5/0.6	10/0.6	25/0.8
	1.5/0.3	10/0.6	8/0.5	20/0.3	7.0/0.2	8/0.4	15/0.4	35/0.2
(1, 3)	1.0/0.7	10/0.6	15/0.3	20/0.4	1.0/1	10/0.6	25/0.3	15/0.2
	1.5/0.3	12/0.4	18/0.7	25/0.6	-	15/0.4	30/0.7	20/0.8
(2, 3)	1.0/0.6	10/0.5	8/0.6	5/0.5	0.5/1	15/1	8/1	15/1
	1.2/0.4	15/0.5	14/0.4	8/0.5	-	-	-	-
(2, 4)	2.5/0.3	55/0.3	20/0.6	130/0.5	3.0/0.5	60/0.4	20/0.5	30/0.5
	3.0/0.3	50/0.2	25/0.4	135/0.5	3.5/0.5	75/0.6	25/0.5	35/0.5
	3.5/0.4	65/0.5	-	-	-	-	-	-
(3, 4)	2.0/0.5	20/0.6	50/0.5	55/0.6	3.5/0.5	30/0.6	60/0.3	80/0.5
	2.5/0.5	25/0.4	65/0.5	60/0.4	4.0/0.5	25/0.4	75/0.4	90/0.3
	-	-	-	-	-	-	85/0.3	100/0.2

根据给出的运输网络图, 可以得到在求解过程

中的各个状态和阶段。如表 3 所示。

分别选取不同的出发时间,并应用给出的算法,可以获得在不同出发时间条件下,有软、硬时间窗限制和无时间窗限制条件下,同时考虑三个目标:风险、成本和人口覆盖率的有效路径的集合,分别如表 4 所示。

从表 4 中可以看出,不同出发时间条件下,不管在有软时间窗、硬时间窗还是在无时间窗条件下,所获得的有效路径有所不同,其数量也会随着时间的变化而有所变化。从总体上看,当出发时间超过 18 时,由于到达时间均超过了 24,所以无可行路径。特别的,由于硬时间窗限制相对较为严格,因此,得到的可行路径相对较少,仅当出发时间为 16 和 18 时,在硬时间窗限制条件下,此时存在可行路径。

表 2 违反时间窗时单位时间的等待惩罚和超过惩罚

惩罚	成本	风险	人口覆盖率
等待惩罚	5	2	5
超过惩罚	10	5	10

表 3 各个状态和阶段

	阶段			
	0	1	2	3
状态	1	2	3	4
		3	4	

表 4 不同出发时间下的有效路径集合

出发时间	有效路径		
	软时间窗限制	硬时间窗限制	无时间窗限制
0	1-2-4	—	1-2-4
	1-3-4	—	1-3-4
2	—	—	1-2-3-4
	1-2-4	—	1-2-4
4	1-3-4	—	1-3-4
	—	—	1-2-3-4
6	1-2-4	—	1-2-4
	1-3-4	—	1-3-4
8	—	—	1-2-3-4
	1-2-4	—	1-2-4
10	1-3-4	—	1-3-4
	—	—	1-2-3-4
12	1-2-4	—	1-2-4
	1-3-4	—	1-3-4
14	1-2-3-4	—	1-2-3-4
	1-2-4	—	1-2-4
16	1-3-4	—	1-3-4
	—	—	1-2-3-4
18	1-2-4	—	1-2-4
	1-3-4	—	1-3-4

## 6 结语

本文针对有害物品对运输网络中的有时间窗限制和时变随机两个常见的因素,对时变随机网络下有时间窗限制有害物品运输的路径选择进行了研究,建立了软、硬时间窗限制下的数学模型,并设计了求解时变随机条件下有软、硬时间窗限制的多目标最短路径算法,通过此算法可以获得时变随机条件下有时间窗限制有害物品运输的有效路径的集合。同时,该模型和算法还允许车辆选择多个出发时间,路径决策者可以根据自身的情况,选择合适的出发时间和路径。

