文章编号:1003 - 207(2009)03 - 0034 - 06

基于测度变换方法的随机型创新幂式期权定价

赵 巍[1] ,何建敏[2]

(1. 淮海工学院商学院 , 江苏 连云港 222001 ; 2. 东南大学经济管理学院 , 江苏 南京 210096)

摘 要:随机型创新幂式期权以其结构简明、风险可控而受到投资者青睐。针对传统方法求解随机型期权存在的困难,提出用测度变换方法解决随机幂式期权的定价模型。受鞅定价方法的启发,推广计价单位的选取以获取相应的等价测度变换,得到随机利率情形下具有一般支付函数的测度变换公式;以此为基础选取远期债券为计价单位,并考虑债券价格波动和股价波动的相关性,可以方便地推导出随机型幂式期权定价模型。通过对模型风险特征的数值模拟分析,说明了幂型期权的优势所在。此项研究结论对金融衍生产品的发行者和投资者具有一定的理论借鉴意义。

关键词:等价鞅;随机利率;测度变换;创新幂式期权

中图分类号:F830. 9 **文献标识码**:A

1 引言

随着金融市场的不断发展,创新式的金融衍生产品层出不穷,如百慕大期权(Bermudan Options)、亚式期权(Asian Options)、回顾型期权(Lookback Options)、汇率连动期权(Quanto Options)等等[1]。这些奇异期权(Exotic Options)是根据投资者的不同需求而设计的,到期现金流完全不同于标准的欧式期权。但由于结构复杂,奇异期权一般没有精确的定价公式,一些重要的避险参数也难以求出。这对券商而言,难以确定合适的期权价格;对投资者来说,由于风险未知也丧失了原有的吸引力。因此,设计结构简单且风险可控的期权对吸引客户尤为重要。幂式期权正是具有较低权利金和易于避险的创新金融产品[2]。另一方面,适逢金融危机发生之时,如何有效降低风险成为当前金融产品创新考虑的首要问题。本文还考虑到模型的风险可控性,研究了两类创新幂式期权(幂型期权和上限型幂期权)的定价问题,其投资风险性要大大低于传统的标准幂期权。

收稿日期:2008 - 10 - 08;**修订日期**:2009 - 04 - 13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70671025)

作者简介:赵巍(1980 -),男(汉族),江苏连云港人,淮海工学院商学院讲师,博士,研究方向:金融工程与金融复杂性.

自 1973 年 Black 和 Scholes 的开创性工作以来[3],期权定价理论取得了长足的发展。不同研究者尝试用简便、通用的方法去解决复杂的定价模型。例如,Harrison 和 Kreps(1979)提出鞅定价方法求解期权公式,他们认为市场无套利等价于存在一个风险中性概率测度,使得在此概率测度下,市场中任何财富过程的贴现价格过程为鞅[4]。通常用来贴现的计价单位(Numeraire)是无风险的债券。同样,我们通过选取其他的资产作为计价单位,也能够得到相应的等价鞅测度,根据这样的思路能够大大简化很多复杂定价模型的求解。Jamshidian、Geman 等的工作也表明,尝试不同的计价单位能够使复杂定价问题变得简单[5-6]。钱晓松选取了标的资产本身作为计价单位,研究了跳扩散模型中的期权定价问题,但该方法对更加复杂的支付函数不具有一般性[7]。ESSER 在确定性利率条件下,结合市场完备性和资产过程可达性两个角度,给出了计价单位选取和测度变换的一般化公式[8]。Blenamn 利用 ESSER 结论,给出了广义幂交换期权的闭式解及其套期保值策略[9]。

本文在已有研究的基础上,探讨了基于测度变换方法的随机型幂式期权定价问题。在随机利率水平下,推导了具有一般支付函数的测度变换公式,这为后面期权定价模型的求解奠定了基础。考虑到债券价格和股票价格波动具有相关性的实际,求解了标准幂期权和创新幂式期权的定价模型。本文研究方法具有一定的普适性,设计了从计价单位的选取

推导等价鞅测度的新思路,一定程度上拓展了已有的期权定价方法,为券商精确定价金融产品、投资者进行风险控制提供有益的参考。

2　随机利率情形下的计价单位及其测度变换

考虑一个有限标的资产的市场,假定市场中仅存在两种资产,一种是风险资产,用 S 表示;另一种无风险资产,用 B 表示;短期利率为确定性函数;市场中的状态变量(如波动率)是确定的,且为不可交易资产;标的资产短期不支付红利。基于上述假定得到的未定权益,记为 F。上述市场中的概率空间记为 $(\Omega,\mathfrak{F},P)$,Ω 表示样本空间,P 为通常的概率测度。滤子 $\mathfrak{F}=\bigcup_{0\le t\le T}\mathfrak{F}_t, T<\infty$ 为布朗运动产生的 σ 流。

鞅测度变换的关键在计价单位的选取,这是因为计价单位的变换直接决定了等价鞅测度的变换。按照 Duffie(1996) 和 Björk(1998) 的理论,市场无套利等价于对任意的计价单位 N,存在相应的等价鞅测度;进而市场完备等价于这样的等价鞅测度唯一[10-11]。因此,任何未定权益 F 的无套利价格可以表示为

$$\frac{F(t)}{N(t)}=E_t^Q[\frac{F(T)}{N(T)}] \tag{1}$$

由于在完备市场条件下,任意的计价单位都对应了唯一的等价鞅测度,这就表明鞅测度变换就可以通过相应的计价单位变换来实现。

考察未定权益 F 在不同计价单位 N 和 M 下的表示,即

$$F(t)=N(t)E_t^Q[\frac{F(T)}{N(T)}]\equiv E_t^Q[\frac{M(T)/M(t)}{N(T)/N(t)}\frac{M(t)F(T)}{M(T)}]=M(t)E_t^R[\frac{F(T)}{M(T)}]$$

则

$$\left.\frac{dR}{dQ}\right|_{\mathfrak{F}_T}=\frac{M(T)/M(t)}{N(T)/N(t)} \tag{2}$$

根据等价测度的定义,$\frac{M(T)/M(t)}{N(T)/N(t)}$ 为正的随机变量,且 $E_t^Q[\frac{M(T)/M(t)}{N(T)/N(t)}]=1$,从而有

$$\frac{M(T)/M(t)}{N(T)/N(t)}=\frac{M(T)/N(T)}{E_t^Q[M(T)/N(T)]} \tag{3}$$

考虑一般情形的支付函数,未定权益 F 的到期支付形如[8]:

$$F(T)=HI(f(S(T)>0)) \tag{4}$$

其中,$I(\cdot)$ 为指示函数。选取 $B(t)$ 为计价单位且当 $r(t)$ 为随机函数时,有

$$F(t)=B(t)E_t^Q[\frac{H}{B(T)}I(f(S(T)>0))] \tag{5}$$

令

$$\left.\frac{dQ^H}{dQ}\right|_{\mathfrak{F}_T}=\frac{H/B(T)}{E_t^Q[H/B(T)]} \tag{6}$$

得到一般情形下的定价公式

$$F(t)=B(t)E_t^Q[H/B(T)]E_t^Q[\frac{H/B(T)}{E_t^Q[H/B(T)]}I(f(S(T)>0))]=B(t)E_t^Q[H/B(T)]Q^H[f(S(T)>0]$$

3　随机利率下的标准幂期权定价

在具有随机利率 $r(t)$ 的金融市场中,$p(t,T)$ 为到期日为 T 的零息债券价格过程,满足:

$$dp(t,T)=\mu_1 p(t,T)dt+\sigma_1 p(t,T)dW_1(t) \tag{7}$$

其中,$p(T,T)=1$,μ_1,σ_1 为常数。由等价鞅测度,可知

$$p(t,T)=E_t^Q[\exp(-\int_t^T r(s)ds)] \tag{8}$$

另一风险资产 $S(t)$ 满足

$$dS(t)=\mu_2 S(t)dt+\sigma_2 S(t)dW_2(t) \tag{9}$$

其中,μ_2,σ_2 为常数。

假定 W_1,W_2 为 P 下的标准布朗运动,且 $dW_1(t)dW_2(t)=\rho dt$,对二维随机变量(W_1,W_2)进行 Cholesky 正交分解,得到

$$dp(t,T)=\mu_1 p(t,T)dt+\sigma_1 p(t,T)d\widetilde{W}_1(t) \tag{10}$$

$$dS(t)=\mu_2 S(t)dt+\sigma_2\rho S(t)d\widetilde{W}_1(t)+\sigma_2\cdot\sqrt{1-\rho^2}S(t)d\widetilde{W}_2(t) \tag{11}$$