由于时变随机网络下有时间窗限制的有害物品运输问题的计算复杂性非常高,对大型复杂网络下的问题开发快速有效的算法成为下一步需要进一步研究的问题

## 参考文献:

- [1] List, Mirchandani, Turnquist, Zografos. Modeling and analysis for hazardous materials transportation: risk analysis, routing/scheduling and facility location [J]. Transportation Science, 1991, 25(2): 100 - 114.
- [2] List, Abkowitz. Estimates of Current Hazardous Material Flow Patterns[J]. Trans. Quart., 1986(40): 483 - 502.
- [3] Schmidt, Price. The Flow of Hazardous Materials on Virginia Highways[J]. J. Safety Res., 1979, 11: 109 - 114.
- [4] 吴宗之,孙猛. 200 起危险化学品公路运输事故的统计分析及对策研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2006, 2(2): 3 - 8.
- [5] 魏航,李军. 时变条件下的有害物品运输的人口风险分析[J]. 中国安全科学学报, 2004, 14(10): 95 - 98.
- [6] Dijkstra. A note on two problems in connection with graphs[J]. Numer. Math., 1959, 1: 269 - 271.
- [7] 李引珍,郭耀煌. 交通运输网络最短路径关键边问题研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(4): 69 - 73.
- [8] 李帮义,盛昭翰. 目标函数为  $\min$  和  $\max$  的双目标最短路径问题:算法和复杂性[J]. 中国管理科学, 2003, 11(5): 37 - 41.
- [9] Miller-Hooks. Optimal routing in time-varying, stochastic networks: algorithm and implementation [D]. Ph.D. thesis, Department of civil engineering, University of Texas at Austin, 1997.
- [10] Miller-Hooks, Mahmassani. Path comparisons for a priori and time - adaptive decisions in stochastic, time

- varying networks [J]. European Journal of Operational Research, 2003( 146) : 67 - 82.
- [11] Miller-Hooks. , Mahmassani. Least expected time paths in stochastic , time - varying transportation networks[J]. Transportation Science , 2000 , 34 (2) :198 - 215.
- [12] 魏航,李军,刘凝子. 一种求解时变网络下多式联运最短路的算法[J]. 中国管理科学, 2006, 14(4) : 56 - 63.
- [13] Wijeratne, Turnquist, Mirchandani. Multiobjective routing of hazardous materials in stochastic networks [J]. European Journal of Operational Research , 1993 , 65 : 33 - 43.
- [14] Chang, Nozick, Turnquist. Multiobjective Path Finding in Stochastic Dynamic Networks , with Application to Routing Hazardous Materials Shipments[J]. Transportation Science , 2005 , 39(3) : 383 - 399.
- [15] 魏航. 时变条件下有害物品运输的路径选择问题研究 [D]. 西南交通大学博士论文, 2006, 成都.
- [16] 魏航,李军,蒲云. 时变条件下有害物品运输的路径选择研究[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 20(10) : 107 - 112.
- [17] Desrochers, Soumis. A generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows[J]. INFOR, 1988, 26 : 191 - 212.
- [18] Desrochers, Soumis. A reoptimization algorithm for the shortest path problem with time windows[J]. European Journal of Operational Research , 1988 (35) : 242 - 254.
- [19] Dror. Note on the complexity of the shortest path models for column generation in VRPTW[J]. Operations Research , 1994(42) : 977 - 978.
- [20] Meng, Lee, R. Cheu. Multiobjective vehicle routing and scheduling problem with time windows constraints in hazardous material transportation [J]. Journal of transportation engineering , 2005 , 131(9) , 699 - 707.
- [21] Cox, Turnquist. Scheduling truck shipment of Hazardous Materials in the present of curfews[J]. Transportation Research Record , 1063 , 1986 : 21 - 26.

### **Hazardous Materials Transportation Path Problem in Stochastic , Time-varying Network with Constrains of Time Windows**

**WEI Hang**

(School of International Business Administration , Shanghai University of Finance and Economics , Shanghai 200433 ,China)

**Abstract :** The paper discussed hazardous materials transportation in stochastic time-varying with soft and hard time windows (HTSTTW). Firstly we defined a sector to describe the time-varying and stochastic character for a feasible path and then developed the models for HTSTTW. Because of the multi-objective function in the model , the definition of efficient path in time-varying and stochastic network was given. In order to develop the algorithm , the dynamic and multi-dimension label was defined. Then , the algorithm for selecting for HTSTTW based on the label was developed. The complexity of the algorithm was discussed. By this algorithm , the non-dominated paths in the hazardous materials transportation were provided. Then , series of property were proved. At last , a case was studied.

**Key words :** hazardous materials transportation ; time-varying ; stochastic ; time windows ; multi-objective