其中,$\widetilde{W}_1$,$\widetilde{W}_2$ 为相互独立的布朗运动。

在风险中性概率测度 Q 下,有

$$dp(t,T)=rp(t,T)dt+\sigma_1 p(t,T)d\widetilde{W}_1^Q(t) \tag{12}$$

$$dS(t)=rS(t)dt+\sigma_2\rho S(t)d\widetilde{W}_1^Q+\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}S(t)d\widetilde{W}_2^Q(t) \tag{13}$$

其中,

$$\widetilde{W}_1^Q(t)=\widetilde{W}_1(t)+[\frac{(\mu_1-r)}{\sigma_1}]t$$

$$\widetilde{W}_2^Q(t)=\widetilde{W}_2(t)+[\frac{(\mu_2-r-(\sigma_2/\sigma_1)\rho(\mu_1-r))}{\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}]t$$

由 Girsanov 定理知,$\widetilde{W}_1^Q(t)$,$\widetilde{W}_2^Q(t)$ 为概率测度 Q 下的布朗运动。

考虑到期日为 T、执行价格为 K 的标准欧式幂

期权的支付函数为

$$Pow_T = (S^\alpha(T) - K)^+, \alpha \in \mathbf{R}^+ \tag{14}$$

则有

$$Pow_t = B(t)E_t^Q[\frac{(S^\alpha(T) - K)^+}{B(T)}]$$

$$= B(t)E_t^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}I_{\{S^\alpha(T)\geq K\}}] - B(t)KE_t^Q[\frac{1}{B(T)}I_{\{S^\alpha(T)\geq K\}}]$$

$$\triangleq Pow_1 - Pow_2$$

对 Pow_2 选取 $p(t,T)$ 为计价单位,有

$$Pow_2 = KE_t^Q[p(t,T)\frac{p(T,T)/p(t,T)}{B(T)/B(t)}I_{\{S^\alpha(T)\geq K\}}]$$

$$= Kp(t,T)Q^T[S^\alpha(T) \geq K]$$

其中,Q^T 为远期测度,且

$$\left.\frac{dQ^T}{dQ}\right|_{\mathfrak{F}_T} = \frac{p(T,T)}{B(T)p(0,T)} = \exp\{-\frac{1}{2}\sigma_1^2 T + \sigma_1^2 \widetilde{W}_1^Q(T)\} \tag{15}$$

由 Girsanov 定理,在测度 Q^T 下,$\widetilde{W}_1^{Q^T}(t) = \widetilde{W}_1^Q(t) - \sigma_1 t$ 为布朗运动,则

$$dS(t) = rS(t)dt + \sigma_1\sigma_2\rho S(t)dt + \sigma_2\rho S(t)d\widetilde{W}_1^{Q^T} + \sigma_2\sqrt{1-\rho^2}S(t)d\widetilde{W}_2^Q(t) = rS(t)dt + \sigma_1\sigma_2\rho S(t)dt + \sigma_2 S(t)d\widetilde{W}^{Q^T}(t)$$

其中,$\widetilde{W}^{Q^T}(t) = \rho\widetilde{W}_1^{Q^T}(t) + \sqrt{1-\rho^2}d\widetilde{W}_2^Q(t)$。从而由 Itô 公式,有

$$S(T) = S(t)\exp\{(\int_t^T r(s)ds + (\sigma_1\sigma_2\rho - \frac{1}{2}\sigma_2^2)(T-t) + \sigma_2(\widetilde{W}^{Q^T}(T) - \widetilde{W}^{Q^T}(t))\} \tag{16}$$

因此

$$Pow_2 = Kp(t,T)Q^T[S(T) \geq K^{\frac{1}{\alpha}}]$$

$$= Kp(t,T)N(d_2)$$

其中,

$$d_2 = \frac{[\ln(\frac{S(t)}{K^{\frac{1}{\alpha}}}) + \int_t^T r(s)ds + (\sigma_1\sigma_2\rho - \frac{1}{2}\sigma_2^2)(T-t)]}{(\sigma_2\sqrt{T-t})} \tag{17}$$

另一方面,

$$Pow_1 = B(t)E_t^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}]E_t^Q[\frac{\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}}{E_t^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}]}I_{\{S^\alpha(T)\geq K\}}]$$

$$= B(t)E_t^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}]Q^\alpha[S^\alpha(T) \geq K]$$

根据一般测度变换公式,可得

$$\left.\frac{dQ^\alpha}{dQ}\right|_{\mathfrak{F}} = \frac{\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}}{E_0^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}]} \tag{18}$$

由

$$\frac{S^\alpha(T)}{B(T)} = S^\alpha(0)\exp\{(\alpha-1)\int_0^T r(s)ds - \frac{1}{2}\alpha\sigma_2^2 T + \alpha\sigma_2\rho\widetilde{W}_1^Q(T) + \alpha\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}\widetilde{W}_2^Q(T)\}$$

及对数正态分布性质,有

$$E_0^Q[\frac{S^\alpha(T)}{B(T)}] = S^\alpha(0)\exp\{(\alpha-1)\int_0^T r(s)ds - (\frac{1}{2}\alpha\sigma_2^2 - \frac{1}{2}\alpha^2\sigma_2^2)T\} \tag{19}$$

即

$$\left.\frac{dQ^\alpha}{dQ}\right|_{\mathfrak{F}} = \exp\{-\frac{1}{2}\alpha^2\sigma_2^2 T + \alpha\sigma_2\widetilde{W}^Q(T)\} \tag{20}$$

其中,$\widetilde{W}^Q(t) = \rho\widetilde{W}_1^Q(t) + \sqrt{1-\rho^2}d\widetilde{W}_2^Q(t)$。

再由 Girsanov 定理可知,测度 Q^α 下过程 $\widetilde{W}^{Q^\alpha}(t) = \widetilde{W}^Q(t) - \alpha\sigma_2 t$ 为布朗运动,且

$$S(T) = S(t)\exp\{(\int_t^T r(s)ds + (\alpha\sigma_2^2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2)(T-t) + \sigma_2(\widetilde{W}^{Q^\alpha}(T) - \widetilde{W}^{Q^\alpha}(t))\} \tag{21}$$

所以

$$Pow_1 = S^\alpha(t)\exp\{(\alpha-1)\int_t^T r(s)ds - (\frac{1}{2}\alpha\sigma_2^2 - \frac{1}{2}\alpha^2\sigma_2^2)(T-t)\}N(d_1) \tag{22}$$

其中,

$$d_1 = \frac{[\ln(\frac{S(t)}{K^{\frac{1}{\alpha}}}) + \int_t^T r(s)ds + (\alpha - \frac{1}{2})\sigma_2^2(T-t)]}{(\sigma_2\sqrt{T-t})} \tag{23}$$

因此,欧式幂期权的定价公式为

$$Pow_t = S^\alpha(t)\exp\{(\alpha-1)\int_t^T r(s)ds - (\frac{1}{2}\alpha\sigma_2^2 - \frac{1}{2}\alpha^2\sigma_2^2)(T-t)\}N(d_1) - Kp(t,T)N(d_2) \tag{24}$$

4 创新幂式期权的定价

根据随机情形下标准幂期权的研究思路和研究结果,还可以十分简便地解决下面两种创新幂式权证的定价问题。

4.1 幂型期权

到期日为 T,执行价格为 K 的幂型期权的支付函数为

$$Powd_T = \max(S(T) - K, 0)^\alpha \tag{25}$$

则

$$Powd_T = (S(T) - K)^\alpha I(S(T) > K)$$

$$= \sum_{j=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{j} S^{\alpha-j}(T)(-K)^j I(S(T) > K)$$

由测度 Q 下的风险中性定价公式

$$Powd_t = B(t) E_t^Q \left[\frac{1}{B(T)} \sum_{j=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{j} (-K)^j S^{\alpha-j}(T) I(S(T) > K)\right]$$

$$= B(t) \sum_{j=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{j} (-K)^j E_t^Q \left[\left(\frac{S^{\alpha-j}(T)}{B(T)}\right) I(S(T) > K)\right]$$

$$= B(t) \sum_{j=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{j} (-K)^j E_t^Q \left(\frac{S^{\alpha-j}(T)}{B(T)}\right) Q^{\alpha-j}(S(T) > K)$$

同上计算步骤,得到

$$E_0^Q \left(\frac{S^{\alpha-j}(T)}{B(T)}\right) = S^{\alpha-j}(t) \exp\left\{(\alpha - j - 1)\int_0^T r(s)\,ds - \left(\frac{1}{2}(\alpha-j)\sigma_2^2 - \frac{1}{2}(\alpha-j)^2\sigma_2^2\right) T\right\} \tag{26}$$

$$Q^{\alpha-j}(S(T) > K) = N(d_{n-j}) \tag{27}$$

其中,

$$d_{n-j} = \frac{\left[\ln\left(\frac{S(t)}{K^{\frac{1}{(\alpha-j)}}}\right) + \int_t^T r(s)\,ds + \left(\alpha - j - \frac{1}{2}\right)\sigma_2^2\right)(T-t)\right]}{\left(\sigma_2\sqrt{T-t}\right)} \tag{28}$$

所以

$$Pow\,d_t = \sum_{j=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{j} (-K)^j S^{\alpha-j}(t) \exp\left\{\left[(\alpha - j - 1)\int_t^T r(s)\,ds - \left(\frac{1}{2}(\alpha-j)\sigma_2^2 - \frac{1}{2}(\alpha-j)^2\sigma_2^2\right)(T-t)\right\} N(d_{\alpha-j}) \tag{29}$$

4.2　上限型幂期权

对通常的幂期权引入一个上限 $\bar{C}$ 来降低发行券商的风险,便得到上限型幂式期权。到期 T 的支付函数为

$$Powc_T = \min((S^\alpha(T) - K)^+, \bar{C}) \tag{30}$$

则

$$Powc_T = \min((S^\alpha(T) - K) I(S^\alpha(T) > K), \bar{C})$$

$$= (S^\alpha(T) - K) I(\bar{C} + K > S^\alpha(T) > K) + \bar{C} I(S^\alpha(T) \geq \bar{C} + K) = (S^\alpha(T) - K) I(S^\alpha(T) > K) + (S^\alpha(T) - (\bar{C} + K)) I(S^\alpha(T) \geq \bar{C} + K)$$

记执行价格为 K 的标准幂期权 t 时刻的价格为 $Pow_t(K)$,则有

$$Powc_t = Pow_t(K) - Pow_t(\bar{C} + K) = S^\alpha(t)\exp\left\{(\alpha-1)\int_t^T r(s)\,ds - \left(\frac{1}{2}\alpha\sigma_2^2 - \frac{1}{2}\alpha^2\sigma_2^2\right)(T-t)\right\}(N(d_1) - N(\bar{d}_1)) - p(t,T)(KN(d_2) - (\bar{C}+K)N(\bar{d}_2))$$

其中,

$$\bar{d}_1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S(t)}{(K+\bar{C})^{\frac{1}{\alpha}}}\right) + \int_t^T r(s)\,ds + \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)\sigma_2^2(T-t)\right]}{\left(\sigma_2\sqrt{T-t}\right)}$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S(t)}{(K+\bar{C})^{\frac{1}{\alpha}}}\right) + \int_t^T r(s)\,ds + \left(\sigma_1\sigma_2\rho - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)(T-t)\right]}{\left(\sigma_2\sqrt{T-t}\right)}$$

5　风险特征的数值模拟分析

本文仅仅考虑随机利率情形下的标准幂期权的风险特征,对其他两种创新期权可作类似的分析。在众多的风险参数中,$\Delta = \frac{\partial Pow}{\partial S}$ 和 $\Gamma = \frac{\partial^2 Pow}{\partial S^2}$ 是期权定价敏感性的两个最重要的指标。Δ 是期权价值的斜率,也称为套头比,它准确定义了当标的资产价格变化一个单位时,期权价格将变化多少个单位。这种敏感性正是期权投资者最为关心的:投资者在构造无风险套利资产组合时,持有的标的资产与权证头寸之比就是 Δ。Γ 是期权价值线的弧度,Γ 越大,避险则越难。

根据标准幂期权定价公式,可推导出这两个避险参数分别为

$$\Delta = \frac{\partial Pow_t}{\partial S} = \alpha S^{\alpha-1}(t)\exp\left\{(\alpha-1)\int_t^T r(s)\,ds - \frac{1}{2}\alpha(1-\alpha)\sigma_2^2(T-t)\right\} N(d_1) \tag{31}$$

$$\Gamma = \frac{\partial^2 Pow_t}{\partial S^2} = \alpha S^{\alpha-2}(t)\exp\left\{(\alpha-1)\int_t^T r(s)\,ds - \frac{1}{2}\alpha(1-\alpha)\sigma_2^2(T-t)\right\} \cdot \left[(\alpha-1)N(d_1) + \frac{n(d_1)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right] \tag{32}$$

其中,$n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$。

我们对不同的 α(α= 0.3, 0.6, 0.9)所代表权证的价值函数与避险功能进行模拟比较,这里模拟参数的选取参照文献[2]。假定:r = 5 %,σ_1 = 20 %,σ_2 = 20 %,ρ= 0.5,K= 1,T = 1 年,t = 0.5 年,模拟结果主要考察当标的资产价格增加时,避险参数的变化情况,模拟结果见图 1、2。

从图 1 结果来看,随着标的资产价格的上升,较大 α 值对应的套头比 Δ 更为显著,说明 α 值越小,越有利于投资者的套期保值。从图 2 结果来看,Γ 的变化也出现了类似的情形,验证了 α 值越小越容易使投资者避险的结论。同时从上面的表达式(24)、(31)和(32)可知,α 值越接近 1,得到的期权价格和风险参数值就越接近标准 Black-Scholes 公式的相

应值,从而也就说明对同一标的 S(t)而言,幂型期权($\alpha \neq 1$)的投资风险性要小得多。此外,与文献[2]的模拟结果相比较,本文研究由于考虑了债券价格波动和股价波动的相关性,使得不同 α 值对应的避险参数的变化趋势渐弱,这也是符合实际情况的,但两者总的趋势保持一致。

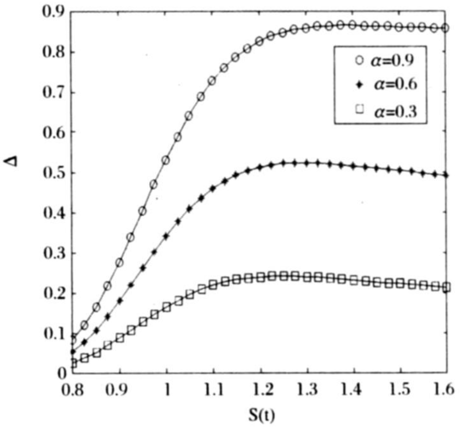

图 1 随机利率情形标准幂期权的 Δ

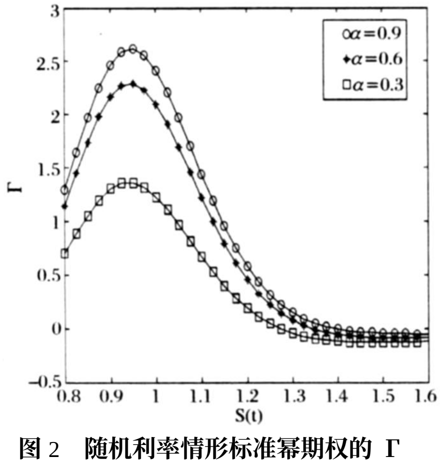

图 2 随机利率情形标准幂期权的 Γ

6 结语

随机利率下的期权定价是在传统框架下难于解决的问题[12,13]。本文考虑到完备市场条件下资产价格过程的可达性,基于随机利率情形下任意计价单位的测度变换公式,简便地解决了标准幂期权、幂型期权和上限型幂期权的定价问题。从最终风险模拟的结果来看,幂式期权在风险特征的表现上的确要大大优于传统的期权定价模型。本文试图在研究方法上寻求突破,给出了一种从计价单位选取产生等价鞅测度的新思路,一定程度上拓展了已有的期权定价理论,这对金融衍生工具的发行者和投资者也具有重要的理论借鉴意义。

然而,计价单位及其相应一般等价测度变换的优势不仅如此,对于不完备的市场(如跳扩散模型或随机波动模型驱动的市场),当支付函数不可达,就不存在与此对应的等价鞅测度,此时应用一般等价测度变换,问题也能够迎刃而解。这为不完备市场中的期权定价问题提供了新的研究方法。

参考文献:

[1] Hull. Options, future amd other derivatives[M]. Prentice Hall International Inc, 1997.

[2] 田存志. 幂函数族之权证创新及定价:一种基于鞅定价的分析方法[J]. 预测, 2004, 23(4): 69 - 71.

[3] Black, F., Scholes, M.. The pricing of options and corporate liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81: 637 - 659.

[4] Harrison, J. M., Kreps, D.. Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets[J]. Journal of Economic Theory, 1979, 20:381 - 408.

[5] Jamshidian, F.. An exact bond option formula[J]. Journal of Finance, 1989, 44: 205 - 209.

[6] Geman, H., Ei Karoni, N., Rocher, J. C.. Change of numeraire, changes of probability and option pricing[J]. Journal of Applied probability, 1995, 32: 443 - 458.

[7] 钱晓松. 跳扩散模型中的测度变换与期权定价[J]. 应用概率统计, 2004, 20(1): 91 - 99.

[8] Esser, A.. General valuation principles for arbitrary payoff and application to power options under stochastic volatility models[J]. Financial Market and Portfolio Management, 2003, 17: 351 - 372.

[9] Blenman, L. P., Clark, S. P.. Power exchange options [J]. Finance Research Letters, 2005, 2: 97 - 106.

[10] Duffie, D.. Dynamic assert pricing Theory[M]. Princeton: Princeton University Press, 1996.

[11] Björk, T.. Arbitrage Theory in Continuous Time[M]. Oxford: Oxford University Press, 1998.

[12] 张慧,陈晓兰,聂秀山. 不确定环境下再装股票期权的稳健定价模型[J]. 中国管理科学, 2008, 16(1): 25 - 31.

[13] 张卫国,肖炜麟,徐维军,张惜丽. 跳跃分形过程下欧式汇率期权的定价[J]. 中国管理科学, 2008, 16(3): 57 - 61.

Stochastic Innovation Power Options Pricing Based on the Measure Transformation Methods

ZHAO Wei[1] , **HE Jian-min**[2]

(1. School of Business , Huaihai Institute of Technology , Lianyungang 222001 , China ;

2. School of Economics and Management , Southeast University , Nanjing 210096 , China)

Abstract : Stochastic Innovation Power Options are popular to investors for their simple structure and controllable risk. Faced to the difficulty of stochastic options , a new method named measure thansform is used to solve the pricing models of stochastic innovation power options. Inspired by the essence of martingale pricing , the equivalent measure is gotten by the extending numeraire , and the measure transformation equation with general payment functions is derived under the stochastic rate . Then by choosing long-term bond as the numeraire and considering the correlation between bond price and stock price , the pricing models of stochastic power options can be given conveniently. By the numerical simulation analysis on the risk characteristics of our model , the advantages of the power options can be showed. The issuers and investors of financial derivaties can learn more from our conclusions.

Key words : equivalent martingale ; stochastic interest rate ; measure thansformation ; innovation power options